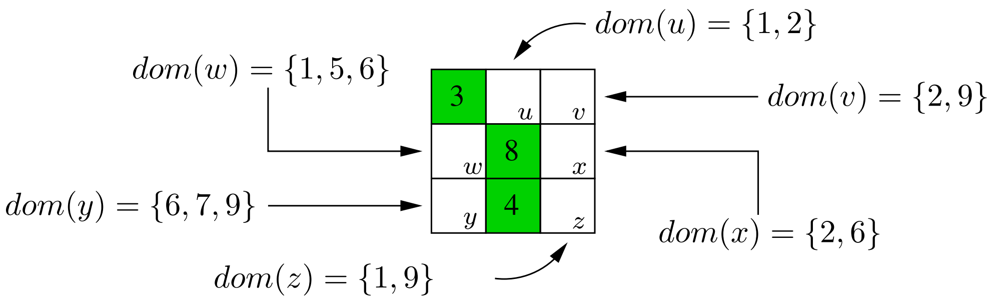
OPC - Filtrage / Propagation

1 Filtrage

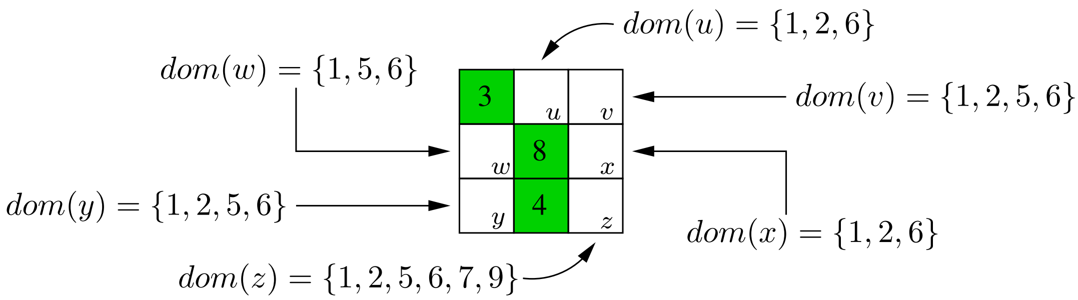
1.1 Filtrage pour `allDifferent`

1. Soit une contrainte `allDifferent` dans l'état ci-dessous (bloc du Sudoku) :



   Donner l'état des domaines après filtrage de type AC.

2. Soit une contrainte `AllDifferent` dans l'état ci-dessous (bloc du Sudoku) :



   Donner l'état des domaines après filtrage de type AC. Qu'en concluez-vous ?

1.2 Filtrage pour `sum`

1. Soit la contrainte :

   $$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 4x_5 + 2x_6 \geq 50$$

   avec $\forall x \in \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}, dom(x) = \{1, 2, 3, 4\}$.

   Donner l'état des domaines après filtrage de type AC.

2. Soit la contrainte :

$12 \geq 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 9$
avec $\forall x \in \{x_1, x_2, x_3\}, dom(x) = \{1, 2\}$.

Donner l'état des domaines après filtrage de type AC. Pour cela, on construira le graphe Knapsack, sa version réduite et le MDD correspondant.

1.3 Filtrage de contraintes arithmétiques

Soit la contrainte ternaire $c_{xyz} : x < y + z$

1. Identifier des règles de filtrage (de type AC) pour chaque variable en fonction des bornes min et max des autres variables
2. En considérant $dom(x) = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $dom(y) = \{0, 1, 2, 3\}$ et $dom(z) = \{2, 3\}$, indiquer l'état des domaines après filtrage (de niveau AC) par c_{xyz}.

1.4 Filtrage pour combinaisons logiques

1. Soient les variables x et y telles que $dom(x) = dom(y) = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Indiquer le filtrage AC réalisé par la méta-contrainte
   `or`$(x + 7 \leq y, y + 6 \leq x)$
2. Soient les variables w, x, y et z telles que $dom(w) = dom(x) = dom(y) = dom(z) = \{a, b, c\}$. Quel est le filtrage AC réalisé par la méta-contrainte
   `and`(c_{wxy}, c_{xyz})
   où (les relations de) c_{wxy} et c_{xyz} sont définis par la figure suivante :

$rel(c_{wxy})$	$rel(c_{xyz})$
$w\ x\ y$	$x\ y\ z$
(a, b, c)	(b, a, a)
(b, c, a)	(c, a, b)
(c, b, b)	(b, c, a)
(c, c, b)	(a, b, c)
(a, a, a)	(a, a, c)

1.5 Filtrage aux bornes

En supposant que les domaines sont ordonnés (par la relation $<$), on désigne la valeur minimale du domaine courant de x par $min(x)$ et la valeur maximale du domaine courant de x par $max(x)$. Par exemple, pour $dom(x) = \{2, 3, 5, 8\}$, $min(x)$ et $max(x)$ sont de valeurs respectives 2 et 8.

Rappelons qu'un support sur une contrainte c est un tuple (instantiation) τ tel que $\tau \in rel(c)$ et $\forall x \in scp(c)$, $\tau[x] \in dom(x)$. On définit un support-borne (bound support) sur une contrainte c comme étant un tuple τ tel que $\tau \in rel(c)$ et $\forall x \in scp(c)$, $min(x) \leq \tau[x] \leq max(x)$.

On définit les cohérences aux bornes suivantes :

— une contrainte c est bound(Z)-consistent, ou BC(Z), ssi $\forall x \in scp(c)$, $(x, min(x))$ et $(x, max(x))$ appartiennent chacun à un support-borne sur c.

— une contrainte c est bound(D)-consistent, ou BC(D), ssi $\forall x \in scp(c)$, $(x, min(x))$ et $(x, max(x))$ appartiennent chacun à un support sur c.

— une contrainte c est range-consistent, ou RC, ssi $\forall x \in scp(c)$, $\forall a \in dom(x)$, (x, a) appartient à un support-borne sur c.

On suppose un ensemble de 6 variables $\{x_1, \ldots, x_6\}$ de domaines :

— $dom(x_1) = \{1, 2\}$,

— $dom(x_2) = \{1, 2\}$,
— $dom(x_3) = \{2, 3, 5, 6\}$,
— $dom(x_4) = \{2, 3, 5, 6\}$,
— $dom(x_5) = \{5\}$,
— $dom(x_6) = \{3, 4, 5, 6, 7\}$,

Donner l'état des domaines des variables après application d'un algorithme établissant BC(Z), puis BC(D), puis RC, et enfin AC sur la contrainte `allDifferent`$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$.

2 Propagation de contraintes

2.1 Un petit démarrage sur la base du tutorial Choco

Le code suivant (décrit pour AbsCon) représente une instance de problème.

1. Donner la description formelle du réseau de contraintes modélisé ici.
2. Donner la fermeture AC du réseau.

```
class Mysterious extends Problem {
  void model() {
    Var x = var("x",dom(0,5));
    Var y = var("y",dom(0,5));
    Var z = var("z",dom(0,5));
    ctr(gt(x,y));
    ctr(ne(x,z));
    ctr(gt(y,z));
  }
}
```

2.2 Exercice

Décrivez le processus de propagation de contraintes sur le réseau de contraintes P tel que :

— $vars(P) = \{x, y, z\}$ avec
  — $dom(x) = \{1, 2, 3, 4\}$
  — $dom(y) = \{2, 3, 4\}$
  — $dom(z) = \{2, 3\}$
— $ctrs(P) = \{x + 2y - z \leq 4, \texttt{allDifferent}(x, y, z)\}$