Fusion réversible: application à l'information archéologique

Julien Seinturier
Laboratoire SIS
Université de Toulon et du Var
83957 La Garde

Odile Papini
Laboratoire SIS
Université de Toulon et du Var
83957 La Garde

Pierre Drap
MAP
Ecole d'architecture de Marseille

Résumé *Ce papier constitue une première étude sur la réversibilité des opérations de fusion d'informations avec priorités explicites. Nous nous restreignons au cas où les informations provenant de différentes sources sont représentées en calcul propositionnel par des littéraux. Une approche sémantique de ces opérations est d'abord présentée, elle repose sur la représentation de pré-ordres par des polynômes à coefficients dans* $\mathbb{R}^+$. *La contre-partie syntaxique est ensuite exposée, elle utilise des bases de croyances pondérées par des polynômes à coefficients dans* $\mathbb{R}^+$. *Nous montrons l'equivalence des approches sémantique et syntaxique. Enfin, nous présentons l'application portant sur l'information archéologique qui utilise notre approche de la fusion réversible.*

1 Introduction

La fusion d'informations provenant de différentes sources est un problème important dans de nombreux domaines comme la représentation des connaissances pour l'intelligence artificielle, l'aide à la décision ou les bases de données et a fait l'objet de nombreux travaux [1, 18, 14, 19, 5, 13]. Le but de la fusion est d'extraire le maximum d'informations provenant de chacune des sources. Lorsque ces informations sont cohérentes entre elles, la fusion consiste à en faire l'union. Cependant, les informations provenant de différentes sources sont souvent contradictoires. En particulier, dans le domaine spatial on est confronté à différents types de données, caractérisés par des degrés de confiance divers [11]. Ces données sont de qualités très inégales, imcomplètes, incertaines, elles peuvent rentrer en contradiction et nécessitent la définition d'opérations de fusion plus complexes que la simple union.
Des postulats pour caractériser le comportement rationnel d'opérateurs de fusion ont étés énoncés par S. Konieczny et R. Pino-Perez [12] et différentes opérations de fusion ont été proposées selon que l'on dispose ou pas de priorités sur les informations, et plus récemment, selon que l'on dispose de priorités

implicites sur les informations [12, 13]. Cependant, les opérations de fusion proposées ne sont pas réversibles, ce qui reste problèmatique dans les applications réelles.
L'étude sur la réversibilité de la fusion s'appuie sur les travaux réalisés sur la réversibilité de la révision [15, 16, 3] où les pré-ordres totaux sur les interprétations ou sur les formules sont codés par des polynômes. En effet, la révision d'un pré-ordre total par un autre pré-ordre total [4] est un cas particulier de la fusion d'informations avec priorités explicites où l'on dispose de deux sources d'informations, l'une étant préférée à l'autre.
Notre étude de la fusion réversible porte sur des informations avec priorités explicites représentées dans le cadre du calcul propositionnel et nous restreignons notre étude au cas où les informations fournies par les différentes sources sont des littéraux comme c'est le cas dans de nombreuses applications.
Nous disposons de n sources, chacune fournissant une base de croyances, noté K_i, constituée d'un ensemble de littéraux. D'un point de vue sémantique, une base de croyances est représentée par un pré-ordre total sur les interprétations du calcul propositionnel, appelé pré-ordre local et noté $\leq_{K_i}$. L'approche sémantique de la fusion réversible consiste à construire un pré-ordre global noté $\leq_{K_1 \oplus K_2 \oplus \cdots \oplus K_n}$, représentant le résultat de la fusion, de façon à pouvoir retrouver les pré-ordres locaux à partir du pré-ordre global. D'un point de vue syntaxique, une base de croyances est représentée par une base de croyances pondérée, appelée base locale et notée Σ_i. L'approche syntaxique de la fusion réversible consiste à construire une base globale notée $\Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \cdots \otimes \Sigma_n$ représentant le résultat de la fusion, de façon à pouvoir retrouver les bases locales à partir de la base globale. Notre étude de la réversibilité de la fusion utilise une représentation des pré-ordres totaux par des polynômes ainsi qu'une pondération des bases de croyances par des polynômes, elle généralise ainsi le travail réalisé sur la réversibilité de la révision [15, 16, 4, 3].
Notre domaine d'application est celui de l'archéologie sous-marine où la fusion réversible est appliquée au problème de la mesure d'amphores dans le contexte de la fouille de l'épave étrusque GrandRibaud F, [8] découverte en 1999 par H.G. Delauze fondateur de la Comex.
L'article s'articule comme suit : après une section qui fixe les notations et qui rappelle le fonctionnement de quelques opérateurs de fusion connus, la section 3 présente une approche sémantique de la fusion réversible, c'est à dire la construction d'un pré-ordre global à partir de pré-ordres locaux représentés par des polynômes à coefficients dans $\mathbb{R}^+$. La section 4 présente une approche syntaxique de la fusion réversible, c'est à dire une méthode de construction d'une base de croyances pondérée globale à partir de bases de croyances pondérées locales et montre l'équivalence entre les approches sémantique et syntaxique. La section 5 présente l'application dans le contexte de l'information archéologique et montre comment notre approche de la fusion réversible est utilisée dans le cadre de cette application avant de conclure en section 6.

2 Notations et rappels

Le formalisme logique utilisé est celui du calcul propositionnel que l'on note $\mathcal{L}_{\mathcal{PC}}$, sur un alphabet $\mathcal{P}$ composé : d'un ensemble $\mathcal{V}$ de variables propositionnelles, des d'opérateurs usuels de $\mathcal{L}_{\mathcal{PC}}$: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$, des constantes 0, et 1 ainsi que des parenthèses (et). Les notations de $\mathcal{L}_{\mathcal{PC}}$ les plus utilisées sont les lettres minuscules $a,\ b, \ldots$ pour les variables propositionnelles. Les lettres grecques minuscules $\phi,\ \psi, \ldots$ pour les formules et enfin les lettres majuscules $A, B, \ldots$ pour les ensembles de formules. Pour faciliter l'écriture, une interprétation sur $\mathcal{L}_{\mathcal{PC}}$ est représentée par un ensemble ω, ordonné selon l'ordre lexicographique, des littéraux. L'ensemble des interprétations d'un ensemble de formules est noté $\mathcal{W}$. Une interprétation ω modèle d'une formule ϕ est notée $\omega \models \phi$. L'ensemble des modèles de ϕ est noté $Mod(\phi)$. On peut étendre la notation $\models$ aux formules par $\phi \models \psi$ si et seulement si $Mod(\psi) \subseteq Mod(\phi)$.
Les opérateurs de fusion réversibles utilisés dans la suite de l'article sont les opérateurs de fusion bien connus : majorité, noté MAX, somme, noté SUM, somme pondérée, noté WS et lexicographique, noté LEX. L'opérateur de majorité sélectionne parmi un ensemble d'informations celles validant au mieux une source. Les opérateurs de somme et de somme pondérée sélectionnent les informations cohérentes avec le maximum de sources, chaque source étant munie d'un scalaire représentant son poids pour la somme pondérée. L'opérateur basé sur l'ordre lexicographique sélectionne les informations en utilisant l'ordre lexicographique.

3 Approche sémantique de la fusion réversible

Dans l'approche sémantique, une base de croyances K_i, constituée d'un ensemble de littéraux, est représentée par un pré-ordre total sur les interprétations du calcul propositionnel, appelé pré-ordre local et noté $\leq_{K_i}$. L'approche sémantique de la fusion réversible consiste à construire un pré-ordre global noté $\leq_{K_1 \oplus K_2 \oplus \cdots \oplus K_n}$ représentant le résultat de la fusion, de façon à pouvoir retrouver les pré-ordres locaux à partir du pré-ordre global. La fusion réversible nécessite une représentation adéquate des pré-ordres totaux qui permettent de garder une trace de l'historique du processus de fusion. Pour cela, nous représentons les pré-ordres totaux par des polynômes.

3.1 Codage de pré-ordres totaux par des polynômes

Il existe plusieurs représentations des pré-ordres : relations binaires, ordinaux comme dans [21], [22] qui associent à chaque interprétation un ordinal , distributions de possibilités [10] qui associent à chaque interprétation un degré entre [0,1],vecteurs, etc. Cependant, le changement d'une relation binaire à une autre ne peut s'exprimer facilement, une autre relation binaire est nécessaire. Les ordinaux et les distributions de possibilités doivent vérifier une condition de normalisation après chaque opération de fusion, ce qui rend le processus

de fusion plus complexe. L'inconvenient de l'utilisation des vecteurs provient de ce que leur longueur augmente aprés une opération de fusion, ce qui pose problème pour la comparaison et le calcul. De plus ces représentations ne sont pas, en général, réversibles. Il n'est pas possible de retrouver les pré-ordre initiaux après le processus de fusion des pré-ordres.
Les polynômes fournissent une représentation adéquate des pré-ordres totaux ainsi que des changements sur ces pré-ordres totaux [16]. Ils permettent, après le processus de fusion, de garder la trace des différentes bases de croyances qui ont participé à la fusion et permet également de représenter l'historique de la fusion des informations. Ils fournissent facilement les modèles et les contre-modèles des différentes bases de croyances. Ils sont tout à fait adaptés à la représentation des décalages vers la droite et vers la gauche qui formalisent les opérations de changement de pré-ordres dans les opérations de fusion.
Soit $\mathbb{R}^+$ l'ensemble des réels positif, on note $\mathbb{R}^+[x]$ l'ensemble des polynômes de la forme $p = \sum_{i=0}^{m} p_i\, x^i$ avec $p_i \in \mathbb{R}^+$. Un décalage vers la droite est obtenu par une multiplication par x, et un décalage vers la gauche est obtenu par une multiplication par x^{-1}. Les opérations de décalage sont à la base du calcul des nouveaux poids dans le processus de fusion. Afin de comparer les polynômes nous utilisons plusieurs ordres. L'ordre lexicographique est défini comme suit :

Définition 1 *Soit p, $p' \in \mathbb{R}^+[x]$, $p <_{LEX} p'$ ssi $\exists i \in \mathbb{N}\ \forall j\ (j < i)\ (\ (p_j = p'_j$ et $p_i < p'_i))$.*
(La fermeture réflexive de $<_{LEX}$ est notée $\leq_{LEX}$).

L'ordre selon le maximum compare les polynômes selon leur plus grand coefficient :

Définition 2 *Soit p, $p' \in \mathbb{R}^+[x]$, $p <_{MAX} p'$ ssi $\max_{i=0}^{m}(p_i) < max_{i=0}^{m}(p'_i)$.*
(La fermeture réflexive de $<_{MAX}$ est notée $\leq_{MAX}$).

L'ordre selon la somme compare les polynômes selon la somme de leur coefficients :

Définition 3 *Soit p, $p' \in \mathbb{R}^+[x]$, $p <_{SUM} p'$ ssi $\sum_{i=0}^{m} p_i < \sum_{i=0}^{m} p'_i$.*
(La fermeture réflexive de $<_{SUM}$ est notée $\leq_{SUM}$).

L'ordre selon la somme pondérérée suit le même principe que l'ordre suivant la somme mais chaque coefficient de même rang des polynômes comparés est multiplié par un même scalaire. Cet ordre est défini comme suit :

Définition 4 *Soit p, $p' \in \mathbb{R}^+[x]$ et soit $k_1, \cdots, k_n$ n scalaires,*
$p <_{WS} p'$ ssi $\sum_{i=0}^{m} k_i\, p_i < \sum_{i=0}^{m} k_i\, p'_i$.
(La fermeture réflexive de $<_{WS}$ est notée $\leq_{WS}$).

Un exemple permet d'illustrer les définitions.

Exemple 1 *Soit* Q, R *et* S *trois polynômes sur* $I\!R^+$ *tels que* $Q = 2$, $R = 1 + x$ *et* $R = x^2$. *En utilisant les ordres* $\leq_{LEX}$, $\leq_{MAX}$, $\leq_{SUM}$ *et* $\leq_{WS}$ *on a respectivement :* $Q <_{LEX} R <_{LEX} S$, *puis* $R =_{MAX} S <_{MAX} P$ *et* $S <_{SUM} R =_{SUM} Q$. *Si l'on prend comme scalaires* $k_1 = 1$, $k_2 = k_3 = 3$ *on obtient l'ordre* $Q <_{WS} R <_{WS} S$. *Le détail du calcul des ordres est donné dans le tableau ci après.*

$P[x]$	p_0	p_1	p_2	$\leq_{LEX}$	$\leq_{MAX}$	$\leq_{SUM}$	$\leq_{WS}$
Q	2	0	0	1	2	2	2
R	1	1	0	2	1	2	3
S	0	0	1	3	1	1	4

Cette représentation de pré-ordres totaux basée sur des polynômes permet d'ordonner les interprétations selon un ordre choisi sur les polynômes. Fusionner des informations revient à construire un nouveau pré-ordre sur les interprétations. Ce pré-ordre est appelé pré-ordre global et sa construction est nécessaire pour la mise en place d'un opérateur de fusion réversible.

3.2 Construction d'un pré-ordre global

Il existe deux possibilités, soit on dispose d'un pré-ordre donné à priori, soit on ne dispose pas de pré-ordre à priori et on le construit. Pour représenter les pré-ordres locaux, dans le cas où il n'existe pas d'ordre à priori sur les interprétations, chaque interprétation ω est pondérée par un polynôme $p(\omega)$ constant de la manière suivante :

$$\forall \omega \in \mathcal{W},\ \ p_{K_i}(\omega) = 0 \text{ si } \omega \models K_i \text{ et } p_{K_i}(\omega) = 1 \text{ sinon.}$$

Cette pondération affecte aux interprétations qui satisfont une base K_i un poids local $p_{K_i}(\omega)$ nul. En effet dans l'approche sémantique de la fusion, les interprétations préférées sont toujours celles de poids minimum.
Comme l'on souhaite fusionner n bases de croyances K_i, $1 \leq i \leq n$ chacune représentée par un pré-ordre total sur les interprétations noté $\leq_{K_i}$ où chaque interprétation est pondérée par un polynôme $p_{K_i}(\omega)$, la technique utilisée est de coder un historique afin de permettre la réversibilité. Pour cela, le poids global d'une interprétation $p_{K_1 \oplus \ldots \oplus K_n}(\omega)$ est codé par un polynôme à coefficients dans $I\!R^+$ indépendamment de l'opérateur de fusion utilisé. En revanche, chaque opérateur de fusion fournit un ordre sur les polynômes pour permettre la sélection des interprétations préférées, qui sont toujours les minimales suivant le pré-ordre global.

Définition 5 *Soit* $E = \{K_1, \cdots, K_n\}$ *un ensemble de croyances dont les bases* K_i *sont composées de littéraux. On définit le poids global d'une interprétation comme suit :*

$$\forall \omega \in \mathcal{W},\ p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} x^{i-1} p_{K_i}(\omega)$$

Le poids global est construit de sorte que chaque polynôme représentant un poids local par rapport à une base de croyances K_i soit son coefficient de degré $i-1$.

Exemple 2 *Soit ω une interprétation ayant pour poids locaux $p_{K_1}(\omega) = 1$, $p_{K_2}(\omega) = 0$ et $p_{K_3}(\omega) = 1$, son poids global est tel que $p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega) = 1 + x^2$.*

Pour la fusion réversible, les opérateurs calculent deux choses. Tout d'abord le poids global, commun à tous les opérateurs, puis le pré-ordre global $\leq_\oplus$ sur les interprétations selon l'opération de fusion choisie. Voici les pré-ordres sur les interprétations basés sur les ordres sur les polynômes. Pour des raisons de simplicité d'écriture on note $p_\oplus(\omega)$ au lieu de $p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega)$ le poids d'une interprétation dans la base fusionnée :

$$\forall \omega_i,\ \omega_j \in \mathcal{W}$$

$$\begin{array}{lccc}
\leq_{\oplus LEX}: & \omega_i \leq_{\oplus LEX} \omega_j & \text{ssi} & p_\oplus(\omega_i) \leq_{LEX} p_\oplus(\omega_j) \\
\leq_{\oplus MAX}: & \omega_i \leq_{\oplus MAX} \omega_j & \text{ssi} & p_\oplus(\omega_i) \leq_{MAX} p_\oplus(\omega_j) \\
\leq_{\oplus SUM}: & \omega_i \leq_{\oplus SUM} \omega_j & \text{ssi} & p_\oplus(\omega_i) \leq_{SUM} p_\oplus(\omega_j) \\
\leq_{\oplus WS}: & \omega_i \leq_{\oplus WS} \omega_j & \text{ssi} & p_\oplus(\omega_i) \leq_{WS} p_\oplus(\omega_j)
\end{array}$$

Exemple 3 *Soit $E = \{K_1,\ K_2,\ K_3\}$ un ensemble de croyances ou chaque base de croyances contient un littéral tel que $K_1 = \{c\}$, $K_2 = \{p\}$ et $K_3 = \{h\}$. On suppose qu'il n'existe pas d'ordre à priori sur les interprétations. Chaque interprétation $\omega \in \mathcal{W}$ reçoit comme poids local le polynôme constant $p_{K_i}(\omega) = 1$ si $\omega \models K_i$ et le polynôme constant $p_{K_i}(\omega) = 0$ sinon. Pour le calcul de WS, les bases de croyances K_1, K_2 et K_3 sont pondérées respectivement par $k_1 = k_2 = 2$ et $k_3 = 3$. Le tableau 2 montre les poids locaux et globaux as-*

ω	$p_{K_1}(\omega)$	$p_{K_2}(\omega)$	$p_{K_3}(\omega)$	$p_\oplus(\omega)$	$\oplus_{LEX}$	$\oplus_{MAX}$	$\oplus_{SUM}$	$\oplus_{WS}$
$\omega_0 = \{\neg c, \neg p, \neg h\}$	1	1	1	$1+x+x^2$	3	1	3	7
$\omega_1 = \{\neg c, \neg p, h\}$	1	1	0	$1+x$	2	1	2	4
$\omega_2 = \{\neg c, p, \neg h\}$	1	0	1	$1+x^2$	4	1	2	5
$\omega_3 = \{\neg c, p, h\}$	1	0	0	1	1	1	1	2
$\omega_4 = \{c, \neg p, \neg h\}$	0	1	1	$x+x^2$	5	1	2	5
$\omega_5 = \{c, \neg p, h\}$	0	1	0	x	6	1	1	2
$\omega_6 = \{c, p, \neg h\}$	0	0	1	x^2	7	1	1	3
$\omega_7 = \{c, p, h\}$	0	0	0	0	0	0	0	0

TAB. 1: *Représentation du calcul de pré-ordres globaux à partir des pré-ordres locaux pour les opérateurs de fusion $\leq_{\oplus LEX}$, $\leq_{\oplus MAX}$, $\leq_{\oplus SUM}$ et $\leq_{\oplus WS}$*

sociés aux interprétations avec différents opérateurs de fusion. Les colonnes sous les opérateurs de fusion représentent le résultat du calcul permettant de construire les pré-ordres globaux. On remarque que le polynôme de poids global est toujours le même quelque soit la technique de fusion utilisée, en revanche, *les pré-ordres globaux $\leq_{\oplus_{LEX}}$, $\leq_{\oplus_{SUM}}$, $\leq_{\oplus_{MAX}}$ et $\leq_{WS}$ sont tous différents. Dans cet exemple, les pré-ordres locaux sont tels que :*

$\leq_{K_1}$: $\omega_7 =_{K_1} \omega_6 =_{K_1} \omega_5 =_{K_1} \omega_4 <_{K_1} \omega_3 =_{K_1} \omega_2 =_{K_1} \omega_1 =_{K_1} \omega_0$

$\leq_{K_2}$: $\omega_7 =_{K_2} \omega_6 =_{K_2} \omega_3 =_{K_2} \omega_2 <_{K_2} \omega_5 =_{K_2} \omega_4 =_{K_1} \omega_1 =_{K_2} \omega_0$

$\leq_{K_3}$: $\omega_7 =_{K_3} \omega_5 =_{K_3} \omega_3 =_{K_3} \omega_1 <_{K_3} \omega_6 =_{K_3} \omega_4 =_{K_1} \omega_2 =_{K_3} \omega_0$

Voici les pré-ordres totaux, associés aux opérateurs de fusion spécifiques :

$\omega_7 <_{\oplus LEX} \omega_3 <_{\oplus LEX} \omega_1 <_{\oplus LEX} \omega_0 <_{\oplus LEX} \omega_2 <_{\oplus LEX} \omega_4 <_{\oplus LEX} \omega_5 <_{\oplus LEX} \omega_6$

$\omega_7 <_{\oplus MAX} \omega_0 =_{\oplus MAX} \omega_1 =_{\oplus MAX} \omega_2 =_{\oplus MAX} \omega_3 =_{\oplus MAX} \omega_4 =_{\oplus MAX} \omega_5 =_{\oplus MAX} \omega_6$

$\omega_7 <_{\oplus SUM} \omega_6 =_{\oplus SUM} \omega_5 =_{\oplus SUM} \omega_3 <_{\oplus SUM} \omega_4 =_{\oplus SUM} \omega_2 =_{\oplus SUM} \omega_1 <_{\oplus SUM} \omega_0$

$\omega_7 <_{\oplus WS} \omega_5 =_{\oplus WS} \omega_3 <_{\oplus WS} \omega_3 <_{\oplus WS} \omega_6 <_{\oplus WS} \omega_1 =_{\oplus WS} \omega_2 =_{\oplus WS} \omega_4$

$\oplus_{LEX}$ classe les interprétation de manière linéaire. L'interprétation choisie (en ignorant ω_7) qui est modèle des trois bases de croyances est alors ω_3. $\oplus_{SUM}$ sélectionne les interprétations ω_3, ω_5, ω_6 satisfaisant le plus de sources, $\oplus_{WS}$ sélectionne les interprétations ω_3 et ω_5 satisfaisant en priorité K_3 qui à une importance plus grande. $\oplus_{MAX}$ choisit l'interprétation satisfaisant au mieux les trois sources, ici toutes les interprétations car nous ignorons ω_7.

3.3 Réversibilité

Pour la réversibilité, seul les polynômes de poids globaux $p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega)$ sont nécessaires, en effet le nombre de bases de croyances fusionnées est $n = max_{\omega \in \mathcal{W}}(deg(p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega))) + 1$, c'est à dire dans l'exemple précédent $n = 2 + 1 = 3$. Les polynômes de poids locaux pour chacune des bases de croyances sont obtenus à partir de $p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega)$ comme suit : $\forall i,\ 1 \leq i \leq n,\ p_{K_i}$ est le coefficient du facteur de degré $i-1$ du polynôme $p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega)$.

Exemple 4 *En appliquant cette méthode à l'exemple précédent on a :*

$$max_{\omega \in \mathcal{W}}(deg(p_{K_1 \oplus K_2 \oplus K_3}(\omega))) = 2$$

il y a donc 3 sources fusionnées. Pour l'interprétation ω_0 on a $p_{K_1 \oplus K_2 \oplus K_3}(\omega_0) = 1 + x + x^2$ et donc $p_{K_1}(\omega_0) = p_{K_2}(\omega_0) = p_{K_3}(\omega_0) = 1$. de même pour ω_2 où $p_{K_1 \oplus K_2 \oplus K_3}(\omega_2) = 1 + x^2$ et donc $p_{K_1}(\omega_2) = p_{K_3}(\omega_2) = 1$ et $p_{K_2}(\omega_2) = 0$.

On peut donc à partir des polynômes de poids globaux retrouver les polynômes de poids locaux et ce pour n'importe quel opérateur de fusion. Ceci étant assez intuitif car il n'est pas nécessaire de connaître comment des informations ont été traitées pour savoir quelles informations étaient présentes auparavant. Bien que l'approche sémantique de la fusion réversible permette d'en explorer les propriétés, le fait de travailler sur les interprétations du calcul propositionnel est très coûteux. En effet, il existe 2^n interprétations pour un ensemble de formules à n variables et donc les algorithmes de calculs des interprétations satisfaisant une formule sont dans la classe $\mathcal{NP}$ dans le meilleur des cas. Afin de permettre de développer des algorithmes de calcul dans le cadre de la fusion, il est préférable de travailler sur les formules, c'est à dire au niveau syntaxique.

4 Approche syntaxique de la fusion réversible

4.1 Bases de croyances pondérées

En logique propositionnelle, l'approche syntaxique est basée sur les formules, et non sur les interprétations. Dans le cadre de notre étude de la fusion réversible, les formules ϕ_i sont des littéraux et les poids $p_i(\phi_i)$ sont des polynômes sur $\mathbb{R}^+[x]$, tout comme pour l'approche sémantique. D'une manière plus formelle, on définit un ensemble de croyances pondérées $\mathcal{B}$ tel que :

$$\mathcal{B} = \{\Sigma_1, \ldots, \Sigma_n\}$$

où les bases de croyances pondérées Σ_i sont telles que :

$$\Sigma_i = \{(\phi_j,\ p_{\Sigma_i}(\phi_j)) \mid 1 \leq j \leq m,\ \ \phi_j \in \mathcal{L}_{\mathcal{PC}},\ \ p_{\Sigma_i}(\phi_j) \in \mathbb{R}^+[x]\}$$

A chaque base de croyances Σ_i correspond un pré-ordre local $\leq_{\Sigma_i}$ défini tel que :

$$\forall \phi,\ \psi \in \Sigma_i,\ \phi \leq_{\Sigma_i} \psi \text{ si et seulement si } p_{\Sigma_i}(\phi) \leq p_{\Sigma i}(\psi)$$

Dans ces pré-ordres, basés sur les ordres sur les polynômes définis en 3.1, les formules préférées sont alors celles de poids maximal, contrairement à l'approche semantique.
Comme en logique possibiliste [2], et dans le Système Z [17], la correspondance entre une base de croyances pondérées et un pré-ordre total sur les interprétations se construit grâce à une fonction κ_{Σ_i} qui à chaque interprétation ω associe le plus grand poids des formules qu'elle falsifie. Nous pouvons alors définir la fonction $\kappa_{\Sigma_i}(\omega)$ de manière formelle. La technique étant toujours de donner le polynôme de poids global maximum à la plus grande disjonction de formules.

Définition 6 *La fonction κ_{Σ_i} est telle que :*

$$\forall \omega \in \mathcal{W},\ \ \kappa_{\Sigma_i}(\omega) = max(\{p_{\Sigma_i}(\phi_j),\ \ (\phi_j,\ p_{\Sigma_i}(\phi_j)) \in \Sigma_i \ \ et \ \ \omega \not\models \phi_j\})$$

Où par convention $max(\emptyset) = 0$.

L'exemple suivant permet d'illustrer le rôle de la fonction κ.

Exemple 5 *On utilise la base de croyances pondérées $\Sigma_1 = \{(c, 1)\}$ correspondant à la base de croyances K_1 de l'exemple précédent, on obtient alors $\kappa_{\Sigma_1}(\omega_0) = \kappa_{\Sigma_1}(\omega_1) = \kappa_{\Sigma_1}(\omega_2) = \kappa_{\Sigma_1}(\omega_3) = 1$ et $\kappa_{\Sigma_1}(\omega_4) = \kappa_{\Sigma_1}(\omega_5) = \kappa_{\Sigma_1}(\omega_6) = \kappa_{\Sigma_1}(\omega_7) = 0$ et on retrouve alors le pré-ordre $\leq_{K_i}$ avec $\omega_7 =_{K_1} \omega_6 =_{K_1} \omega_5 =_{K_1} \omega_4 <_{K_1} \omega_3 =_{K_1} \omega_2 =_{K_1} \omega_1 =_{K_1} \omega_0$.*

4.2 Construction d'une base de croyances pondérée globale

Le but de l'approche syntaxique est de construire un opérateur de fusion syntaxique réversible équivalent à l'opérateur de fusion sémantique défini en 3.2. Nous expliquons ici la méthode de construction d'un opérateur de fusion pour le cas de deux bases de croyances $\Sigma_1 = (c,\ 1)$ et $\Sigma_1 = (p,\ 1)$. On veut alors :

$$\begin{array}{lcll} p_{K_1 \oplus K_2}(\omega) & = & 0 & si\ \omega \models c \text{ et } \omega \models p \\ p_{K_1 \oplus K_2}(\omega) & = & 1 & si\ \omega \models c \text{ et } \omega \not\models p \\ p_{K_1 \oplus K_2}(\omega) & = & x & si\ \omega \not\models c \text{ et } \omega \models c \\ p_{K_1 \oplus K_2}(\omega) & = & 1+x & si\ \omega \not\models c \text{ et } \omega \not\models p \end{array}$$

Pour retrouver le pré-ordre global sur les interprétations donné dans l'approche sémantique il faut que le poids associé à $c \vee p$ soit le plus grand possible. En effet l'interprétation qui falsifie $c \vee p$ satisfait la formule $\neg c \wedge \neg p$ et doit avoir le poids le plus grand possible. Il en résulte l'opérateur de fusion $\otimes$ tel que :

$$\Sigma_1 \otimes \Sigma_2 = \{(c,\ 1),\ (p,\ x),\ (p \vee c,\ 1+x)\}$$

Nous présentons maintenant la fusion syntaxique de manière plus formelle en expliquant la méthode de création de la base pondérée globale.

Définition 7 *Soit un ensemble de croyances pondérées $\mathcal{B} = \{\Sigma_1, \ldots, \Sigma_n\}$ où chaque base Σ_i est composée de littéraux pondérés. On définit l'opérateur de fusion syntaxique $\otimes$ construisant la base de croyances pondérées fusionnées, notée $\Sigma_1 \otimes \cdots \otimes \Sigma_n$ tel que :*

$$\begin{array}{lll} \Sigma_1 \otimes \cdots \otimes \Sigma_n = & \bigcup_{i=1\ldots n} & \{(\phi_i,\ x^{i-1}p_i(\phi_i)),\ \ (\phi_i,\ p_i(\phi_i)) \in \Sigma_i\} \\ & \bigcup_{i=1\ldots n;\ j=i+1\ldots n} & \{(\phi_i \vee \phi_j,\ x^{i-1}p_i(\phi_i) + x^{j-1}p_j(\phi_j)), \\ & & \ (\phi_i,\ p_i(\phi_i)) \in \Sigma_i \ et\ (\phi_j,\ p_j(\phi_j)) \in \Sigma_j\} \\ & \vdots & \\ & \bigcup & (\phi_1 \vee \cdots \vee \phi_n,\ x^0 p_1(\phi_1) + \cdots + x^n p_n(\phi_n)), \\ & & (\phi_1,\ p_1(\phi_1)) \in \Sigma_1, \ldots,\ (\phi_n,\ p_n(\phi_n)) \in \Sigma_n\} \end{array}$$

Cet ensemble est composé des littéraux des bases de croyances pondérées, puis des disjonctions deux à deux des littéraux des bases de croyances et ainsi de suite jusqu'à la disjonction tous les littéraux des bases de croyances. Un opérateur de fusion syntaxique n'a plus alors qu'a fournir un ordre pour comparer les polynômes et construire le poids global. Les polynômes étant construits de la même manière pour l'approche syntaxique que pour l'approche sémantique, on peut utiliser les pré-ordres fournis par les opérateurs réversibles sémantiques. Il suffit juste de d'appliquer le pré-ordre aux formules et non plus aux interprétations. Voici l'approche syntaxique du calcul des pré-ordres pour les opérateurs de fusion réversibles définis au niveau sémantique précédemment :

$$\forall(\phi_i, p(\phi_i)),\ (\phi_j, p(\phi_j)) \in \Sigma_1 \otimes \cdots \otimes \Sigma_n$$

ϕ	p_{Σ_1}	p_{Σ_2}	p_{Σ_3}	$p_{\Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}$	$\otimes_{LEX}$	$\otimes_{SUM}$	$\otimes_{MAX}$	$\otimes_{WS}$
$\phi_1 = c$	1	–	–	1	0	1	1	2
$\phi_2 = p$	–	1	–	x	4	1	1	2
$\phi_3 = h$	–	–	1	x^2	6	1	1	3
$\phi_1 \vee \phi_2 = c \vee p$	–	–	–	$1 + x$	1	2	1	4
$\phi_2 \vee \phi_3 = p \vee h$	–	–	–	$x + x^2$	5	2	1	5
$\phi_1 \vee \phi_3 = c \vee h$	–	–	–	$1 + x^2$	2	2	1	5
$\phi_1 \vee \phi_2 \vee \phi_3 = c \vee p \vee h$	–	–	–	$1 + x + x^2$	3	3	1	7

TAB. 2: *Représentation du calcul des poids locaux et globaux pour les opérateurs de fusion réversible avec priorité explicite $\otimes_{LEX}$, $\otimes_{SUM}$, $\otimes_{MAX}$ et $\otimes_{WS}$ pour l'approche syntaxique*

$$\begin{array}{llll} \leq_{\otimes_{LEX}}: & \phi_i \leq_{\otimes_{LEX}} \phi_j & \text{ssi} & p(\phi_i) \leq_{LEX} p(\phi_j) \\ \leq_{\otimes_{MAX}}: & \phi_i \leq_{\otimes_{MAX}} \phi_j & \text{ssi} & p(\phi_i) \leq_{MAX} p(\phi_j) \\ \leq_{\otimes_{SUM}}: & \phi_i \leq_{\otimes_{SUM}} \phi_j & \text{ssi} & p(\phi_i) \leq_{SUM} p(\phi_j) \\ \leq_{\otimes_{WS}}: & \phi_i \leq_{\otimes_{WS}} \phi_j & \text{ssi} & p(\phi_i) \leq_{WS} p(\phi_j) \end{array}$$

Exemple 6 *Reprenons l'exemple utilisé pour l'approche sémantique de la fusion réversible, c'est à dire un ensemble de croyances $E = \{K_1, \ldots, K_n\}$ avec $K_1 = \{c\}$, $K_2 = \{p\}$ et $K_3 = \{h\}$. On construit les bases de croyances pondérées Σ_i associées aux bases K_i en attribuant le polynôme constant $p(\phi_i) = 1$ à toutes les formules ϕ_i, ce qui donne $\Sigma_1 = \{(c, 1)\}$, $\Sigma_2 = \{(p, 1)\}$, '$\Sigma_3 = \{(h, 1)\}$. L'opérateur de fusion $\otimes$ est ensuite utilisé en générant l'ensemble des croyances pondérées par les polynômes de poids globaux $\Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3$. Cette génération est telle que :*

$$\begin{array}{lll} \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3 = & & \{(c,\ 1),\ \ (p,\ 1),\ \ (h,\ 1),\ \ (p,\ x),\ \ (h,\ x^2)\} \\ & \bigcup & \{(c \vee p,\ 1 + x),\ \ (p \vee h,\ x + x^2),\ \ (c \vee h,\ 1 + x^2)\} \\ & \bigcup & \{(c \vee p \vee h,\ 1 + x + x^2)\} \end{array}$$

On ordonne ensuite les formules de $\Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3$ en fonction des pré-ordres totaux données par les opérateurs de fusion, ceci est illustré dans le tableau 2.

Dans le cas de fusion de bases de croyances constituées d'un littéral et dont les polynômes de poids locaux sont des constantes. On a :

Proposition 1 *Soit $K_1, \ldots, K_n$ des bases de croyances et $\Sigma_1, \ldots, \Sigma_n$ leur bases de croyances pondérées associées telle que $\forall \omega \in \mathcal{W}\ p_{K_i}(\omega) = \kappa_{\Sigma_i}(\omega)$, on a l'équivalence entre approche syntaxique et sémantique telle que :*

$$\forall \omega \in \mathcal{W},\ p_{K_1 \oplus \cdots \oplus K_n}(\omega) = \kappa_{\Sigma_1 \otimes \cdots \otimes \Sigma_n}(\omega)$$

La preuve de cette proposition est donnée dans [20] et repose sur le définition de la fonction κ_{Sigma_i}. On peut reprendre l'exemple précédent et calculer La fonction $\kappa(\omega)$ pour certaines interprétations.

Exemple 7 *En reprenant l'exemple précédent et l'ensemble de croyances* $E = \{K_1, \ldots, K_n\}$ *avec* $K_1 = \{c\}$, $K_2 = \{p\}$ *et* $K_3 = \{h\}$ *ainsi que les bases de croyances pondérées* Σ_i *associées aux bases* K_i *:* $\Sigma_1 = \{(c, 1)\}$, $\Sigma_2 = \{(p, 1)\}$, $\Sigma_3 = \{(h, 1)\}$. *On obtient grâce à la fonction* κ_{Σ_i} *:*

$$\begin{array}{lclcl}
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_0) & = & 1 + x + x^2 & = & p_\oplus(\omega_0) \\
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_1) & = & 1 + x & = & p_\oplus(\omega_1) \\
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_2) & = & 1 + x^2 & = & p_\oplus(\omega_2) \\
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_3) & = & 1 & = & p_\oplus(\omega_3) \\
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_4) & = & x + x^2 & = & p_\oplus(\omega_3) \\
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_5) & = & x & = & p_\oplus(\omega_5) \\
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_6) & = & x^2 & = & p_\oplus(\omega_6) \\
\kappa_{\Sigma_3 \otimes \Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3}(\omega_7) & = & 0 & = & p_\oplus(\omega_7)
\end{array}$$

et ce pour tous les opérateurs de fusion réversibles utilisés. Pour finir, on retrouve bien les pré-ordres de l'exemple 3

La fusion réversible est donc définie pour des bases de croyances composées de littéraux et dont les poids locaux sont représentés par des polynômes constant. L'équivalence entre l'approche sémantique et syntaxique montrée dans ce cas permet d'employer ces résultats dans une application réelle.

5 Application à l'information archéologique

L'application pour laquelle la fusion réversible est étudiée est la représentation d'objets archéologiques, que nous appelons artefact, à partir de mesures de ceux-ci et de la connaissance qu'un expert peut en avoir. Les mesures d'artefacts sont effectuées par photogrammétrie. Comme cela est défini dans [6], La photogrammétrie est la science ou la technique permettant d'obtenir des informations fiables sur l'espace naturel ou sur des objets physiques par l'enregistrement, la mesure et l'interprétation d'images photographiques ou produites par rayonnements électromagnétiques ou autres phénomènes . La personne pratiquant la mesure, appelée également photogrammètre, est capable, au moyen d'outils spécifiques, de déterminer les coordonnées en trois dimensions de points sur l'objet étudié. A partir de ces points on peut alors calculer n'importe qu'elle distance ou orientation de manière très précise, la précision relative d'un système de mesure photogrammétrique est comprise en 10^{-3} et 10^{-5} mètres. Nous concentrons notre application sur la mesure et la représentation d'artefacts grâce à l'existence d'un modèle géométrique, appelé aussi modèle théorique, de celui-ci. L'existence d'un modèle théorique implique souvent que la fabrication d'un artefact ait suivi un mode précis, comme peut l'être une production industrielle. Bien que ce soit souvent le cas pour des objets de l'époque contemporaine, cela peut aussi être le cas pour des artefacts anciens comme les amphores romaines ou étrusques. Nous avons développé un outil de photogrammétrie fondé sur l'idée d'une mesure guidée par la connaissance relative à un domaine particulier. En archéologie, comme en architecture, le but de l'application est d'autoriser l'expert d'un domaine à utiliser son savoir pour élaborer le modèle théorique souhaité afin de simplifier le processus de mesure photogrammétrique. Pour ce faire, le système fournit à l'expert un ensemble complet d'outils lui permettant de représenter les connaissances qu'il possède sur son domaine. De manière pratique, l'application à été développée autour de l'archéologie sous-marine et plus précisément pour l'étude de la fouille du Grand Ribaud F, une épave profonde étrusque découverte en 1999 par la COMEX à Hyères, dans le Var. Cette épave présente un grand intérêt archéologique pour deux raisons qui sont l'importance de son chargement de près de 1500 amphores et l'état de conservation exceptionnel du site daté de 2600 ans. Pour plus d'informations sur l'épave et les fouilles, le site http ://GrandRibaudF.gamsau.archi.fr peut être consulté.

5.1 Contexte de l'application

Nous présentons ici le contexte de l'application. Le projet ARPENTEUR est décrit brièvement puis une présentation de la fouille sur le site du Grand Ribaud F est proposée. L'utilisation d'un système expert d'aide à la mesure photogrammétrique fait aussi l'objet d'explications. Le système expert de l'application permet, à partir d'un modèle théorique d'amphore, de simplifier le processus de mesurage et de fournir un modèle 3D des objets étudiés. La création du modèle théorique se fait grâce à la fusion d'informations obtenues en laboratoire. Nous expliquons alors comment appliquer la technique de fusion réversible, présentée précédemment, à notre application.

5.1.1 Le projet ARPENTEUR

Le projet ARPENTEUR (ARchitectural PhotogrammEtry Network Tool for EdUcation and Research) [7] a débuté en 1998. Il s'agit d'un outil de photogrammétrie destiné à la mesure architecturale. ARPENTEUR à été pensé pour être simple d'utilisation sans requérir une importante connaissance de la photogrammétrie. Pour arriver à ce but, il faut au préalable extraire et conserver le savoir faire d'un photogrammètre ainsi que la connaissance d'experts sur les domaines d'artefacts que le logiciel ARPENTEUR devra mesurer.

5.1.2 L'épave étrusque

Parmi les anciens navigateurs, les étrusques ont été les premiers, au début du sixième siècle avant notre ère, à créer un réseau commercial le long de la côte sud de la Gaule. Jusqu'à très récemment, seulement deux épaves étrusques, presque entièrement pillées, étaient connues en mer Méditerranée. La découverte par la COMEX[1] en 1999 d'une épave chargée d'amphores étrusques gisant par plus de soixante mètres de fond au large de l'île du Grand Ribaud (Hyères, Var) a

[1]COmpagnie Marseillaise d'EXploration.

permis de clarifier un grand nombre de données sur le commerce de la période archaïque. Une première étude de l'épave à été conduite en Octobre 2000, une seconde en Août 2001 et une troisième en Juillet-Aout 2002, toutes dirigées par le DRASSM[2] au moyen du navire de recherche Archéonaute. Un support logistique a été mis en place pour ces expéditions par la COMEX, mettant à disposition des archéologues le navire Minibex, le sous marin Remora 2000, ainsi que le ROV[3] super Achille. En plus de ces moyens techniques, l'étude a été assistée par le Centre National pour la Recherche Scientifique (CNRS) au moyen d'un partenariat avec l'unité mixte de recherche MAP-GAMSAU de l'école d'architecture de Marseille. Cette étude à permis le développement et le test poussé de nouvelles méthodes de fouilles, particulièrement celles permettant d'éviter aux plongeurs un travail dur et parfois dangereux. Dans cette optique, l'enregistrement photogrammétrique des différents états du site au cours du temps a été pratiqué afin de garder une trace des couches détruites durant la fouille de l'épave. L'étude des artefacts remontés du site au cours des campagnes de fouilles à déjà permis d'avancer des hypothèses sur l'origine des amphores, près de 1500, composant la cargaison du navire. Ces amphores sont du type Py 4, caractérisé par M. Py. Bien que ce type semblait standardisé, il y avait dans la cargaison de l'épave du Grand Ribaud F au moins quatre différents groupes de tailles d'amphores Py 4. Chaque groupe ayant un contenu de vin dont des traces ont étés découvertes. L'étude en laboratoire de l'argile ayant servi à fabriquer les amphores de la cargaison ont permis de caractériser une production homogène, pouvant être qualifiée de pré-industrielle, provenant du sud de l'Etrurie.

5.1.3 Besoins des archéologues

Depuis de nombreuses années, les Systèmes d'Informations Géographiques (SIG) sont devenus des outils courants pour les archéologues qui voient en eux l'alliance entre une grande quantité d'informations collectées durant l'étude d'un site et une représentation graphique à partir de laquelle on peut travailler. La représentation graphique des SIG est le plus souvent fondée sur la cartographie, c'est à dire le mélange de vecteurs et images le tout symbolisé dans des outils de visualisation 2D. Cette parentée avec la cartographie entraîne la difficulté au développement d'un SIG 3D car le symbolisme et souvent préféré au réalisme de la représentation. Si la 2D est suffisante pour le travail archéologique d'une étude de site par exemple d'une ville antique pour laquelle aucune trace d'élévation[4] n'existe. Il en est loin d'être la même chose pour l'étude d'un bâtiment ou, comme dans notre cas, d'un navire. Le besoin d'une représentation 3D réaliste est alors de première importance. Le contexte de notre application est concentré en un seul outil composé d'un système de

[2] Departement de Recherche Subaquatiques et Sous Marines.

[3] Remoted Operated Vehicle, mini submersible guidé depuis la surface.

[4] Organisation du site en une superposition de couches horizontales correspondant souvent à des périodes différentes.

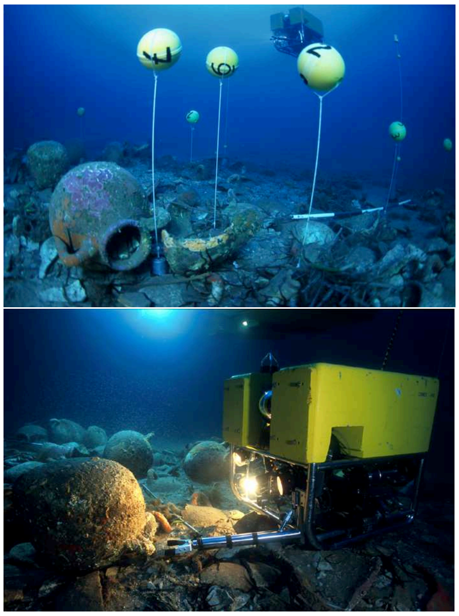

FIG. 1: *Le site de fouille du Grand Ribaud F, au dessus du champ d'amphore le ROV collecte les amphores qui seront mesurées en laboratoire par les archéologues.*

gestion de données, un système de visualisation 3D, un outil de mesure 3D et une modélisation objet du site étudié. Les archéologues peuvent donc arriver facilement à une représentation complète du site étudié directement à partir de relevés de celui-ci.

5.2 Sources de données

Dans le cadre de l'étude du site, la mesure et la gestion des amphores de l'épave sont basées sur trois sources de données fortement incomplètes. La première, notée S_1, représente un le modèle théorique d'une amphore. Elle contient les contraintes géométriques pour arriver à la mesure d'une amphore, une définition de sa forme et des valeurs par défaut pour ses valeurs de taille caractéristiques. Ces données évoluent à chaque étude d'une nouvelle amphore. La seconde source, S_2, se compose des mesures photogrammetriques faites à partir de photographies des amphores prises durant la fouille. Les données de la troisième source, S_3 proviennent de la mesure en laboratoire d'amphores prélevées sur le site. Le rapprochement entre la partie théorique et pratique de ce travail est situé dans la création de S_1 à partir de la fusion des informations provenant de S_3. Une description de ces deux sources est faite avant de faire la jonction entre fusion d'informations et application.

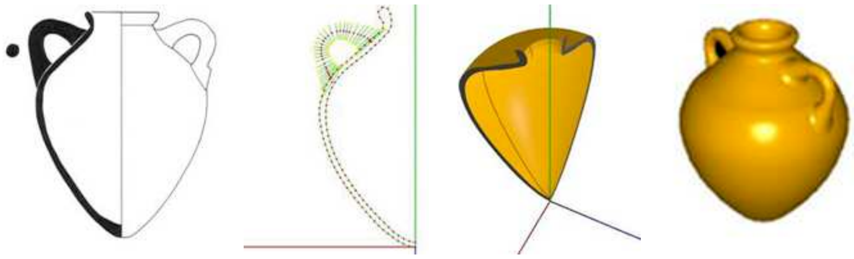

FIG. 2: *A l'extrême gauche le modèle graphique élaboré par les archéologues, puis différentes phases de représentation numérique de ce modèle selon un ensemble de paramètres géométriques.*

5.2.1 S_1, le Modèle théorique

Cette source représente la connaissance experte des archéologues. Il s'agit d'un modèle résultant de l'observation d'amphores. Les amphores sont représentées par des classes qui regroupent des informations de natures variées : Description géométrique, description des observations et des mesures possibles sur l'objet et description des règles de calculs utilisées pour mesurer un artefact à partir de points mesurés par photogrammétrie sur celui-ci. Afin de connaître l'état des mesures possibles sur un objet appartenant à la classe définie par le modèle théorique, on utilise la notion de fait. Chaque fait, pouvant être vu comme une variable propositionnelle, correspond à une mesure pouvant être effectuée sur l'objet. Par exemple, pour une amphore, on peut mesurer des points sur son col, ses anse, sa panse et son fond. De ces points on peut déduire une hauteur, un diamètre de col, un diamètre de panse, etc.

5.2.2 S_2, Les mesures photogrammétriques

La seconde source de donnée, S_2 provient des mesures photogrammétriques à partir des photographies prises sur le site. Cette information est de trois types : position et orientation des photographies, position et orientation des amphores identifiées et mesurées et détermination de certains attributs morphologiques. Pour chaque amphore observée sur au moins deux photographies, l'archéologue identifie la classe de l'amphore, c'est à dire le modèle théorique auquel elle se rapporte, et choisit une classe proposée par des fichiers XML représentant S_1. Une instance est crée avec un identifiant unique ce qui permet alors de procéder à des mesures suivant la liste de faits fournie par le modèle théorique. Cette information est fortement incomplète car les amphores sont souvent vues de manière incomplète sur les photographies, de plus, beaucoup d'entre elles sont déjà brisées. Le rôle du Système Expert, et la phase de déduction, est de compléter les mesures en prenant dans S_1 et S_2 des informations permettant de fournir un modèle complet de chaque instance d'amphore.

5.2.3 S_3, Les mesures en laboratoire

La troisième source de données est un ensemble d'instances d'amphores pour lesquelles des mesures en laboratoire ont été pratiquées Ces mesures peuvent être de natures très variées allant de la mesure manuelle à la mesure au laser [9]. Les objets de S_3 sont ceux auxquels on accorde le plus de confiance et permettent d'établir en partie le modèle théorique de S_1. Cependant, le corpus d'amphores dans S_3 est limité car il s'agit d'objets prélevés sur le site de la fouille. Il est à noter également que chaque amphore de S_3 est identifiée de manière unique tout comme celles de S_2, de plus, une amphore peut être présente dans S_2 et S_3 car elle peut avoir été mesurée par photogrammétrie puis avoir été remontée en surface pour être étudiée en laboratoire.

5.3 Fusion réversible de la théorie à la pratique

La création d'un modèle théorique est obtenue par fusion des observations effectuées sur un corpus d'amphores en laboratoire. Nous utilisons ici de nouvelles notations pour représenter les sources de données de l'application afin de respecter au mieux la partie théorique sur la fusion. Tout d'abord, la partie du modèle théorique qui est crée par la fusion, c'est à dire l'ensemble de valeurs par défaut, est noté $\Sigma_1 \otimes \cdots \otimes \Sigma_n$. Nous prenons ici comme ensemble de croyances $\mathcal{B} = \{\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3\}$ où chaque base représente les croyances sur les mesures établies à partir de 3 amphores étudiées en laboratoire. On se limitera à l'étude de trois attributs, le diamètre du cercle de col, identifié par c, le diamètre de la panse, identifié par p et la hauteur d'une amphore, identifiée par h. Chaque base Σ_i est un ensemble de triplets composés d'un fait d'une valeur et d'un poids local. Le fait, codé par une variable propositionnelle, représentant un attribut et la valeur le résultat mesuré sur l'amphore pour cet attribut. Nous sommes donc dans le cas de la fusion de bases de croyances pondérées composées de littéraux étudiée en section 4. Comme pondération pour les formules, nous utilisons des polynômes constants correspondant au numéro de l'amphore. Les bases Σ_i sont donc ici :

$$\begin{aligned}
\Sigma_1 &= \{(c_1,\ 15.3,\ 1),\ \ (p_1,\ 50.5,\ 1)\} \\
\Sigma_2 &= \{(p_2,\ 56.4,\ 2),\ \ (h_2,\ 88.7,\ 2)\} \\
\Sigma_3 &= \{(c_3,\ 14.9,\ 3),\ \ (p_3,\ 51.4,\ 3),\ \ (h_3,\ 90.3,\ 3)\}
\end{aligned}$$

L'opérateur de fusion utilisé ici est une variante de l'opérateur de fusion réversible de majorité, $\otimes_{SUM}$. A chaque disjonction générée, la moyenne des valeurs des triplets est calculée et devient la nouvelle valeur du triplet. Il est aussi à noter que les disjonctions prises en compte sont seulement celles qui mettent en relation des variables propositionnelles identifiant le même fait. En effet faire la moyenne d'un diamètre de cercle de col et de la hauteur d'une amphore par exemple n'est pas pertinent. Le calcul de la base fusionnée donne le résultat suivant :

$$\begin{array}{rcl}\Sigma_1 \otimes \Sigma_2 \otimes \Sigma_3 & = & \{(c_1,\ 15.3,\ 1),\ \ (p_1,\ 50.5,\ 1),\\ & & (p_2,\ 56.4,\ x),\ \ (h_2,\ 88.7,\ x),\\ & & (c_3,\ 14.9,\ x^2),\ \ (p_3,\ 51.4,\ x^2),\ \ (h_3,\ 90.3,\ x^2),\\ & & (c_1 \vee c_3,\ 15.1,\ 1+x^2),\ \ (p_1 \vee p_2,\ 53.45,\ 1+x),\\ & & (p_2 \vee p_3,\ 53.9,\ x+x^2),\ \ (h_2 \vee h_3,\ 89.5,\ x+x^2),\\ & & (p_1 \vee p_2 \vee p_3,\ 52.77,\ 1+x+x^2)\}\end{array}$$

Les formules préférées pour chaque attribut possible sont $p_1 \vee p_2 \vee p_3$ pour le calcul du cercle de panse, $c_1 \vee c_3$ pour le calcul du cercle de col et $h_2 \vee h_3$ pour le calcul de la hauteur. On remarque que c'est la valeur obtenue en utilisant le plus d'attributs qui est choisie, ceci correspond bien au comportement de l'opérateur de fusion $\otimes_{SUM}$. Au niveau pratique, il est facile de créer l'ensemble de croyances. Il suffit de parcourir la source S_3 de données sur les mesures en laboratoire, codée en XML, et pour chaque amphore rencontrée de créer une base de croyance Σ_i. Pour une amphore donnée, à chaque attribut mesuré correspond un triplet $(fait, valeur, poids)$ de Σ_i. Pour fusionner les bases de croyances crées, la méthode est de faire pour chaque attribut, identifié par un fait, l'opération de fusion réversible. On obtient ainsi la base de faits composée de triplets de la même forme que ceux composant les bases Σ_i. Seul le polynôme pondérant chaque triplet est différent. Il est le résultat de la fusion des polynômes constants pondérant les triplets ayant participés au calcul de la valeur attribut. Cette fusion réversible permet de conserver un historique des amphores utilisées pour le calcul de la valeur par défaut d'un attribut, la réversibilité de l'opération de fusion est alors possible en utilisant cet historique. La réversibilité est en effet primordiale dans le cadre de mesures faites à des intervalles de temps parfois très éloignés où une erreur de mesure peut entacher les informations provenant d'une source. La réversibilité permet alors, après détection et correction de l'erreur de fusionner à nouveaux les informations, sans pour autant perdre les résultats obtenus précédemment.

6 Conclusion et Perspectives

Ce travail a permis de montrer que la réversibilité est applicable à des opérateurs de fusion avec priorités explicites connus et peut être utilisée dans des applications pratiques. La fusion réversible a été étudiée, une approche sémantique a été proposée avec un codage des pré-ordres totaux sur les interprétations par des polynômes de $\mathbb{R}^+[x]$ permettant la réversibilité. Une approche syntaxique dans le cas où les bases de croyances constituées de littéraux pondérés par des polynômes de $\mathbb{R}^+[x]$ l'a été également. L'équivalence entre l'approche sémantique et l'approche syntaxique a été prouvée. Cette étude pourrait se poursuivre en étendant les résultats obtenus aux cas où les bases de croyances sont des formules propositionnelles quelconques. Une itération du processus de fusion peut être également envisagée au moyen de petites extensions de notre approche. D'un point de vue pratique, la représentation de la logique propositionnelle en XML avec OPALE ainsi que le système expert d'aide à la mesure permettent déjà d'utiliser la fusion au moyen d'algorithmes efficaces. Enfin ce travail pourrait être appliqué à des domaines plus généraux que l'archéologie, comme par exemple les domaine des bases de données ou du web sémantique.

Remerciements

Ce travail a été réalisé avec le soutien de la région PACA et celui de la comex ainsi que de la Commission Européenne par le projet IST-1999-14189 REVIGIS.

Références

[1] C. Baral, S. Kraus, J. Minker, and V. Subrahmanian. Combining knowledge bases consisting in first order theories. *Computational Intelligence*, 8(1) :45–71, 1992.

[2] S. Benferhat, D. Dubois, S. Kaci, and H. Prade. Fusion d'informations incertaines en logique possibiliste : Classification des opérateurs et représentation de la fusion propositionnelle à base de distance. 1(1), jul 2003.

[3] S. Benferhat, D. Dubois, S. Lagrue, and O. Papini. Making revision reversible : an approach based on polynomials. *Fundamenta Informaticae*, 53((3-4)) :251–288, 2002.

[4] S. Benferhat, S. Konieczny, O. Papini, and R. Pino Perez. Iterated revision by epistemic states : axioms, semantics and syntax. In *Proceedings of the 14th European conference on Artificial Intelligence (ECAI 2000)*, pages 13–17, 2000.

[5] L. Cholvy. Reasoning about merging information. *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainly Management Systems*, 3 :233–263, 1998.

[6] Collectif. *Manual of photogrammetry, Fourth Edition*. American Society of Photogrammetry.

[7] P. Drap and P. Grussenmeyer. A digital photogrammetric workstation on the web. *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, (1), 2000.

[8] P. Drap, J. Seinturier, and L. Long. Archaeological 3d modelling using digital photogrammetry and expert system. the case study of etruscan amphorae. In *The Sixth International Conference on Computer Graphics and Artificial Intelligence*, pages 177–188, DIAZO1, Clermont Ferrand, 2003.

[9] P. Drap, M. Sgrenzaroli, M. Canciani, G. Cannata, and J. Seinturier. Laserscanning and close range photogrammetry : Towards a single measuring tool dedicated to architecture and archaeology. *CIPA XIXTH Internatýonal symposium Antalya*, 2003.

[10] D. Dubois, J. Lang, and H. Prade. Possibilistic Logic. *in Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, 3 :439–513, 1994.

[11] R. Jeansoulin and O. Papini. Révision et information spatiale. In R. Jeansoulin H. Prade and C. Garbay, editors, *Le temps, l'espace et l'évolutif en sciences du traitement de l'information*, pages 293–304. Cépadues-éditions, 2000.

[12] S. Konieczny and R. Pino Pérez. On the logic of merging. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'98), Trento*, pages 488–498, 1998.

[13] C. Laffage and J. Lang. Logical representation of preferences for group decision making. In *7th International Conference on Krinciples of Knowledge Representation and Reasoning*, pages 457–468, Breckenridge, CO, 2000.

[14] J. Lin. Integration of weighted knowledge bases. *Artificial Intelligence*, 83 :363–378, 1996.

[15] O. Papini. Iterated revision operations stemming from the history of an agent's observations. In *workshop NMR98 on belief revision. KR'98*, 1998.

[16] O. Papini. Iterated revision operations stemming from the history of an agent's observations (extended version). In M. A. Williams and H. Rott, editors, *Frontiers of Belief revision*, pages 279–301. Kluwer Academic Press, 2001.

[17] J. Pearl. System Z : a natural ordering of default with tractable applications to default reasoning. In *Proc. of the 3rd Conf. on Theoritical Aspects of Reasoning about Knowledge (TARK'90).* Morgan Kaufmann.

[18] P. Z. Revesz. On the semantics of theory change : arbitration between old and new information. 12^{th} *ACM SIGACT-SGMIT-SIGART symposium on Principes of Databases*, pages 71–92, 1993.

[19] P. Z. Revesz. On the semantics of arbitration. *Journal of Algebra and Computation*, 7(2) :133–160, 1997.

[20] J. Seinturier. Fusion réversible : application à l'archéologie. *Mémoire de DEA d'informatique.*

[21] W. Spohn. Ordinal conditional functions : a dynamic theory of epistemic states. *Causation in Decision, Belief Change, and Statistics*, 2 :105–134, 1987.

[22] M. A. Williams. Transmutations of Knowledge Systems. In *Proceedings of 4th Principle of Knowledge Representation and Reasoning Conference*, pages 619–629, 1994.