



## Prédominance de Connaissances Subsumées en Logique Classique

---

**Ph. Besnard, É. Grégoire, S. Ramon**

Journées de l'Intelligence Artificielle Fondamentale

22 mai 2012 - Toulouse

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

Exemple 1 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *interrupteur\_on*  $\Rightarrow$  *piece\_eclairée*
- 2 *interrupteur\_on*

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

Exemple 1 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$

2  $interrupteur\_on$

$\Gamma \models piece\_eclairée$

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

## Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow piece\_eclairée$

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

## Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *interrupteur\_on*  $\Rightarrow$  *piece\_eclairée*
- 2 *interrupteur\_on*
- g (*interrupteur\_on*  $\wedge$   $\neg$ *ampoule\_cassee*)  $\Rightarrow$  *piece\_eclairée*

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

## Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow piece\_eclairée$

➡ g ne génère pas de **conflit logique**

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

## Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$

2  $interrupteur\_on$

g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow$   
 $piece\_eclairée$

$\Gamma \models piece\_eclairée$

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

⇒ **g n'est pas nécessairement plus informative**

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

1 *silos\_nucleaires*

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

|||▶ **g** ne génère pas de **conflit logique**

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

1 *silos\_nucleaires*

g *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

$\Gamma \models \textit{silos\_nucleaires}$

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**
- **Problème** : Comment permettre à cette information d'**inhiber les informations permettant sa déduction** ?

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Problématique

- **Contexte** : Insertion d'une information **déjà déductible** dans un ensemble de connaissances **compatible**
- **Problème** : Comment permettre à cette information de **prédominer** ?

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Plan

## Prédominance en logique classique

- Caractérisation logique
- Solution générale
- Étude algorithmique
- Expérimentations

# Plan

## Prédominance en logique classique

- **Caractérisation logique**
- Solution générale
- Étude algorithmique
- Expérimentations

# Caractérisation logique

## Problème technique

### Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow piece\_eclairée$

# Caractérisation logique

## Problème technique

### Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow piece\_eclairée$

⇒ g ne peut **prédominer** par elle-même

# Caractérisation logique

## Problème technique

### Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow piece\_eclairée$

⇒  $g$  est **déjà déductible** de  $\Gamma$

# Caractérisation logique

## Problème technique

## Exemple 1 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow piece\_eclairée$

impliquant strict de g

# Caractérisation logique

Problème technique

# Caractérisation logique

## Problème technique

## Exemple 2 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

impliquant strict de *g*

# Caractérisation logique

Problème technique

► Un **impliquant** peut être **dérivé à partir de plusieurs formules**

# Caractérisation logique

## Problème technique

### Exemple 3 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *importation\_massive\_aluminium*
- 2 *importation\_massive\_aluminium*  $\Rightarrow$  *silos\_nucleaires*
- g *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

impliquant strict de *g*

# Caractérisation logique

## Problème technique

Comment transformer  $\Gamma$  en  $\Gamma'$  t.q.  $\Gamma' \models g$  et  $\Gamma' \not\models f$  pour tout impliquant strict  $f$  de  $g$  ?

## Exemple 3 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *importation\_massive\_aluminium*
- 2 *importation\_massive\_aluminium*  $\Rightarrow$  *silos\_nucleaires*
- g *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Caractérisation logique

## Problème technique

Comment transformer  $\Gamma$  en  $\Gamma'$  t.q.  $\Gamma' \models g$  et  $\Gamma' \not\models f$  pour tout impliquant strict  $f$  de  $g$  ?

## Exemple 3 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *importation\_massive\_aluminium*
- 2 *importation\_massive\_aluminium*  $\Rightarrow$  *silos\_nucleaires*
- g *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Caractérisation logique

## Problème technique

Comment transformer  $\Gamma$  en  $\Gamma'$  t.q.  $\Gamma' \models g$  et  $\Gamma' \not\models f$  pour tout impliquant strict  $f$  de  $g$  ?

## Exemple 3 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *importation\_massive\_aluminium*
- 2 *importation\_massive\_aluminium*  $\Rightarrow$  *silos\_nucleaires*
- g *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Caractérisation logique

## Problème technique

Comment transformer  $\Gamma$  en  $\Gamma'$  t.q.  $\Gamma \models g$  et  $\Gamma'$  ne subsume pas  $g$  ?

## Exemple 3 : Soit $\Gamma$ un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *importation\_massive\_aluminium*
- 2 *importation\_massive\_aluminium*  $\Rightarrow$  *silos\_nucleaires*
- g *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Plan

## Prédominance en logique classique

- Caractérisation logique
- **Solution générale**
- Étude algorithmique
- Expérimentations

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

**Contracter**  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

▶ Choix d'une **famille d'opérateurs de contraction peu contrainte**

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 1 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow$   
 $piece\_eclairée$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 1 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $interrupteur\_on \Rightarrow piece\_eclairée$
- 2  $interrupteur\_on$
- g  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow piece\_eclairée$

impliquant strict de  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

**Contracter**  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 1 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1**  $interrupteur\_on$

**g**  $(interrupteur\_on \wedge \neg ampoule\_cassée) \Rightarrow$   
 $piece\_eclairée$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis **ajouter**  $g$

Exemple 1 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *interrupteur\_on*
- 2  $(\text{interrupteur\_on} \wedge \neg \text{ampoule\_cassée}) \Rightarrow$   
*pièce\_eclairée*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 1 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1 *interrupteur\_on*

2  $(\textit{interrupteur\_on} \wedge \neg \textit{ampoule\_cassée}) \Rightarrow$   
*pièce\_eclairée*

$$\Gamma' \models g$$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 1 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *interrupteur\_on*
- 2  $(\text{interrupteur\_on} \wedge \neg \text{ampoule\_cassée}) \Rightarrow \text{pièce\_éclairée}$

$\Gamma'$  ne subsume pas  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 1 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *interrupteur\_on*
- 2  $(\text{interrupteur\_on} \wedge \neg \text{ampoule\_cassée}) \Rightarrow \text{piece\_eclairée}$

⇒  $g$  prédomine dans  $\Gamma'$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1** *silos\_nucleaires*

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

impliquant strict de  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

**Contracter**  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 2 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis **ajouter**  $g$

Exemple 2 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 2 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

$$\Gamma' \models g$$

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 2 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

$\Gamma'$  ne subsume pas  $g$

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 2 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

➡  $g$  prédomine dans  $\Gamma'$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *importation\_massive\_aluminium*
- 2 *importation\_massive\_aluminium*  $\Rightarrow$  *silos\_nucleaires*
- g *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1 *importation\_massive\_aluminium*
  - 2 *importation\_massive\_aluminium*  $\Rightarrow$  *silos\_nucleaires*
- g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

impliquant strict de  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

**Contracter**  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**g** *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis **ajouter**  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1  $silos\_nucleaires \vee silos\_grains$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

$$\Gamma' \models g$$

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

$\Gamma'$  ne subsume pas  $g$

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

➡  $g$  prédomine dans  $\Gamma'$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 3 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1 *silos\_nucleaires*  $\vee$  *silos\_grains*

➡ Cette solution apparente n'est pourtant **pas suffisante**

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

➡ L'ajout de  $g$  peut “**créer**” ou “**réactiver**” des impliquants stricts de  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1**  $\neg \text{silos\_grains}$

**g**  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1**  $\neg \text{silos\_grains}$

**g**  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

Pas d'impliquant de  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

**Contracter**  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma$  un ensemble de formules propositionnelles

**1**  $\neg \text{silos\_grains}$

**g**  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis **ajouter**  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $\neg \text{silos\_grains}$
- 2  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1  $\neg \text{silos\_grains}$

2  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

$\Gamma' \models g$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1  $\neg \text{silos\_grains}$

2  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

$\Gamma'$  subsume  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

1  $\neg \text{silos\_grains}$

2  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

impliquant strict de  $g$

# Solution apparente

## Solution apparente

Contracter  $\Gamma$  de tous les impliquants stricts  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Exemple 4 : Soit  $\Gamma'$  un ensemble de formules propositionnelles

- 1  $\neg \text{silos\_grains}$
- 2  $\text{silos\_nucleaires} \vee \text{silos\_grains}$

➡ Une solution **plus élaborée** doit être envisagée

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant strict  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant strict  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

➡ **Aucun impliquant strict** de  $g$  ne pourra être dérivé lors de l'ajout de  $g$

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout **impliquant strict**  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout **impliquant premier**  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

▶▶▶ Il est suffisant de ne considérer que les **impliquants premiers** de  $g$

# Solution générale

Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

► **Unicité** de l'opération ?

# Solution générale

Solution générale ( $\oplus'$ )

**Contracter**  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

▶ **Unicité** de l'opération : **contraction multiple** [FH94]

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Propriétés de $\Gamma' = \Gamma \oplus' g$

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Propriétés de $\Gamma' = \Gamma \oplus' g$

- $\Gamma'$  est cohérent

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Propriétés de $\Gamma' = \Gamma \oplus' g$

- $\Gamma'$  est cohérent
- $\Gamma' \models g$

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Propriétés de $\Gamma' = \Gamma \oplus' g$

- $\Gamma'$  est cohérent
- $\Gamma' \models g$
- $\Gamma'$  ne subsume pas  $g$

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Propriétés de $\Gamma' = \Gamma \oplus' g$

- $\Gamma'$  est cohérent
- $\Gamma' \models g$
- $\Gamma'$  ne subsume pas  $g$
- Si  $\Gamma \not\models g \Rightarrow f$  pour tout impliquant strict  $f$  de  $g$  alors  $\Gamma' = \Gamma \cup \{g\}$

# Solution générale

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Propriétés de $\Gamma' = \Gamma \oplus' g$

- $\Gamma'$  est cohérent
- $\Gamma' \models g$
- $\Gamma'$  ne subsume pas  $g$
- Si  $\Gamma \not\models g \Rightarrow f$  pour tout impliquant strict  $f$  de  $g$  alors  $\Gamma' = \Gamma \cup \{g\}$

▶ Piste de postulat de **vacuité** pour un **opérateur de prédominance**

# Plan

## Prédominance en logique classique

- Caractérisation logique
- Solution générale
- **Étude algorithmique**
- Expérimentations

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

Complexité élevée

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

➡ **Complexité élevée** : opérateurs AGM ( $2^{\text{ieme}}$  niveau de *PH*)

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

➡ **Complexité élevée** : test de satisfiabilité (*NP-complet*)

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

➡ **Complexité élevée** : test de satisfiabilité (souvent efficace dans le cas clausal)

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis **ajouter  $g$**

## Algorithmes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes : MUSes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les **sources d'incohérence** de  $\Gamma \cup \{-(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

▹ **MUSes** : ensembles minimalement incohérents

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes : MUSes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les **sources d'incohérence** de  $\Gamma \cup \{-(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

▸ **MUSes** : explications **les plus fines** d'une incohérence

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes : MUSes

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les **sources d'incohérence** de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

▹ **MUSes** : détection & énumération exhaustive **intraitables**

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes : MUSes, Couverture

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{-(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les clauses responsables
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

▹ Couverture de MUSes : **approximation** de cet ensemble exhaustif

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes : MUSes, Couverture

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les **clauses responsables**
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

▸ Une même clause peut **participer à plusieurs sources d'incohérence**

# Étude algorithmique

## Solution générale ( $\oplus'$ )

Contracter  $\Gamma$  de  $g \Rightarrow f$  pour tout impliquant premier  $f$  de  $g$  puis ajouter  $g$

## Algorithmes : MUSes + Filtrage, Couverture + Filtrage

- Pour toute plus grande sous-clause stricte  $f$  de  $g$ 
  - Extraire les sources d'incohérence de  $\Gamma \cup \{\neg(g \Rightarrow f)\}$
- Pour chaque source d'incohérence extraite
  - Présenter à l'utilisateur les **clauses les plus responsables**
  - Retirer les clauses responsables choisies par l'utilisateur
- Ajouter  $g$

▹ Filtrage topographique : principe de **changement minimal**

# Plan

## Prédominance en logique classique

- Caractérisation logique
- Solution générale
- Étude algorithmique
- **Expérimentations**

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS :

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : calcul exhaustif des MUSes [LIF05]

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : **test de cohérence** [LIF05]

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test

► Une nouvelle information **ne contredit qu'une petite partie** d'un système

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test

▶ MUSes de **taille modeste** et en **nombre restreint** (~~benchmarks-SAT~~)

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test

➡ **Lien fort** entre l'instance de  $\Gamma$  et celle de  $g$  (**benchmarks-SAT**)

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test **générées**

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test **générées**
  - MUSes de taille modeste ( $m$ ) et en nombre restreint ( $n$ )

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test **générées**
  - MUSes de taille modeste ( $m$ ) et en nombre restreint ( $n$ )
  - Intersection non vide des MUSes

▮ Les **sources d'incohérence** d'un problème sont **corrélées**

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

- Utilisation d'outils performants
  - HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
  - OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
  - CAMUS : test de cohérence [LIF05]
- $\Gamma$  et  $g$  sont des instances de test **générées**
  - MUSes de taille modeste ( $m$ ) et en nombre restreint ( $n$ )
  - Intersection non vide des MUSes
  - % de clauses non responsables très élevée ( $p$ )

# Expérimentations (1/2)

## Expérimentations des algorithmes

### ■ Utilisation d'outils performants

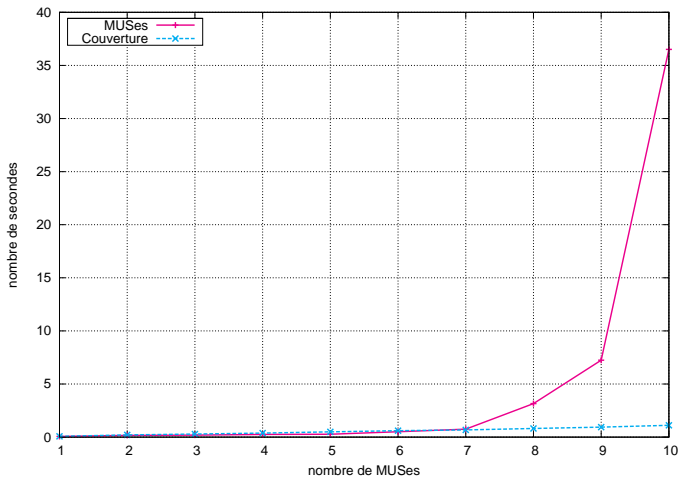
- HYCAM : calcul exhaustif des MUSes [GMP07]
- OMUS : calcul d'un MUS [GMP06]
- CAMUS : test de cohérence [LIF05]

### ■ $\Gamma$ et $g$ sont des instances de test **générées**

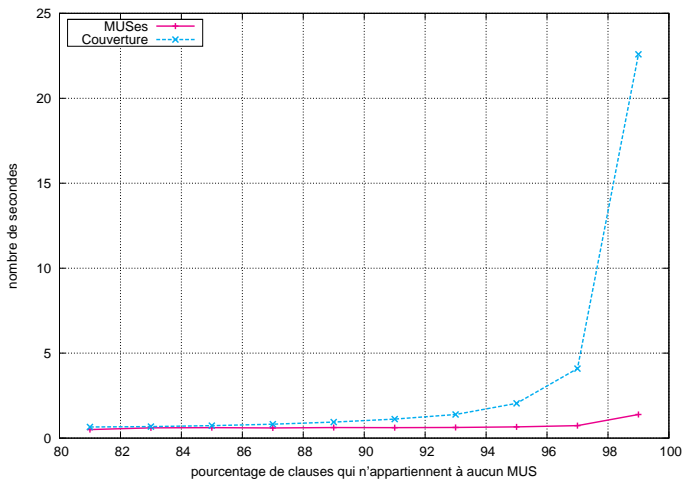
- MUSes de taille modeste ( $m$ ) et en nombre restreint ( $n$ )
- Intersection non vide des MUSes
- % de clauses non responsables très élevée ( $p$ )

➡ Génération d'instances en faisant varier ( $n$ ), ( $m$ ), ( $p$ ) et la taille de  $g$

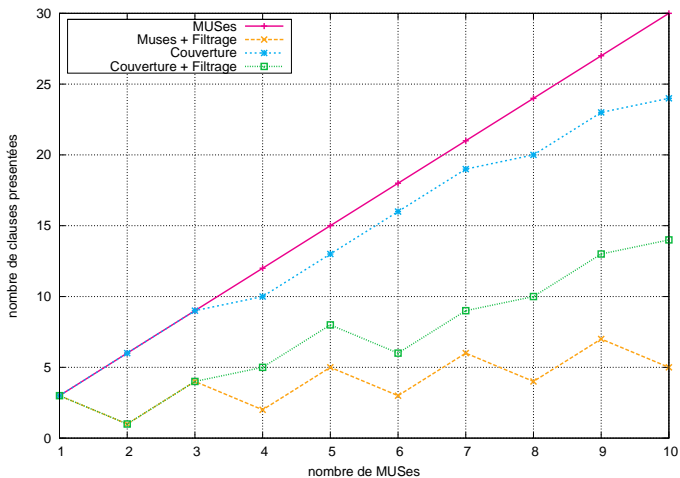
# Expérimentations (2/2)



# Expérimentations (2/2)



# Expérimentations (2/2)



# Plan

## Prédominance en logique classique

- Caractérisation logique
- Solution générale
- Étude algorithmique
- Expérimentations

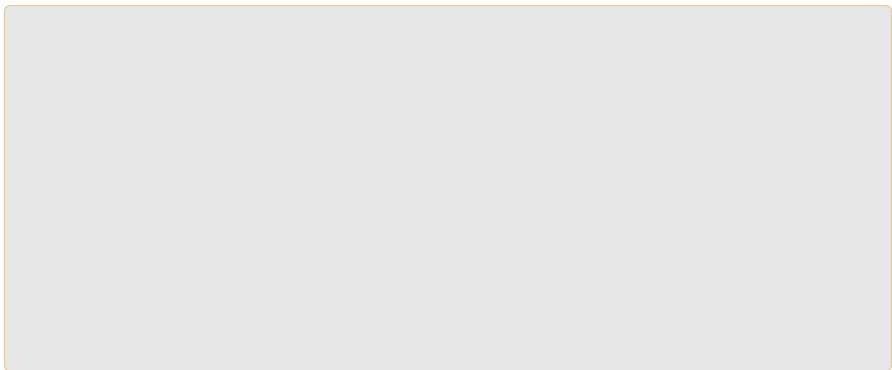
# Plan

## Prédominance en logique classique

- Caractérisation logique
- Solution générale
- Étude algorithmique
- Expérimentations

▣ [KSEM'11]

# Perspectives



# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [\[SEKE'12\]](#)

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [[SEKE'12](#)]
- Extension à la **prédominance partielle**

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [[SEKE'12](#)]
- Extension à la **prédominance partielle**
  
- Extension à la **logique du premier ordre**

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [SEKE'12]
- Extension à la **prédominance partielle**
  
- Extension à la **logique du premier ordre**
- Extension aux **logiques non monotones**

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [SEKE'12]
- Extension à la **prédominance partielle**
  
- Extension à la **logique du premier ordre**
- Extension aux **logiques non monotones** [ECSQARU'11]

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [SEKE'12]
- Extension à la **prédominance partielle**
  
- Extension à la **logique du premier ordre**
- Extension aux **logiques non monotones** [ECSQARU'11]
  
- Étude dans le cadre du **changement de croyances**

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [SEKE'12]
- Extension à la **prédominance partielle**
  
- Extension à la **logique du premier ordre**
- Extension aux **logiques non monotones** [ECSQARU'11]
  
- Étude dans le cadre du **changement de croyances** [ECAI'12, NMR'12]

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [SEKE'12]
- Extension à la **prédominance partielle**
  
- Extension à la **logique du premier ordre**
- Extension aux **logiques non monotones** [ECSQARU'11]
  
- Étude dans le cadre du **changement de croyances** [ECAI'12, NMR'12]
- Étude dans le cadre de la **fusion de règles de lois**

# Perspectives

- Proposition d'**algorithmes** pour le **cadre booléen**
- Étude du **caractère itératif** de notre solution [SEKE'12]
- Extension à la **prédominance partielle**
  
- Extension à la **logique du premier ordre**
- Extension aux **logiques non monotones** [ECSQARU'11]
  
- Étude dans le cadre du **changement de croyances** [ECAI'12, NMR'12]
- Étude dans le cadre de la **fusion de règles de lois** [FUSION'12]



## Prédominance de Connaissances Subsumées en Logique Classique

---

**Ph. Besnard, É. Grégoire, S. Ramon**

Journées de l'Intelligence Artificielle Fondamentale

22 mai 2012 - Toulouse