Une logique modale pour raisonner sur la cohérence et la complétude de réglementations

C. Garion* S. Roussel† L. Cholvy†
garion@isae.fr roussel@cert.fr cholvy@cert.fr

†ONERA-Toulouse DTIM
BP 54025
31055 Toulouse Cedex 4 – FRANCE

* Université de Toulouse
ISAE/DMIA
BP 54032
31055 Toulouse Cedex 4 – FRANCE

Abstract:
Nous nous intéressons dans ce papier aux réglementation qui peuvent exister dans des systèmes multi-agents pour réguler les comportements des agents. Plus précisément, nous travaillons sur deux propriétés des réglementations, la cohérence et la complétude. Après avoir donné une définition de ces deux notions, nous proposons un cadre permettant de compléter de façon cohérente une réglementation incomplète. Nous considérons dans l'article que les réglementations sont exprimées dans une logique déontique du premier ordre.

1 Introduction

Dans une société d'agents, une réglementation est un ensemble de phrases, ou normes, qui régule le comportement des agents en exprimant ce qui est obligatoire, permis et interdit et ceci sous quelles conditions.

Par exemple, une réglementation qui s'applique dans la plupart des pays de l'UE est : « *il est interdit de fumer dans les lieux publics, sauf dans des endroits spécifiques. Dans de tels endroits, il est permis de fumer* ». Un autre exemple de réglementation est celle qui définit les permissions, interdictions (et parfois les obligations) des différents utilisateurs d'un ordinateur pour lire, écrire ou exécuter des fichiers.

Les réglementations sont des moyens de réguler les comportements des agents de telle façon qu'ils puissent coexister. Mais pour être efficace, elles doivent être *cohérentes* et, dans la plupart des cas, *complètes*.

La cohérence est une propriété des réglementations sur laquelle de nombreux travaux ont déjà porté. Par exemple, dans le cas de politiques de confidentialité, la cohérence permet d'éviter les cas où l'utilisateur a à la fois la permission et l'interdiction de savoir quelque chose [**?**]. Plus généralement, d'après [**?**] qui étudie la cohérence de réglementations générales, une réglementation est cohérente si il n'y a pas de situation possible qui conduit un agent à des *contradictions normatives* ou des *dilemmes* également appelés *conflits contradictoires* dans [**?**] (un comportement donné est à la fois prescrit et non prescrit, ou interdit et non interdit). Suivant cette définition, la cohérence de politiques de sécurité a été étudiée dans [**?**].

La complétude des réglementations a été beaucoup moins étudiée quant à elle. [**?**] propose une définition de complétude entre deux politiques de confidentialité (pour chaque information, l'utilisateur doit soit avoir la permission de la posséder, soit l'interdiction de la posséder), définition qui a été adaptée dans [**?**] pour les politiques de sécurité multi-niveaux.

Plus récemment, nous avons étudié la notion de complétude pour des réglementations particulières, les politiques d'échange d'informations dans un système multi-agents [**?**]. Une définition de l'incomplétude de telles politiques a été proposée et une méthode de raisonnement avec de telles politiques a été définie. L'approche prise dans ce travail était prometteuse et nous l'avons étendue pour des réglementations plus générales dans [**?**]. Le langage formel utilisé dans ces deux papiers est la logique du premier ordre (FOL) suivant les idées développées dans [**?**]. En particulier, les notions déontiques (obligation, permission, interdiction) sont représentées en utilisant des symboles de prédicats. Cela amène à effectuer une partition compliquée du langage entre les symboles de prédicats déontiques et les symboles de prédicats représentant les propriétés des objets, ce qui est critiquable. De plus, les notions déontiques sont classiquement représentées en utilisant une logique modale [**?**, **?**]. C'est pourquoi nous utilisons dans ce papier une logique modale du premier ordre [**?**] pour exprimer les réglementations d'une manière plus élégante. Notre objec-

tif est donc de reformuler le travail de [**?**] dans un cadre modal du premier ordre.

Le papier est organisé comme suit. La section **??** présente le formalisme logique utilisé pour exprimer des réglementations, les définitions de cohérence et de complétude de réglementations. La section **??** s'intéresse au problème du raisonnement avec une réglementation incomplète. En suivant les idées qui ont amené à la logique des défauts [**?**] pour le raisonnement par défaut, nous présentons des défauts qui peuvent être utilisés dans le but de compléter des réglementations incomplètes. Dans la section **??**, nous présentons un exemple particulier de réglementation, une politique d'échange d'informations. Enfin, la section **??** est dévolue à une discussion et une présentation des futures extensions de ce travail.

2 Réglementations

Le formalisme de base utilisé pour représenter des réglementations est SDL (*Standard Deontic Logic*), une logique modale propositionnelle [**?**]. En suivant les techniques présentées dans [**?**], nous étendons SDL en FOSDL (*First-Order Standard Deontic Logic*) pour pouvoir exprimer des réglementations plus complexes impliquant plusieurs agents.

2.1 Langage

L'alphabet de FOSDL est composé des ensembles suivants de symboles non logiques : un ensemble $\mathcal{P}$ de symboles de prédicats, un ensemble $\mathcal{F}$ de symboles de fonctions et une modalité O représentant l'obligation. L'ensemble des fonctions d'arité 0 est appelé *ensemble des constantes* et est noté $\mathcal{C}$. Nous définissons également les symboles logiques suivants : un ensemble $\mathcal{V}$ de symboles de variables, $\neg$, $\vee$, $\forall$, (et). On appelle *terme* une variable ou l'application d'un symbole de fonctions à un ou plusieurs termes.

Nous utiliserons des lettres romaines majuscules comme symboles de prédicats, des lettres romaines minuscules comme symboles de fonctions et $\{x_1, \ldots, x_i, \ldots\}$ comme symboles de variables.

Définition 1 *Les formules de FOSDL sont définies récursivement comme suit :*

- *si $t_1, \ldots, t_n$ sont des termes et P un symbole de prédicat d'arité n, alors $P(t_1, \ldots, t_n)$ est une formule de FOSDL.*
- *si φ est une formule de FOSDL, alors $O\varphi$ est une formule de FOSDL.*
- *si ψ_1 et ψ_2 sont des formules de FOSDL et x_1 un symbole de variable, alors $\neg\psi_1$, $\psi_1 \vee \psi_2$, $\forall x_1\ \psi_1$ sont des formules de FOSDL.*

Si ψ_1, ψ_2 et ψ_3 sont des formules de FOSDL et x_1 est un symbole de variable, nous définissons également les abréviations suivantes : $\psi_1 \wedge \psi_2 \equiv \neg(\neg\psi_1 \vee \neg\psi_2)$, $\psi_1 \otimes \psi_2 \otimes \psi_3 \equiv (\psi_1 \wedge \neg\psi_2 \wedge \neg\psi_3) \vee (\neg\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \neg\psi_3) \vee (\neg\psi_1 \wedge \neg\psi_2 \wedge \psi_3)$, $\psi_1 \rightarrow \psi_2 \equiv \neg\psi_1 \vee \psi_2$, $\psi_1 \leftrightarrow \psi_2 \equiv (\neg\psi_1 \vee \psi_2) \wedge (\psi_1 \vee \neg\psi_2)$, $\exists x_1\ \psi_1 \equiv \neg\forall x_1\ \neg\psi_1$.

Les modalités pour la permission, notée P, et l'interdiction, notée F sont définies à partir de O comme suit :

$$F\varphi \equiv O\neg\varphi$$
$$P\varphi \equiv \neg O\varphi \wedge \neg O\neg\varphi$$

Notons que notre définition de la permission ne correspond pas à la définition usuelle de SDL. Pour cette dernière, quelque chose est permis si sa négation n'est pas obligatoire. Cependant, il a été montré par des juristes [**?**] que les cas où la permission est bilatérale (permission de faire et permission de ne pas faire) sont les seuls valides. Si une permission n'est pas bilatérale, alors elle implique l'obligation[1]. Notre définition de la permission bilatérale correspond à la notion d'*optionalité*[**?**] (quelque chose est optionnel ssi ni lui ni sa négation ne sont obligatoires).

Une formule de FOSDL sans modalités est dite *objective*. Les termes et formules de FOSDL sans symboles de variables sont dits *de base*. L'ensemble des termes de base de FOSDL est appelé univers de Herbrand HU. Une formule de FOSDL sans connecteur $\vee$, $\wedge$, $\otimes$, $\rightarrow$ ou $\leftrightarrow$ est appelée un *littéral*.

Enfin, nous appelons une *substitution de base* toute fonction $\chi : \mathcal{V} \rightarrow HU$. Si $\varphi(x)$ est une formule de FOSDL avec une variable libre x, $\varphi(\chi(x))$ est la formule φ dans laquelle les occurrences de x ont été remplacées par $\chi(x)$.

[1] Par exemple, si fumer est autorisé, alors ne pas fumer est également autorisé. Sinon, cela signifierait que fumer est obligatoire.

2.2 Sémantique

La sémantique des logiques modales propositionnelles est classiquement définie en utilisant des modèles de Kripke. Les modèles sont définis par un *cadre* $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R} \rangle$, où $\mathcal{W}$ est un ensemble de mondes et $\mathcal{R}$ une relation d'accessibilité entre les mondes, et une relation $\Vdash$ entre les mondes et les lettres propositionnelles. Dans le cas du premier ordre, nous définissons des modèles en utilisant un cadre *augmenté* et une interprétation du premier ordre au lieu de $\Vdash$.

La sémantique des langages du premier ordre est fondée sur un ensemble de symboles (les *objets du discours*), appelé le *domaine*. Le domaine représente les objets sur lesquels les prédicats vont porter par oppositions aux termes qui sont des notions purement mathématiques. Dans le cas d'une logique modale du premier ordre, nous devons choisir entre des cadres augmentés à domaine constant ou à domaine variable. Dans le premier cas, le domaine est fixé pour tous les mondes de $\mathcal{W}$, dans le second cas, chaque monde de $\mathcal{W}$ peut avoir son propre domaine. Nous choisissons ici un domaine constant. Comme les normes que nous étudions ne concernent que des éléments fixes, ce choix est assez intuitif[2].

Définition 2 *Soient $\mathcal{W}$ un ensemble de mondes, $\mathcal{R}_O$ une relation sur $\mathcal{W}^2$ et $\mathcal{D}$ un ensemble non vide de symboles représentant le domaine, alors $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_O, \mathcal{D} \rangle$ est appelé un cadre.*

Pour définir un modèle, nous devons définir une interprétation du premier ordre, ce qui est fait classiquement.

Définition 3 *Une interprétation $\mathcal{I}$ dans un cadre $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_O, \mathcal{D} \rangle$ est une application telle que :*

- *pour tout symbole de fonction n-aire f dan $\mathcal{F}$ et tout monde $w \in \mathcal{W}$, $\mathcal{I}(f, w)$ est une fonction $\mathcal{D}^n \to \mathcal{D}$* indépendante du monde w *;*
- *pour tout symbole de prédicat n-aire P dans $\mathcal{P}$ et tout monde $w \in \mathcal{W}$, $\mathcal{I}(P, w)$ est une relation sur $\mathcal{D}^n$.*

[2]Notons toutefois que les domaines variables peuvent être utiles. Par exemple, dans une logique modale du premier ordre doxastique, un agent peut apprendre l'existence d'un objet particulier, ou un nouvel objet peut apparaître.

Notons que nous imposons une condition particulière sur l'interprétation des fonctions : l'interprétation d'une fonction f est la même dans tous les mondes possibles (c'est possible grâce à l'utilisation d'un domaine constant). Cette restriction nous permet d'éviter des détails techniques compliqués[3], comme par exemple l'utilisation de l'abstraction pour les prédicats. Voir [**?**] pour plus de détails.

Définition 4 *Un modèle $\mathcal{M}$ est une structure $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_O, \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ où $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_O, \mathcal{D} \rangle$ est un cadre et $\mathcal{I}$ une interprétation sur $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_O, \mathcal{D} \rangle$.*

Enfin, nous utilisons une classe de cadres qui modélisent le comportement de l'opérateur O en contraignant la relation d'accessibilité $\mathcal{R}_O$.

Définition 5 *Un modèle de FOSDL est un modèle $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_O, \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ tel que $\mathcal{R}_O$ est sérielle.*

Pour pouvoir définir une relation de satisfaisabilité entre modèles et formules, nous devons définir la notion de *valuation* qui associe les variables du langage aux éléments de $\mathcal{D}$:

Définition 6 *Soit $\mathcal{D}$ un domaine. Une valuation sur $\mathcal{D}$ est une fonction complète $\mathcal{V} \to \mathcal{D}$. Une valuation σ' est une valuation x-variante d'une valuation σ si σ et σ' sont identiques sauf en x.*

Soient t un terme et $\mathcal{V}(t)$ l'ensemble des variables de t, $\sigma(t)$ est le terme t dans lequel chaque x_i de $\mathcal{V}(t)$ a été remplacé par $\sigma(x_i)$.

La relation de satisfaisabilité $\models$ est définie comme suit :

Définition 7 *Soient $\mathcal{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_O, \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ un modèle de FOSDL, w un monde de $\mathcal{W}$ et σ une valuation sur $\mathcal{D}$. Alors :*

- *si P est un symbole de prédicat n-aire et $t_1, \ldots, t_n$ sont des termes, alors $\mathcal{M}, w \models_\sigma P(t_1, \ldots, t_n)$ ssi $\langle \mathcal{I}(\sigma(t_1), w), \ldots, \mathcal{I}(\sigma(t_n), w) \rangle \in \mathcal{I}(P, w)$.*
- *si ψ est une formule de FOSDL, alors $\mathcal{M}, w \models_\sigma \neg\psi$ ssi $\mathcal{M}, w \not\models_\sigma \psi$.*

[3]Le problème principal est d'être capable de caractériser la signification d'une formule telle que $OF(c)$ où c est une constante : est que cela signifie que « il est obligatoire que l'objet représenté par *c dans le monde courant* a la propriété F » ou « il est obligatoire que *dans chaque monde*, l'objet représenté par c a la propriété F ».

– *if ψ_1 et ψ_2 sont des formules de FOSDL, alors $\mathcal{M}, w \models_\sigma \psi_1 \vee \psi_2$ ssi $\mathcal{M}, w \models_\sigma \psi_1$ or $\mathcal{M}, w \models_\sigma \psi_2$.*
– *if $O\varphi$ est une formule de, $\mathcal{M}, w \models_\sigma O\varphi$ ssi pour tout $v \in \mathcal{W}$ tel que $w\mathcal{R}_O v$, $\mathcal{M}, v \models_\sigma \varphi$.*
– *si ψ est une formule de FOSDL, $\mathcal{M}, w \models_\sigma \forall x\, \psi$ ssi pour toute valuation σ' x-variant de σ, $\mathcal{M}, w \models_{\sigma'} \psi$.*

Soit ψ une formule de FOSDL. Si pour toute valuation σ $\mathcal{M}, w \models_\sigma \psi$, on notera $\mathcal{M}, w \models \psi$. Si $\mathcal{M}, w \models \psi$ pour tout w de $\mathcal{W}$, on notera $\mathcal{M} \models \psi$. Enfin, si $\mathcal{M} \models \psi$ pour tout modèle de FOSDL $\mathcal{M}$, on notera $\models \psi$.

2.3 Axiomatique

Nous allons maintenant définir un système axiomatique pour FOSDL en suivant l'approche proposée dans [**?**]. Dans ce qui suit, $\varphi(x)$ est une formule dans laquelle la variable x peut avoir des occurrences libres. On dira qu'une variable libre y est *substituable* à x dans $\varphi(x)$ si il n'y a pas d'occurrence de x dans $\varphi(x)$ dans la portée de $\forall y$ dans $\varphi(x)$.

Définition 8 (Axiomes) *Les formules de la forme suivante sont des axiomes :*

(Taut)	*les tautologies de la logique prop.*
(KO)	$O(\varphi \to \psi) \to (O\varphi \to O\psi)$
(DO)	$O\varphi \to \neg O \neg \varphi$
(Bar1)	$O(\forall x\, \varphi) \to \forall x\, O\varphi$
(Bar2)	$\forall x\, O\varphi \to O(\forall x\, \varphi)$

Définition 9 (Règles d'inférence)

(MP)	$\dfrac{\varphi \quad \varphi \to \psi}{\psi}$
(Gen)	$\dfrac{\varphi}{\forall x\, \varphi}$
(NO)	$\dfrac{\varphi}{O\varphi}$

Proposition 1 (Validité et complétude) *Le système précédent est valide et complète par rapport à la sémantique de FOSDL.*

La preuve est donnée dans [**?**].

On définie une *preuve* de φ à partir de l'ensemble de formules Σ comme étant une séquence de formules telle que chacune d'entre elles est un axiome, une formule de Σ, ou produite par l'application d'une règle d'inférence sur une formule précédente.

Dans ce qui suit, $\bot$ représente toute formule qui est une contradiction et $\top$ représente toute formule qui est une tautologie.

2.4 Modélisation de réglementations

Dans cette section, nous définissons la notion de réglementation. Dans un premier temps, nous définissons la notion de règle, qui est le composant de base d'une réglementation. Dans cette définition, les règles ont une forme générale, en particulier, elles peuvent être conditionnelles.

Définition 10 *Une règle est une formule de FOSDL de la forme $\forall \overrightarrow{x}\ l_1 \vee \ldots \vee l_n$ avec $n \geq 1$ telle que :*

1. *l_n est de la forme $O\varphi$ ou $\neg O\varphi$ où φ est un littéral objectif*
2. *$\forall i \in \{1, \ldots, n-1\}$, l_i est un littéral objectif*
3. *si x est une variable dans l_n, alors $\exists i \in \{1, \ldots, n-1\}$ tel que l_i est un littéral négatif et contient la variable x*
4. *$\forall \overrightarrow{x}$ représente $\forall x_1 \ldots \forall x_m$ où $\{x_1, \ldots, x_m\}$ est l'ensemble des variables libres apparaissant dans $l_1 \wedge \ldots \wedge l_{n-1}$.*

Dans cette définition, les contraintes (1) et (2) permettent d'exprimer des règles de la forme « si telle condition est vraie alors quelque chose est obligatoire (resp. permis, interdit) ». La contrainte (3) restreint les règles aux formules à champ restreint[4]. Enfin, les règles sont des *phrases*, i.e. des formules fermées, comme exprimé par la contrainte (4).

Remarquons également que nous restreignons dans la définition des règles la formule qui peut être obligatoire : seuls les littéraux objectifs peuvent être obligatoires ou pas.

On écrira $\forall \overrightarrow{x}\ l_1 \vee \ldots \vee l_{n-1} \vee P\varphi$ comme un raccourci d'écriture pour les deux règles $\{\forall \overrightarrow{x}\ l_1 \vee \ldots \vee l_{n-1} \vee \neg O\varphi, \forall \overrightarrow{x}\ l_1 \vee \ldots \vee l_{n-1} \vee \neg O\neg\varphi\}$.

[4] Les formules à champ restreint sont un fragment décidable des formules domaine-indépendant dont on a prouvé qu'elles étaient les seules formules du premier ordre ayant une signification en modélisation [**?**]. Remarquons en particulier que par définition du langage de FOSDL, toutes les variables apparaissant dans l_n sont libres dans l_n.

Définition 11 *Une réglementation est un ensemble de règles.*

Considérons un exemple qui illustrera les notions développées dans les sections **??** et **??**.

Exemple 1 *Nous considérons une réglementation qui régule le comportement d'un conducteur devant un feu tricolore.*

Le langage utilisé est défini comme suit :
- *green, orange, red, car, truck, bike, A et T sont des fonctions d'arité nulle, i.e. des constantes.*
- *x, y, z, i et t sont des variables.*
- *$Driver(.)$ est un symbole de prédicat qui indique qu'un terme est un conducteur.*
- *$TL(.)$ est un symbole de prédicat qui indique qu'un terme est un feu tricolore.*
- *$Color(.,.)$ est un symbole de prédicat qui prend pour paramètres un feu tricolore et une couleur et indique la couleur du feu.*
- *$Vehicle(.,.)$ est un symbole de prédicat qui prend pour paramètre un conducteur et le type de véhicule qu'il conduit.*
- *$IFO(.,.)$ est un symbole de prédicat qui prend pour paramètre un conducteur et un feu tricolore et indique que le véhicule conduit par le conducteur est devant un feu.*
- *$Stop(.,.)$ est un symbole de prédicat qui prend un conducteur et un feu tricolore en paramètres et indique que l'agent stoppe devant le feu tricolore.*

Considérons maintenant les trois règles (r_0) : « Quand un conducteur est devant un feu tricolore qui est rouge, il doit s'arrêter » (r_1) : « Quand un conducteur est devant un feu tricolore qui est orange, il peut s'arrêter » (r_2) : « Quand un conducteur est devant un feu tricolore qui est vert, il ne doit pas s'arrêter ». Ces règles sont modélisées par :

$$
\begin{array}{ll}
(r_0) & \forall x \forall t\ Driver(x) \wedge TL(t) \wedge \\
& Vehicle(x, car) \wedge Color(t, red) \\
& \wedge\ IFO(x,t) \rightarrow OStop(x,t) \\
(r_1) & \forall x \forall t\ Driver(x) \wedge TL(t) \wedge \\
& Vehicle(x, car) \wedge Color(t, orange) \\
& \wedge\ IFO(x,t) \rightarrow PStop(x,t) \\
(r_2) & \forall x \forall t\ Driver(x) \wedge TL(t) \wedge \\
& Vehicle(x, car) \wedge Color(t, green) \\
& \wedge\ IFO(x,t) \rightarrow FStop(x,t)
\end{array}
$$

2.5 Cohérence de réglementations

Nous définissons maintenant une première notion utile pour les réglementations, la *cohérence*. Intuitivement, nous dirons qu'une réglementation est cohérente ssi nous ne pouvons pas dériver de la réglementation d'incohérences comme $OStop(x,t) \wedge FStop(x,t)$ en utilisant le système défini dans **??**. La cohérence d'une réglementation est évaluée sous des *contraintes d'intégrité*, i.e. un ensemble de formules objectives closes qui représentent par exemple des contraintes physiques ou des contraintes du domaines. Dans ce qui suit, nous noterons un tel ensemble de contraintes d'intégrité IC.

Nous définissons d'abord la cohérence d'une réglementation dans un *état du monde* particulier. Intuitivement, les états du monde sont des représentations syntaxiques des interprétations du premier ordre. Ils peuvent également être assimilés à des modèles de Herbrand classiques.

Définition 12 (état du monde) *Un état du monde s est un ensemble complet et cohérent de littéraux de base objectifs.*

Un état du monde est une représentation syntaxique d'une interprétation de Herbrand. Donc, pour tout symbole de prédicat n-aire P, tous termes de base $t_1, \ldots, t_n$ et tout état du monde s, soit $P(t_1, \ldots, t_n) \in s$ soit $\neg P(t_1, \ldots, t_n) \in s$. Dans ce qui suit, quand nous décrivons un état du monde, nous omettrons les littéraux négatifs pour plus de lisibilité.

Définition 13 *Soient IC un ensemble de contraintes d'intégrité et s un état du monde. s est* cohérent *avec IC ssi $s, IC \nvdash \bot$.*

Définition 14 *Soient ρ une réglementation, IC un ensemble de contraintes d'intégrité et s un état du monde cohérent avec IC. ρ est cohérent par rapport à IC dans s ssi $\rho, IC, s \nvdash \bot$.*

Exemple 2 *Reprenons l'exemple **??**. Considérons que IC contient deux contraintes : (1) un feu tricolore a une et une seule couleur et cette couleur peut être verte, orange ou rouge, et (2) un conducteur conduit un et un seul type de véhicule. Ici, $IC = \{\forall t\ TL(t) \rightarrow Color(t, green) \otimes Color(t, orange) \otimes$*

$Color(t, red), \forall x \forall y \forall z \quad Driver(x) \quad \wedge$
$Vehicle(x, y) \wedge Vehicle(x, z) \rightarrow y = z\}$[5].

Soit s l'état du monde $\{Driver(A)$, $TL(T), IFO(A, T)$, $Vehicle(A, car)$, $Color(T, red)\}$.

s est tel que $s, IC \nvdash \bot$. Considérons une réglementation ρ qui contient les trois règles (r_0), (r_1) et (r_2). Dans ce cas, $\rho, IC, s \nvdash \bot$ (parce que le seul littéral déontique qui peut être déduit de ρ, IC et s est $OStop(A, T)$). Donc, ρ est cohérent par rapport à IC dans s.

Définition 15 (cohérence d'une réglementation) *Soient ρ une réglementation et IC un ensemble de contraintes d'intégrité. ρ est cohérent par rapport à IC ssi pour tous les états du monde s tels que $s, IC \nvdash \bot$ alors $\rho, IC, s \nvdash \bot$.*

2.6 Complétude d'une réglementation

Informellement, une réglementation est complète dès qu'elle permet de contraindre le comportement d'un agent dans toute situation. On peut se demander si cette définition a du sens : est-ce qu'une réglementation doit prendre en compte toutes les situations possibles ? Nous suggérons donc de définir une complétude partielle restreinte à deux formules φ et ψ : φ représente une situation particulière dans laquelle nous voulons évaluer la réglementation et ψ un symbole de prédicat gouverné par la réglementation. Nous voulons qu'une réglementation soit complète pour φ et ψ ssi dans toute situation où φ est vraie, il est obligatoire (resp. permis, interdit) que ψ soit vraie.

Ceci conduit à la définition suivante :

Définition 16 *Soient IC un ensemble de contraintes d'intégrité, ρ une réglementation cohérente par rapport à IC et s un état du monde cohérent avec IC. Soient $\varphi(\overrightarrow{x})$ et $\psi(\overrightarrow{x})$ deux formules objectives, $\overrightarrow{x}$ représentant les variables libres dans φ et $\psi(\overrightarrow{x})$ signifiant que les variables libres de ψ sont un sous-ensemble de $\overrightarrow{x}$. ρ est* $(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$-complète *par rapport à IC dans s pour $\vdash$ ssi pour toutes les substitutions de base χ telles que $s \vdash \varphi(\chi(\overrightarrow{x}))$:*

$$\rho, s \vdash O\psi(\chi(\overrightarrow{x})) \textit{ ou}$$
$$\rho, s \vdash F\psi(\chi(\overrightarrow{x})) \textit{ ou}$$
$$\rho, s \vdash P\psi(\chi(\overrightarrow{x}))$$

Exemple 3 *Considérons l'état du monde $s_0 =$ $\{Driver(A), TL(T), IFO(A, T), Vehicle(A, Car)$, $Color(T, red)\}$. Considérons ρ et IC définis dans l'exemple* **??**. *s_0 est cohérent par rapport à IC et $\rho, s \vdash O(Stop(A, T))$. Prenons $\varphi_0(x, t) \equiv TL(t) \wedge Driver(x) \wedge IFO(x, t)$ et $\psi_0(x, t) \equiv Stop(x, t)$. $s_0, IC \vdash IFO(A, T)$ et $\rho, IC, s_0 \vdash O(Stop(A, T))$. Donc ρ est $(\varphi_0(x, t), \psi_0(x, t))$-complète par rapport IC à s_0 pour $\vdash$.*

Considérons maintenant $s_1 =$ $\{Driver(A), TL(T), IFO(A, T), Vehicle(A,$ $Truck), Color(T, red)\}$. s_1 est cohérent avec IC. $s_1, IC \vdash IFO(A, T)$ mais $\rho, IC, s_1 \nvdash O\psi_0(A, T)$, $\rho, IC, s_1 \nvdash P\psi_0(A, T)$ et $\rho, IC, s_1 \nvdash F\psi_0(A, T)$. Donc ρ est $(\varphi_0(x, t), \psi_0(x, t))$-incomplète par rapport à IC dans s_1 pour $\vdash$. En fait, aucune règle de la réglementation peut être appliquée car le véhicule n'est pas un bus, mais un camion.

Les définitions précédentes sont généralisées comme suit :

Définition 17 (complètude d'une réglementation) *Soient IC un ensemble de contraintes d'intégrité et ρ une réglementation. Soient $\varphi(\overrightarrow{x})$ et $\psi(\overrightarrow{x})$ deux formules objectives avec la même signification que dans la définition* **??**. *ρ est* $(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$-complète *par rapport à IC pour $\vdash$ ssi pour tout état du monde s cohérent avec IC, ρ est $(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$-complète par rapport à IC dans s pour $\vdash$.*

La complétude est un aspect important des réglementations. Dans une situation donnée, sans comportement stipulé, n'importe quel comportement peut être observé et les conséquences peuvent être très importantes. Pour pouvoir travailler avec une réglementation incomplète, on peut (1) détecter les « trous » de la réglementation et les envoyer aux concepteurs de la réglementation pour qu'ils puissent la corriger ou (2) détecter les « trous » de la réglementation et appliquer sur ces trous des règles de complétion pour les corriger. La première solution peut être très difficile à mettre en œuvre, c'est pourquoi nous choisissons la seconde solution.

[5] L'introduction de l'égalité est faite dans le même esprit que dans [**?**].

3 Raisonner avec des réglementations incomplètes

3.1 Défauts pour la complétion de réglementations

Raisonner avec des informations incomplètes est un problème classique en logique et en intelligence artificielle : peut-on inférer quelque chose sur une information qui n'est pas présente dans une base de croyances ? Plusieurs approches on été définies, mais nous nous intéressons à une en particulier, le raisonnement par défaut. Le principe du raisonnement par défaut est simple : si une information n'est pas contradictoire avec les informations qui peuvent être classiquement déduites de la base de croyances, alors on peut déduire une autre information de la base de croyances. Un exemple classique est le suivant : supposons qu'un agent croit que « *tous les oiseaux volent* », que « *les pingouins ne volent pas* » et que « *les pingouins sont des oiseaux* ». La représentation de cet ensemble de formules dans FOL est incohérent (un oiseau qui est également un pingouin vole et ne vole pas en même temps). En fait, la première règle « *tous les oiseaux volent* » est un défaut : « *si a est un oiseau et s'il n'est pas incohérent que a vole, alors a vole* »[6]. Si a est un pingouin, alors « a vole » ne peut pas être déduit et s'il ne peut pas être déduit que a est un pingouin, alors on peut en déduire que a vole.

La logique des défauts est une extension nonmonotone de la logique du premier ordre introduite par Reiter [**?**] pour formaliser le raisonnement par défaut. Nous suivons ici la présentation de cette logique donnée par Besnard [**?**].

Un défaut d est une configuration $\frac{P : J_1, \ldots, J_n}{C}$ où $P, J_1, \ldots, J_n, C$ sont des formules fermées du premier ordre. P est appelée le *pré-requis* de d, $J_1, \ldots, J_n$ la *justification* de d et C la *conséquence* de d. Une théorie de défauts $\Delta = (D, F)$ est composée d'un ensemble de formules closes objectives F (les faits) et d'un ensemble de défauts.

Une théorie des défauts (D, F) peut être représentée par une *forme de surface* (D', F) à condition que

$$D = \{\frac{P(\overrightarrow{a}) : J_1(\overrightarrow{a}), \ldots, J_n(\overrightarrow{a})}{C(\overrightarrow{a})} \ : \ \frac{P(\overrightarrow{x}) : J_1(\overrightarrow{x}), \ldots, J_n(\overrightarrow{x})}{C(\overrightarrow{x})} \in D' \text{ et } \overrightarrow{a} \text{ est un terme de base}\}$$

et chaque élément de D' est de la forme $\frac{P(\overrightarrow{x}) : J_1(\overrightarrow{x}), \ldots, J_n(\overrightarrow{x})}{C(\overrightarrow{x})}$ où $P(\overrightarrow{x}), J_1(\overrightarrow{x}), \ldots, J_n(\overrightarrow{x}), C(\overrightarrow{x})$ sont des formules du premier ordre fermées avec des variables libres apparaissant dans $\overrightarrow{x}$.

En utilisant des défauts, on obtient des *extensions*, i.e. des ensembles de formules qui sont déduites monotoniquement et nonmonotoniquement de F. Soit $\Delta = (D, F)$ une théorie des défauts où les défauts ne contiennent que des formules closes, alors une extension de Δ est un ensemble de formules E vérifiant les conditions suivantes :

1. $F \subseteq E$
2. $Th(E) = E$ où $Th(E) = \{\varphi \ : \ E \vdash \varphi\}$
3. si $\frac{P : J_1, \ldots, J_n}{C}$ est un défaut de D, alors si $P \in E$ et J_1 est cohérent avec E, …, J_n est cohérent avec$E$, alors $C \in E$

Une théorie des défauts peut avoir plusieurs extensions ou aucune extensions. Reiter a montré dans [**?**] que si F est cohérent et si (D, F) a une extensions, alors cette extension est cohérente. Il a également montré que toute théorie des défauts normale et fermée a au moins une extension.

Nous ne nous intéressons pas ici à la croyance d'une formule objective ψ donnée, mais à la dérivation depuis une réglementation donnée du fait que ψ soit obligatoire, permise ou interdite (ces trois cas sont les seules possibles à cause de l'axiome D de O). Donc, si la réglementation est incomplète pour une formule objective ψ (i.e. on ne peut en déduire ni $O\psi$ ni $F\psi$ ni $P\psi$), alors elle ne peut être complétée qu'en supposant que $O\psi$ peut être déduite, ou $P\psi$, ou $F\psi$. Cela va nous conduire à la construction des trois ensembles de défauts présentés ci-dessous.

Dans ce qui suit, soient IC un ensemble de contraintes d'intégrité, ρ une réglementation co-

[6] Dans ce cas, l'information qui n'est pas contradictoire avec la base de croyances et la nouvelle information sont identiques.

hérence avec IC est s un état du monde cohérent avec IC. Soient $\varphi(\overrightarrow{x})$ et $\psi(\overrightarrow{x})$ les deux formules objectives vérifiant la définition **??**.

Définition 18 *Soient $E_F(\overrightarrow{x})$, $E_P(\overrightarrow{x})$ et $E_O(\overrightarrow{x})$ trois formules objectives telles que leur ensemble respectif de variables libres est dans $\overrightarrow{x}$. On définit un ensemble de configurations comme suit :*

$$(DF_{\varphi,\psi}) \quad \frac{\varphi(\overrightarrow{x}) \wedge E_F(\overrightarrow{x}) \ : \ F\psi(\overrightarrow{x})}{F\psi(\overrightarrow{x})}$$

$$(DP_{\varphi,\psi}) \quad \frac{\varphi(\overrightarrow{x}) \wedge E_P(\overrightarrow{x}) \ : \ P\psi(\overrightarrow{x})}{P\psi(\overrightarrow{x})}$$

$$(DO_{\varphi,\psi}) \quad \frac{\varphi(\overrightarrow{x}) \wedge E_O(\overrightarrow{x}) \ : \ O\psi(\overrightarrow{x})}{O\psi(\overrightarrow{x})}$$

Une théorie des défauts $(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$-complète pour ρ et s est une théorie des défauts $\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$ dont la forme de surface est donnée par $(\{DF_{\varphi,\psi}, DP_{\varphi,\psi}, DO_{\varphi,\psi}\}, \rho \cup s)$

Nous pouvons compléter une réglementation incomplète de telle sorte que $\psi(\overrightarrow{x})$ est interdite ($DF_{\varphi,\psi}$), permise ($DP_{\varphi,\psi}$) ou obligatoire ($DO_{\varphi,\psi}$) en nous appuyant sur $E_F(\overrightarrow{x})$, $E_P(\overrightarrow{x})$ et $E_O(\overrightarrow{x})$. Nous pouvons maintenant définir une nouvelle relation d'inférence $\vdash_*$ en utilisant les règles par défaut.

Définition 19 *Soit γ une formule de FOSDL. $\rho, s \ \vdash_* \ \gamma$ ssi $\gamma \in \bigcup E_{\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}),\psi(\overrightarrow{x}))}$ où $\bigcup E_{\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}),\psi(\overrightarrow{x}))}$ est l'union de toutes les extensions de $\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$.*

De plus, nous notons $Th_*(E) = \{\varphi \ : \ E \vdash_* \varphi$ et φ est fermée$\}$.

Revenons sur notre définition de $\vdash_*$. Classiquement, il y a deux façons de définir $\vdash_*$:
– *existentiellement*, c'est-à-dire que $\rho, s \ \vdash_* \ \gamma$ ssi il y a *une* extension de $\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$ qui contient γ
– *universellement*, c'est-à-dire que $\rho, s \ \vdash_* \ \gamma$ ssi γ apparaît dans *toutes* les extensions de $\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$

Malheureusement, ces deux définitions ne nous satisfont pas : si l'on utilise l'inférence existentielle, nous ne pouvons pas détecter de contradictions (par exemple $O\varphi$ serait dans E_1 et $O\neg\varphi$ serait dans E_2), et si l'on utilise l'inférence universelle, nous n'obtiendrons pas une réglementation complète (s'il y a plus d'une extension, cela signifie que deux règles différentes concernant la même proposition peuvent être appliquées).

Pourquoi alors utiliser l'union de toutes les extensions de $\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$? Cela représente en fait l'ensemble qui contient toutes les obligations, permissions et interdictions qui peuvent être déduites de la réglementation (en utilisant des défauts ou pas). Tout agent appliquant la réglementation doit trouver le comportement à adopter dans cet ensemble.

On peut alors se demander si l'utilisation de l'union de toutes les extensions possibles peut mener à une contradiction. Mais, comme nous le verrons dans la section **??**, une seule extension sera obtenue dans les cas qui nous intéressent.

L'étape suivante est de définir les conditions sous lesquelles la réglementation est complète et cohérente avec cette nouvelle inférence.

3.2 Cohérence et complétude de la régulation complétée

Nous étendons tout d'abord les définitions **??**, **??** et **??** en utilisant $\vdash_*$ à la place de $\vdash$ dans ces définitions. Pour distinguer les nouvelles notions de cohérence et de complétude des anciennes, nous utiliserons $*$ comme préfixe (par exemple, nous écrirons « $*$-cohérence ») ou écrirons « pour $\vdash_*$ » (par exemple, nous écrirons « cohérent pour $\vdash_*$ »).

Le résultat principal concernant la complétude et la cohérence de la réglementation obtenue en utilisant la théorie des défauts définie précédemment est présenté dans la proposition suivante.

Proposition 2 *Considérons un ensemble de contraintes d'intégrité IC, une réglementation ρ cohérente avec IC et un état du monde s cohérent avec IC et tel que $\rho \cup s$ est cohérent. Soient $\varphi(\overrightarrow{x})$ et $\psi(\overrightarrow{x})$ deux formules objectives vérifiant la définition **??** et $\Delta_{\rho,s}(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$ la théorie des défauts correspondante.*

Les propositions suivantes sont équivalentes :

1. *pour tout vecteur $\overrightarrow{a}$ de termes de base, si $s \ \vdash \ \varphi(\overrightarrow{a})$, $\rho, s \ \nvdash \ O\psi(\overrightarrow{a})$, $\rho, s \ \nvdash \ P\psi(\overrightarrow{a})$ et $\rho, s \ \nvdash \ F\psi(\overrightarrow{a})$ (i.e. ρ n'est pas $(\varphi(\overrightarrow{a}), \psi(\overrightarrow{a}))$-complète dans s), alors $s \vdash E_F(\overrightarrow{a}) \otimes E_P(\overrightarrow{a}) \otimes E_F(\overrightarrow{a})$.*

2. *ρ est cohérent et $(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$-complète pour $\vdash_*$ dans s.*

Cette proposition caractérise les conditions nécessaires et suffisantes pour que les défauts puissent compléter de façon cohérente une réglementation incomplète. Plus précisément, cette proposition signifie que si chaque fois que la réglementation ne permet pas de dériver le comportement attendu alors un seul des E_i est vrai, alors les défauts complètent de façon cohérente la réglementation (un et un seul défaut sera appliqué pour une $\psi(\overrightarrow{a})$ particulière).

Exemple 4 *Considérons l'exemple précédent et $s_1 = \{Driver(A), TL(T), IFO(A,T), Vehicle(A, truck), Color(T, red)\}$. ρ est incomplète dans s_1 pour $\varphi_0(x,t) \equiv Driver(A) \wedge TL(T) \wedge IFO(A,T)$ et $\psi_0(x,t) \equiv Stop(A,T)$ in s_1.*

Posons $E_F(x,t) = Vehicle(x, truck) \wedge Color(t, green)$, $E_P(x,t) = Vehicle(x, truck) \wedge Color(t, orange)$ et $E_O(x,t) = Vehicle(x, truck) \wedge Color(t, red)$, alors $s_1 \vdash E_O(A,T)$. Donc ρ est cohérente et $(\varphi_0(x,t), \psi_0(x,t))$-complète pour $\vdash_*$ dans s_1.

Même si cette condition nécessaire et suffisante est intéressante en théorie, elle n'est pas réellement utile dans des cas concrets : pour vérifier que cette condition est satisfaite, nous devrions détecter chaque « trou » dans la réglementation. Cette détection est une opération que nous voulons éviter. C'est pourquoi nous proposons des conditions plus générales qui sont suffisantes, mais non nécessaires, pour pouvoir compléter la réglementation. Nous présentons ainsi deux corollaires immédiats de la définition précédente.

Corollaire 1 *Si*

$$s \vdash \forall \overrightarrow{x}\ \varphi(\overrightarrow{x}) \rightarrow E_O(\overrightarrow{x}) \otimes E_F(\overrightarrow{x}) \otimes E_P(\overrightarrow{x})$$

alors ρ est cohérente et $(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$-complète par rapport à IC pour $\vdash_*$ dans s.

Exemple 5 *Considérons $s_2 = \{Driver(A), TL(T), IFO(A,T), Vehicle(A, bike), Color(T, red)\}$. s_2 est cohérent avec IC. Considérons la réglementation définie dans l'exemple* **??**.

Cette fois, considérons $E_F(x,t) = Color(t, green)$, $E_P(x,t) = Color(t, orange)$ et $E_O(x,t) = Color(t, red)$. $s_2 \vdash E_O(A,T)$. Donc ρ est $*$-cohérente et $*$-complète pour $\varphi_0(x,t)$ et $\psi_0(x,t)$ dans s_2. Mais on a également $s_1 \vdash E_O(A,T)$, donc ρ est $*$-cohérente et $(\varphi_0(x,t), \psi(x,t))$-complète pour $\vdash_*$ dans s_1. Ces E_i plus généraux permettent d'avoir une réglementation complète pour tout type de véhicule.

Corollaire 2 *Si*

$$IC \vdash \forall \overrightarrow{x}\ E_O(\overrightarrow{x}) \otimes E_F(\overrightarrow{x}) \otimes E_P(\overrightarrow{x})$$

alors ρ est cohérent et $(\varphi(\overrightarrow{x}), \psi(\overrightarrow{x}))$-complète par rapport à IC pour $\vdash_*$.

Exemple 6 *$IC \vdash \forall t\ Color(t, red) \otimes Color(t, green) \otimes Color(t, orange)$. Donc ρ est $*$-cohérente et $(\varphi_0(x,t), \psi_0(x,t))$-complète pour $\vdash_*$.*

IC spécifie qu'un feu tricolore n'a qu'une et une seule couleur parmi Red, $Orange$ et $Green$. S'il y a un E_i pour chaque couleur, nous sommes sûrs que quelque soit la situation, nous pouvons appliquer un et un seul défaut s'il y a un « trou » dans la réglementation.

Une autre solution serait de prendre des E_i fixés. Par exemple, nous pourrions prendre un E_i égal à $\top$ et les deux autres à $\bot$. On peut distinguer trois cas :

- supposons que $E_F \equiv \top$, $E_P \equiv \bot$ et $E_O \equiv \bot$. Dans ce cas, tout ce qui n'est pas spécifié comme obligatoire ou permis par la réglementation est interdit. Ce comportement strict peut être observé par exemple dans les réglementations qui régissent un système hautement sécurisé où chaque action doit être explicitement autorisé avant d'être exécutée.
- supposons que $E_F \equiv \bot$, $E_P \equiv \top$ et $E_O \equiv \bot$. Nous sommes ici dans la situation opposée : tout ce qui n'est pas obligatoire ou interdit est permis. Ce comportement « tolérant » peut être observé par exemple pour des réglementations pour certains systèmes faiblement sécurisés dans lesquels tout ce qui n'est pas obligatoire ou interdit est implicitement permis.
- supposons que $E_F \equiv \bot$, $E_P \equiv \bot$ et $E_O \equiv \top$. Dans ce cas, chaque action qui n'est pas interdite ou permise doit être exécutée.

4 Exemples de réglementations : politiques d'échange d'information

Une politique d'échange d'information est une réglementation qui contraint le comportement des agents d'un système multi-agents en ce qui concerne la communication des informations. Pour décrire de telles politiques, nous avons besoin de cinq symboles de prédicats : $Agent$, $Info$, $Receive$, $Topic$ et $Tell$. $Agent(x)$ signifie que x est un agent, $Info(i)$ signifie que i est une information, $Receive(x, i)$ signifie que l'agent x reçoit l'information i. $Topic(i, t)$ signifie que l'information i traite du sujet t. $Tell(x, i, y)$ signifie que l'agent x envoie à l'agent y une information i. Nous définissons également les constantes a, b, i_1, $EqtCheck$, $ExpRisk$, $Meeting$ et $EqtOutOfOrder$.

La cohérence de telles politiques est définie par la définition **??** et leur complétude est définie en instanciant la définition **??** avec les formules spécifiques suivantes :

$$\begin{aligned}\varphi(x,i,y) \equiv & Agent(x) \wedge Info(i) \wedge Receive(x,i) \wedge \\ & Agent(y) \wedge \neg(x = y)\\ \psi(x,i,y) \equiv & Tell(x,i,y)\end{aligned}$$

Cela conduit à la définition suivante :

Définition 20 *Soient IC un ensemble de contraintes d'intégrité, s un état du monde cohérent avec IC et ρ une réglementation cohérente dans s par rapport à IC. ρ est complète par rapport à IC dans s pour $\vdash$ ssi pour toute substitution de base χ telle que $s \vdash Agent(\chi(x)) \wedge Info(\chi(y)) \wedge Receive(\chi(x), \chi(i)) \wedge Agent(\chi(y)) \wedge \neg(\chi(x) = \chi(y))$:*

$$\rho, s \vdash O\,Tell(\chi(x), \chi(i), \chi(y)) \text{ ou}$$
$$\rho, s \vdash F\,Tell(\chi(x), \chi(i), \chi(y)) \text{ ou}$$
$$\rho, s \vdash P\,Tell(\chi(x), \chi(i), \chi(y))$$

Les défauts sont donc les suivants :

$$(DF_{\varphi,\psi}) \quad \frac{\varphi(x,i,y) \wedge E_F(x,i,y) : F\,Tell(x,i,y)}{F\,Tell(x,i,y)}$$
$$(DP_{\varphi,\psi}) \quad \frac{\varphi(x,i,y) \wedge E_P(x,i,y) : P\,Tell(x,i,y)}{P\,Tell(x,i,y)}$$
$$(DO_{\varphi,\psi}) \quad \frac{\varphi(x,i,y) \wedge E_O(,i,y) : O\,Tell(x,i,y)}{O\,Tell(x,i,y)}$$

Les résultats donnés dans la section **??** sont valides. En particulier, nous pouvons toujours définir trois cas :

- $E_F \equiv \top$, $E_P \equiv \bot$ et $E_O \equiv \bot$.
  Cela s'applique à des systèmes multi-agents hautement sécurisés dans lesquels toute action de communication doit être explicitement obligatoire ou permises pour être exécutée.
- $E_F \equiv \bot$, $E_P \equiv \top$ et $E_O \equiv \bot$.
  Ce cas s'applique à des systèmes faiblement sécurisés dans lesquels toute action de communication qui n'est pas explicitement interdite est autorisée.
- $E_F \equiv \bot$, $E_P \equiv \bot$ et $E_O \equiv \top$.
  Dans ce cas, à moins que cela ne soit explicitement mentionné, l'envoi d'information est obligatoire.

Pour illustrer cela, considérons l'exemple d'une entreprise dans laquelle il y a un manager et deux employés. Considérons la politique π_0 avec une seule règle précisant que « *les managers ne doivent pas informer les employés des informations concernant la vérification des équipements* ». Cette règle est modélisée par[7]

$$\begin{aligned}\forall x \forall i \forall y\ & Manager(x) \wedge Employee(y) \wedge \\ & Receive(x,i) \wedge Topic(i, EqtChk) \rightarrow \\ & O\neg Tell(x,i,y)\end{aligned}$$

Considérons $IC = \emptyset$ (il n'y a pas de contraintes d'intégrité) et l'état du monde $s_0 = \{Agent(a), Agent(b), Manager(a), Employee(b), Info(i_1), Topic(i_1, ExpRisk), Receive(a, i_1)\}$. Dans cette situation, a est un manager et b un employé. a a reçu une information i_1 dont le sujet est « risque d'explosion ».

Comme π_0 ne contient qu'une et une seule règle et s_0 est cohérent avec IC, π_0 est cohérente dans s_0.

Cependant, nous avons $s_0 \vdash Agent(a) \wedge Info(i_1) \wedge Receive(a, i_1) \wedge Agent(b) \wedge \neg(a = b)$ mais $\pi_0, s_0 \nvdash O(Tell(a, i_1, b))$ et $\pi_0, s_0 \nvdash P(Tell(a, i_1, b))$ et $\pi_0, s_0 \nvdash F(Tell(a, i_1, b))$. Donc π_0 est incomplète pour $\vdash$.

L'incomplétude vient du fait que la politique contraint le comportement du manager si il ou elle reçoit une information à propos de la vérification des équipements, mais elle ne dit rien par

[7] Les noms de prédicats sont évidents et ne sont pas définis formellement dans le langage.

rapport aux informations concernant les risques d'explosion.

Pour pouvoir compléter la politique précédente, nous pourrions prendre $E_F(x, y, i) = Topic(i, EqtChk)$, $E_P(x, y, i) = \bot$ et $E_O(x, y, i) = Topic(i, ExpRisk)$. Un tel choix oblige le manager à dire à ses employés les informations concernant les risques d'explosion. On peut vérifier que π_0 est cohérente et complète pour $\vdash_*$ dans s_0 pour $\varphi(x, i, y)$ et $\psi(x, i, y)$.

Considérons maintenant que IC contient la contrainte « *une information a un et un seul sujet et ce sujet peut être EqtChk, ExpRisk, Meeting ou EqtOutOfOrder* ». Prenons

$$\begin{aligned} E_F(x, y, i) \equiv & Topic(i, EqtChk) \vee \\ & Topic(i, Meeting) \\ E_P(x, y, i) \equiv & Topic(i, EqtOutOfOrder) \\ E_O(x, y, i) \equiv & Topic(i, ExpRisk) \end{aligned}$$

On peut alors appliquer le corollaire **??** pour conclure que π_0 est $*$-complète et $*$-cohérente pour $\varphi(x, i, y)$ et $\psi(x, i, y)$.

5 Conclusion

Dans cet article, nous nous sommes intéressés à l'analyse de la cohérence et de la complétude de réglementations qui peuvent exister dans des sociétés d'agents pour contraindre leur comportement.

Plus précisément, nous avons défini un cadre logique et montré comment exprimer une réglementation dans ce cadre. Nous avons alors donné une définition de la cohérence et de la complétude d'une réglementation. La définition de la complétude que nous avons donnée est assez générale. Nous nous sommes également intéressés aux réglementations incomplètes et proposé une méthode pour compléter ces réglementations en utilisant des défauts. Nous avons établi plusieurs résultats qui montrent quand ces défauts peuvent compléter de façon cohérente une réglementation.

Bien que ces notions (sauf les défauts) soient déjà présentées dans [**?**, **?**], nous avons étendu ces travaux précédents sur deux points :

– premièrement, nous avons utilisé une logique modale du premier ordre pour représenter les réglementations. Ceci nous a permis de clairement distinguer les propriétés des objets des notions déontiques et de garder l'expressivité de FOL pour les propriétés des objets.
– deuxièmement, l'approche prise dans les papiers précédents pour compléter la réglementation était d'étendre la CWA (*Closed World Assumption*) définie par Reiter pour compléter des bases de données du premier ordre [**?**]. Nous avons choisi ici d'utiliser le raisonnement par défaut, qui est une solution plus élégante.

La notion de complétude développée ici est en fait une sorte de « complétude locale », dans le sens où nous demandons d'avoir $O(\psi(X))$, $P(\psi(X))$ ou $F(\psi(X))$ seulement pour la proposition $\phi(X)$. Cela se rapproche de la notion de complétude introduite dans le domaine des bases de données par [**?**] et [**?**], qui ont remarqué que certaines contraintes d'intégrité exprimées sur une base de données sont des règles à propos de ce que la base de données devrait savoir (où, pour le dire différemment, ce sont des règles portant sur ce qui devrait être déduit de la base de données). Par exemple, la contrainte d'intégrité « tout employé a un numéro de téléphone, un numéro de fax ou une adresse mail » exprime en fait que, pour tout employé contenu dans la base de données, celle-ci connaît son numéro de téléphone, son numéro de fax ou son adresse mail[8]. Comme précisé par Reiter [**?**], cette contrainte d'intégrité exprime une sorte de complétude locale de la base de données. Les défauts de Reiter peuvent être utilisé pour compléter la base de données dans de tels cas. Par exemple, une des règles pourrait être que si la base de données ne contient pas les informations demandées pour un employé donné, alors on pourrait supposer que le numéro de téléphone de cet employé est celui de son département.

L'étude du lien formel existant entre la complétude introduite dans ce papier et la notion de complétude locale constitue une extension intéressante de ce travail.

De plus, pour pouvoir travailler avec des réglementations plus générales, ce travail doit être étendu, en particulier en considérant des notions comme le temps et l'action. Comme montré dans [**?**], la question du temps est très importante lorsque l'on modélise des réglementations et nous devront considérer différents types de

[8] Cela n'empêche pas bien sûr que dans le monde réel, un employé de l'entreprise n'a ni numéro de téléphone, ni numéro de fax, ni adresse mail.

temps parmi lesquels, au moins, le temps de validité des normes et les *deadlines* imposées sur les obligations. Dans beaucoup d'exemples présentés ici, les prédicats concernés par les opérateurs déontiques représentent des actions (dire, stopper etc.). L'addition d'un opérateur modal dynamique et/ou temporel pourrait être intéressant. Nous obtiendrions alors une logique multimodale avec une très bonne expressivité.

Enfin, nous avons développé ici un modèle très simple des notions déontique en utilisant SDL et nombre de problèmes classiques en logique déontique ne sont pas traités ici : normes avec exceptions, contrary-to-duties, obligations collectives etc. Une autre extension de ce travail serait de définir une logique qui permettrait de traiter ces problèmes.