

Meltem ÖZTÜRK ESCOFFIER: ozturk@cril.fr

www.lamsade.dauphine.fr/~ozturk

Plan du cours

- *Séance 1*(5 décembre): choix social
- *Séance 2*(12 décembre): choix social + aide multicritère à la décision
- *Séance 3*(19 décembre): aide multicritère à la décision

Index

- Introduction
- Théorie du choix social
 - Introduction
 - Systèmes uninominaux
 - Systèmes par liste
 - Axiomatisation: Paradoxes, Théorèmes d'impossibilité
- Aide MultiCritère à la Décision

Théorie du Choix social

- Introduction
- Théorie du choix social
 - Introduction
 - Systèmes uninominaux
 - Systèmes par liste
 - Axiomatisation: Paradoxes, Théorèmes d'impossibilité
- Aide MultiCritère à la Décision

References

- D. Bouyssou, T. Marchant, M. Pirlot, P. Perny, A. Tsoukiàs, and Ph. Vincke. *Evaluation and decision models: a critical perspective*. Kluwer Academic, Dordrecht, 2000.
- K. J. Arrow. *Social Choice and Individual Values*.. Second Edition. Wiley. 1963. .
- A. K Sen. *Collective Choice and Social Welfare*.. 1970. .
- H. Moulin. *Axioms of Cooperative Decision Making*.. Cambridge University Press. 1988 .
- J. S. Kelly. *Arrow's Impossibility Theorems*.. Academic Press. 1978.

References

- J. S. Kelly. .Social Choice Theory: An Introduction.. Springer Verlag. 1988. .
- D. Bouyssou, P. Perny. .Aide multicritère à la décision et théorie du choix social. Nouvelles de la Science et des Technologies, 15. p 61-72. 1997. (disponible sur le web).

Théorie du Choix Social

- La recherche d'un mécanisme (système électoral ou méthode d'agrégation) permettant d'agréger de manière "**raisonnable**" les avis exprimés lors d'une **élection** par plusieurs *votants* concernant divers **candidats** de façon à déterminer un **vainqueur** (candidat élu) ou encore à **classer** par ordre de préférence les différents candidats.

Théorie du Choix Social

- La recherche d'un mécanisme (système électoral ou méthode d'agrégation) permettant d'agréger de manière "**raisonnable**" les avis exprimés lors d'une **élection** par plusieurs *votants* concernant divers **candidats** de façon à déterminer un **vainqueur** (candidat élu) ou encore à **classer** par ordre de préférence les différents candidats.
- Comment définir les **préférences collectives** d'un **groupe** (société) à partir des **préférences individuelles** de chacun de ses individus ?

Théorie du Choix Social

- Quelques travaux :

Théorie du Choix Social

- Quelques travaux :
 - le début : Borda (1781) et Condorcet(1785)

Théorie du Choix Social

- Quelques travaux :
 - le début : Borda (1781) et Condorcet(1785)
 - et après... résultats de Arrow (1951), May(1952), Black(1958) $\implies$ une immense littérature (voir Kelly (1991))

Théorie du Choix Social

- Quelques travaux :
 - le début : Borda (1781) et Condorcet(1785)
 - et après... résultats de Arrow (1951), May(1952), Black(1958) $\implies$ une immense littérature (voir Kelly (1991))
- Des résultats profonds :

Théorie du Choix Social

- Quelques travaux :
 - le début : Borda (1781) et Condorcet(1785)
 - et après... résultats de Arrow (1951), May(1952), Black(1958) $\implies$ une immense littérature (voir Kelly (1991))
- Des résultats profonds :
 - économie, politique, mathématiques appliquées, recherche opérationnelle, gestion, intelligence artificielle

Théorie du Choix Social

- Quelques travaux :
 - le début : Borda (1781) et Condorcet(1785)
 - et après... résultats de Arrow (1951), May(1952), Black(1958) $\implies$ une immense littérature (voir Kelly (1991))
- Des résultats profonds :
 - économie, politique, mathématiques appliquées, recherche opérationnelle, gestion, intelligence artificielle
 - deux prix de Nobel : K.J. Arrow (1951), A. K. Sen (1976)

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques
 - D'autres élections : universités, entreprises, etc.

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques
 - D'autres élections : universités, entreprises, etc.
 - Agrégation :

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques
 - D'autres élections : universités, entreprises, etc.
 - Agrégation :
 - Aide multicritère à la décision
 - Intelligence artificielle

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques
 - D'autres élections : universités, entreprises, etc.
 - Agrégation :
 - Aide multicritère à la décision
 - Intelligence artificielle
 - plusieurs agents avec différents priorités

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques
 - D'autres élections : universités, entreprises, etc.
 - Agrégation :
 - Aide multicritère à la décision
 - Intelligence artificielle
 - plusieurs agents avec différents priorités
 - différents règles de décision présentant différentes actions

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques
 - D'autres élections : universités, entreprises, etc.
 - Agrégation :
 - Aide multicritère à la décision
 - Intelligence artificielle
 - plusieurs agents avec différents priorités
 - différents règles de décision présentant différentes actions
 - Différents états de natures avec différentes conséquences

Théorie du Choix Social

- Applications :
 - Elections politiques
 - D'autres élections : universités, entreprises, etc.
 - Agrégation :
 - Aide multicritère à la décision
 - Intelligence artificielle
 - plusieurs agents avec différents priorités
 - différents règles de décision présentant différentes actions
 - Différents états de natures avec différentes conséquences
 - plusieurs critères, ...

Théorie du Choix Social: vocabulaire

- Groupe $\implies$ Société
- Membre du groupe $\implies$ Votant
- Alternatives $\implies$ Candidats
- Problèmes :
 - choix unique (ou sous-ensemble de candidats considérés équivalents)
 - rangement des candidats

Théorie du Choix Social: vocabulaire

- Groupe $\implies$ Société
- Membre du groupe $\implies$ Votant
- Alternatives $\implies$ Candidats
- Problèmes :
 - choix unique (ou sous-ensemble de candidats considérés équivalents)
 - rangement des candidats

La Notation...

Introduction

- Le choix du (des) candidat(s) va affecter toute la société
- Dans le choix du candidat, on doit prendre en compte l'opinion des membres de la société

Démocratie $\implies$ Elections $\implies$ Majorité

Introduction

- Des problèmes philosophiques: majorité vs. minorité

Introduction

- Des problèmes philosophiques: majorité vs. minorité
- Des problèmes politiques
 - démocratie directe ou indirecte
 - Comment va-t-on voter? Avec quelle fréquence?
 - Qui peut candidater?, etc.

Introduction

- Des problèmes philosophiques: majorité vs. minorité
- Des problèmes politiques
 - démocratie directe ou indirecte
 - Comment va-t-on voter? Avec quelle fréquence?
 - Qui peut candidater?, etc.
- Des Problèmes Techniques

Problèmes Techniques

Décision majoritaire: si il y a plus de personnes qui votent en faveur de a par rapport à b alors au final a doit être préféré à b .

- pas de problème quand il n'y a que deux candidats, de bonnes propriétés (ou presque...).
- comment étendre cette idée dans le cas de plusieurs candidats??

⇒ Plusieurs manières de faire!!

Hypothèses de travail

- Tout candidat est sincère
- Tout candidat est capable de comparer deux candidats (la relation R est complète) et même de les classer dans un préordre.

Petit rappel sur les ordres totaux, préordres totaux et ordres partiels....

Types d'élections

- Comment voter? :
 - Systèmes uninominaux : chaque votant indique son candidat préféré
 - Systèmes par liste : chaque votant précise l'ordre dans lequel il range les candidats
 - Autres : candidats acceptables ou non-acceptables, veto, candidats idéaux, etc.
- Comment agréger? : comment mettre ensemble les préférences individuelles?

Théorie du Choix social

- Introduction
- Théorie du choix social
 - Introduction
 - Systèmes uninominaux
 - Systèmes par liste
 - Axiomatisation: Paradoxes, Théorèmes d'impossibilité
- Aide MultiCritère à la Décision

Théorie du Choix social

Exemples

- Un seul tour (Système britannique)

Théorie du Choix social

Exemples

- Un seul tour (Système britannique)
 - *exemple 1* : dictature de la majorité

Exemples

- Un seul tour (Système britannique)
 - *exemple 1* : dictature de la majorité
 - *exemple 2* : respect de la majorité dans le système britannique

Exemples

- Un seul tour (Système britannique)
 - *exemple 1* : dictature de la majorité
 - *exemple 2* : respect de la majorité dans le système britannique
- Deux tours (Système français)

Exemples

- Un seul tour (Système britannique)
 - *exemple 1* : dictature de la majorité
 - *exemple 2* : respect de la majorité dans le système britannique
- Deux tours (Système français)
 - *exemple 3* : respect de la majorité dans le système français (sincérité, vote utile)

Exemples

- Un seul tour (Système britannique)
 - *exemple 1* : dictature de la majorité
 - *exemple 2* : respect de la majorité dans le système britannique
- Deux tours (Système français)
 - *exemple 3* : respect de la majorité dans le système français (sincérité, vote utile)
 - *exemple 4* : peut-il possible de manipuler?

Exemples

- Deux tours (Système français)
 - *exemple 5* : vaut-il mieux faire une campagne? (monotonicité)

Exemples

- Deux tours (Système français)
 - *exemple 5* : vaut-il mieux faire une campagne? (monotonicité)
 - *exemple 6* : paradoxe de “pêcheurs à la ligne”: vaut-il mieux aller pêcher que de voter? (incitation à la participation).

Exemples

- Deux tours (Système français)
 - *exemple 5* : vaut-il mieux faire une campagne? (monotonicité)
 - *exemple 6* : paradoxe de “pêcheurs à la ligne”: vaut-il mieux aller pêcher que de voter? (incitation à la participation).
 - *exemple 7* : vote en sous-comités (séparabilité).

Résumons

- Un système à deux tours est, seulement, un peu mieux qu'un système à un seul tour.
- et il a plusieurs problèmes
 - n'incite pas nécessairement à la participation ;
 - n'est pas monotone ;
 - n'est pas séparable ;
 - est manipulable ; ...

système à deux tours

Résumons

- Un système à deux tours est, seulement, un peu mieux qu'un système à un seul tour.
- et il a plusieurs problèmes
 - n'incite pas nécessairement à la participation ;
 - n'est pas monotone ;
 - n'est pas séparable ;
 - est manipulable ; ...

D'autres méthodes??

Vote majoritaire en cascade

Puisque le vote majoritaire marche bien pour deux candidats, utilisons cette idée sur l'ensemble des candidats :

on compare deux candidats, celui qui gagne est comparé à un troisième, et ainsi de suite...

Vote majoritaire en cascade

Puisque le vote majoritaire marche bien pour deux candidats, utilisons cette idée sur l'ensemble des candidats :

on compare deux candidats, celui qui gagne est comparé à un troisième, et ainsi de suite...

- *exemple 8*

Vote majoritaire en cascade

Puisque le vote majoritaire marche bien pour deux candidats, utilisons cette idée sur l'ensemble des candidats :

on compare deux candidats, celui qui gagne est comparé à un troisième, et ainsi de suite...

- *exemple 8*
- *exemple 9*

Vote majoritaire en cascade

Puisque le vote majoritaire marche bien pour deux candidats, utilisons cette idée sur l'ensemble des candidats :

on compare deux candidats, celui qui gagne est comparé à un troisième, et ainsi de suite...

- *exemple 8*
- *exemple 9*

Méthodes plus complexes??

Théorie du Choix social

- Introduction
- Théorie du choix social
 - Introduction
 - Systèmes uninominaux
 - Systèmes par liste
 - Axiomatisation: Paradoxes, Théorèmes d'impossibilité
- Aide MultiCritère à la Décision

Système par liste

principe: chaque votant précise le préordre dans lequel il range les candidats

- Méthode de Condorcet
- Méthode de Schwatz
- Méthode de Copeland
- Méthode de Borda

Qu'est-ce qu'on cherche?

Méthode démocratique:

- qui donne toujours un résultat?
- qui choisit le vainqueur de Condorcet quand il existe?
- qui n'est pas manipulable?
- qui est monotone, séparable, qui incite à la participation, ... ?

⇒ AXIOMATISATION

Théorie du Choix social

- Introduction
- Théorie du choix social
 - Introduction
 - Systèmes uninominaux
 - Systèmes par liste
 - Axiomatisation: Paradoxes, Théorèmes d'impossibilité
- Aide MultiCritère à la Décision

- si $n \geq 3$ (au moins trois candidats) sinon utilisé la majorité
- m votants (nombre fini de votants)
- les votants rangent les candidats
- problème : trouver une (des) méthode(s) qui satisfait (satisfont) un ensemble de conditions.

Quelles conditions?

Les conditions d'Arrow

- universalité : toute configuration de listes est admissible.

Les conditions d'Arrow

- universalité : toute configuration de listes est admissible.
- transitivité : la procédure doit fournir une relation transitive

Les conditions d'Arrow

- universalité : toute configuration de listes est admissible.
- transitivité : la procédure doit fournir une relation transitive
- unanimité : une procédure de vote et/ou d'agrégation ne doit pas contredire un avis unanime des votants

Les conditions d'Arrow

- universalité : toute configuration de listes est admissible.
- transitivité : la procédure doit fournir une relation transitive
- unanimité : une procédure de vote et/ou d'agrégation ne doit pas contredire un avis unanime des votants
- indépendance : le résultat de comparaison entre deux candidats ne dépend que de leur position relatives dans les listes ordonnées fournis par les votants

Les conditions d'Arrow

- universalité : toute configuration de listes est admissible.
- transitivité : la procédure doit fournir une relation transitive
- unanimité : une procédure de vote et/ou d'agrégation ne doit pas contredire un avis unanime des votants
- indépendance : le résultat de comparaison entre deux candidats ne dépend que de leur position relatives dans les listes ordonnées fournis par les votants
- absence d'un dictateur

Théorème d'Arrow (1951)

Théorème : Dès qu'il y a plus de trois candidats, aucune méthode satisfait simultanément les conditions d'universalité, d'unanimité, de transitivité, d'indépendance et de non-dictature.

Théorème d'Arrow (1951)

Théorème : Dès qu'il y a plus de trois candidats, aucune méthode satisfait simultanément les conditions d'universalité, d'unanimité, de transitivité, d'indépendance et de non-dictature.

- Condorcet : universelle, unanime, indépendant et sans dictateur

Théorème d'Arrow (1951)

Théorème : Dès qu'il y a plus de trois candidats, aucune méthode satisfait simultanément les conditions d'universalité, d'unanimité, de transitivité, d'indépendance et de non-dictature.

- Condorcet : universelle, unanime, indépendant et sans dictateur
mais *pas transitive!*

Théorème d'Arrow (1951)

Théorème : Dès qu'il y a plus de trois candidats, aucune méthode satisfait simultanément les conditions d'universalité, d'unanimité, de transitivité, d'indépendance et de non-dictature.

- Condorcet : universelle, unanime, indépendant et sans dictateur
mais pas transitive!
- Borda : universelle, unanime, transitive et sans dictateur

Théorème d'Arrow (1951)

Théorème : Dès qu'il y a plus de trois candidats, aucune méthode satisfait simultanément les conditions d'universalité, d'unanimité, de transitivité, d'indépendance et de non-dictature.

- Condorcet : universelle, unanime, indépendant et sans dictateur
mais pas transitive!
- Borda : universelle, unanime, transitive et sans dictateur
mais pas indépendante!

Théorie du choix social

L'ensemble des résultats sur les conditions peut être regrouper en trois catégories:

- Résultats de type “*impossibilité*”
- Résultats de type “caractérisation”
- Résultats de type “analyse”

Théorie du choix social

L'ensemble des résultats sur les conditions peut être regrouper en trois catégories:

- Résultats de type “*impossibilité*”
- Résultats de type “caractérisation”
- Résultats de type “analyse”

Théorie du choix social

L'ensemble des résultats sur les conditions peut être regrouper en trois catégories:

- Résultats de type “*impossibilité*”
- Résultats de type “caractérisation”
- Résultats de type “analyse”

Théorie du choix social

L'ensemble des résultats sur les conditions peut être regrouper en trois catégories:

- Résultats de type “*impossibilité*”
- Résultats de type “caractérisation”
- Résultats de type “analyse”

Théorie du choix social

L'ensemble des résultats sur les conditions peut être regrouper en trois catégories:

- Résultats de type “*impossibilité*”
- Résultats de type “caractérisation”
- Résultats de type “analyse”