

Algorithmique

Cours 4

IUT Informatique de Lens, 1ère Année
Université d'Artois

Frédéric Koriche
koriche@cril.fr
2011 - Semestre 1

Sommaire

L'objectif de ce cours est d'étudier les **tableaux** en algorithmique et programmation C++.

1 Tableaux

2 Accès

3 Parcours

4 Recherche

- Recherche Séquentielle
- Recherche dichotomique

5 Tri

- Tri par sélection
- Tri par insertion

Sommaire

L'objectif de ce cours est d'étudier les **tableaux** en algorithmique et programmation C++.

1 Tableaux

2 Accès

3 Parcours

4 Recherche

- Recherche Séquentielle
- Recherche dichotomique

5 Tri

- Tri par sélection
- Tri par insertion

Tableaux

Un **tableau** (unidimensionnel) est une séquence de données du même type accessibles par leur index.

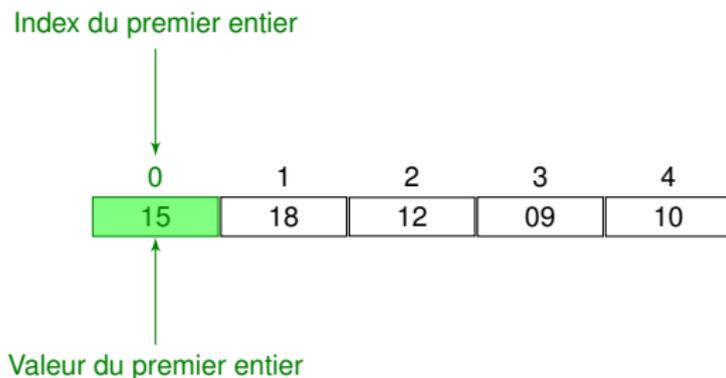
0	1	2	3	4
15	18	12	09	10

 *int*

Un tableau de 5 entiers

Tableaux

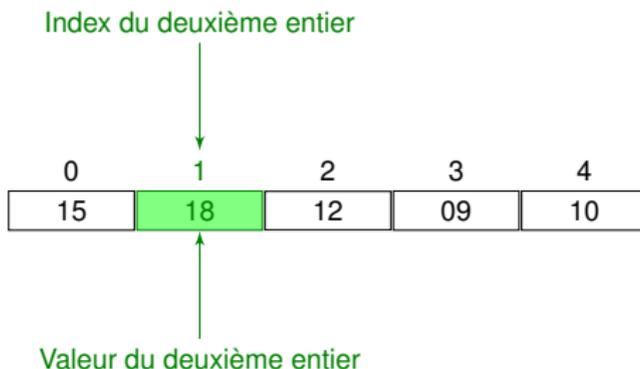
Un **tableau** (unidimensionnel) est une séquence de données du même type accessibles par leur index.



Un tableau de 5 entiers

Tableaux

Un **tableau** (unidimensionnel) est une séquence de données du même type accessibles par leur index.



Un tableau de 5 entiers

Tableaux Statiques

Un tableau est **statique** si sa taille est fixe : elle est connue à l'avance et ne bouge pas pendant toute l'exécution du programme.

Tableaux Statiques

Un tableau est **statique** si sa taille est fixe : elle est connue à l'avance et ne bouge pas pendant toute l'exécution du programme.

Tableaux Dynamiques

Un tableau est **dynamique** si sa taille peut évoluer : elle n'est pas forcément connue à l'avance et peut changer en cours d'exécution du programme.

Tableaux Statiques

Un tableau est **statique** si sa taille est fixe : elle est connue à l'avance et ne bouge pas pendant toute l'exécution du programme.

Tableaux Dynamiques

Un tableau est **dynamique** si sa taille peut évoluer : elle n'est pas forcément connue à l'avance et peut changer en cours d'exécution du programme.

Note

Dans ce cours nous étudierons les tableaux statiques. En C++, les tableaux dynamiques peuvent être construits à partir de pointeurs ou en utilisant la classe `vector`.

Déclaration d'un tableau statique

Un tableau statique est défini par

- son **nom**
- le **type** de ses éléments
- sa **taille** ou le nombre de ses éléments

Déclaration d'un tableau statique

Un tableau statique est défini par

- son **nom**
- le **type** de ses éléments
- sa **taille** ou le nombre de ses éléments

Déclaration en pseudo-code

Un début d'algorithme

variables

| **entier** notes[5] ← Nombre d'éléments du tableau

début

| ... ← Nom du tableau

fin

← Type du tableau

Déclaration d'un tableau statique

Un tableau statique est défini par

- son **nom**
- le **type** de ses éléments
- sa **taille** ou le nombre de ses éléments

Déclaration en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
  int notes[5];
  ...
}
```

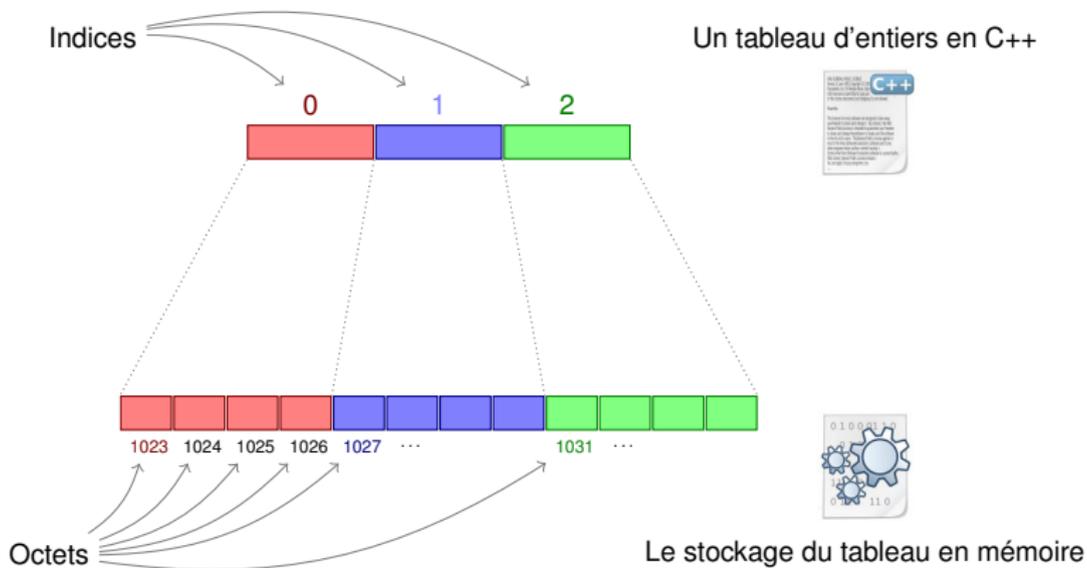
Nombre d'éléments du tableau

Nom du tableau

Type du tableau

Représentation en mémoire

Les tableaux statiques sont stockés en utilisant des zones **contiguës** de mémoire.



Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

Affectation en pseudo-code

Un algorithme

variables

| **entier** x
| **entier** notes[3]

début

| notes[0] ← 18 ← Le 1er élément prend la valeur 18
| notes[2] ← 12
| x ← notes[0]

fin

Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

Affectation en pseudo-code

Un algorithme

variables

| **entier** x
| **entier** notes[3]

début

| notes[0] ← 18 ← Le 1er élément prend la valeur 18
| notes[2] ← 12 ← Le 3ème élément prend la valeur 12
| x ← notes[0]

fin

Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

Affectation en pseudo-code

Un algorithme

variables

| **entier** x
| **entier** notes[3]

début

| notes[0] ← 18 ← Le 1er élément prend la valeur 18
| notes[2] ← 12 ← Le 3ème élément prend la valeur 12
| x ← notes[0] ← La variable x prend la valeur du 1er élément

fin

Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

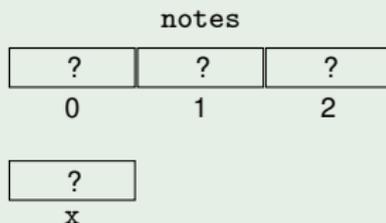
Accès en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[0] = 18;
    notes[2] = 12;
    x = notes[0];

    return 0;
}
```



Déclaration des variables ; les valeurs ne sont pas connues

Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

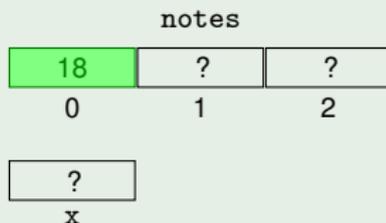
Accès en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[0] = 18;
    notes[2] = 12;
    x = notes[0];

    return 0;
}
```



Affectation de la valeur 18 à la case 0

Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

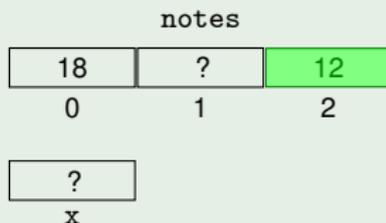
Accès en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[0] = 18;
    notes[2] = 12;
    x = notes[0];

    return 0;
}
```



Affectation de la valeur 12 à la case 2

Accès aux éléments d'un tableau

Chaque élément d'un tableau peut être traité comme une **variable**. En utilisant l'index de l'élément du tableau, il est possible en **une seule instruction** d'accéder à la valeur de cet élément.

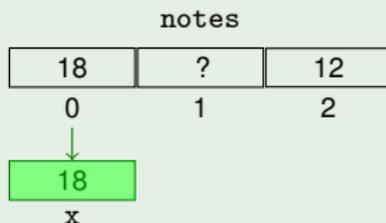
Accès en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[0] = 18;
    notes[2] = 12;
    x = notes[0];

    return 0;
}
```



Affectation de la valeur de la case 0 à la variable x

Initialisation d'un tableau

Il est possible d'initialiser les valeurs des éléments d'un tableau au moment de sa déclaration

Initialisation en pseudo-code

Un début d'algorithme

variables

| **entier** notes[3] ← {18, 15, 12}

début

| ...

fin

notes

18	15	12
0	1	2

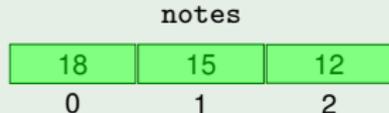
Initialisation d'un tableau

Initialisation d'un tableau

Il est possible d'initialiser les valeurs des éléments d'un tableau au moment de sa déclaration

Initialisation en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
  int notes[3] = {18,15,12};
  ...
}
```



Initialisation d'un tableau

Validité des accès

Pour un tableau de taille n , un indice est **valide** s'il est dans l'intervalle $\{0, \dots, n-1\}$.

Lors d'une affectation, le compilateur C++ ne vérifie pas si l'indice est valide : ce travail revient au programmeur.

Erreurs d'exécution

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[3] = 10;

    x = notes[0];
    x = notes[3];
}
```

Validité des accès

Pour un tableau de taille n , un indice est **valide** s'il est dans l'intervalle $\{0, \dots, n-1\}$.

Lors d'une affectation, le compilateur C++ ne vérifie pas si l'indice est valide : ce travail revient au programmeur.

Erreurs d'exécution

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[3] = 10;
    x = notes[0];
    x = notes[3];
}
```

L'affectation à `notes[3]` est invalide, puisque l'index 3 est en dehors de l'intervalle autorisé !

Validité des accès

Pour un tableau de taille n , un indice est **valide** s'il est dans l'intervalle $\{0, \dots, n-1\}$.

Lors d'une affectation, le compilateur C++ ne vérifie pas si l'indice est valide : ce travail revient au programmeur.

Erreurs d'exécution

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[3] = 10;
    x = notes[0];
    x = notes[3];
}
```

L'affectation à `notes[3]` est invalide, puisque l'index 3 est en dehors de l'intervalle autorisé !

L'affectation est valide, mais comme le tableau n'est pas initialisé, `x` peut prendre n'importe quelle valeur

Validité des accès

Pour un tableau de taille n , un indice est **valide** s'il est dans l'intervalle $\{0, \dots, n-1\}$.
Lors d'une affectation, le compilateur C++ ne vérifie pas si l'indice est valide : ce travail revient au programmeur.

Erreurs d'exécution

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[3];
    int x;

    notes[3] = 10;
    x = notes[0];
    x = notes[3];
}
```

L'affectation à `notes[3]` est invalide, puisque l'index 3 est en dehors de l'intervalle autorisé !

L'affectation est valide, mais comme le tableau n'est pas initialisé, `x` peut prendre n'importe quelle valeur

Comme `notes[3]` n'est pas un élément du tableau, l'affectation à `x` est invalide !

Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en pseudo-code

La moyenne des notes

variables

entier notes[3] ← {18, 15, 12}

entier *i*

réel somme

début

somme ← 0

pour *i* ← 0 à 2 **faire**

 somme ← somme + notes[*i*]

fin

afficher somme / 3.0

fin

notes

18	15	12
0	1	2

?

i

?

somme

Déclaration des variables

Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en pseudo-code

La moyenne des notes

variables

entier notes[3] ← {18, 15, 12}

entier i

réel somme

début

somme ← 0

pour $i \leftarrow 0$ **à** 2 **faire**

 somme ← somme + notes[i]

fin

afficher somme / 3.0

fin

notes

18	15	12
0	1	2

?
i

0
somme

Initialisation de la somme

Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en pseudo-code

La moyenne des notes

variables

entier notes[3] ← {18, 15, 12}

entier i

réel somme

début

somme ← 0

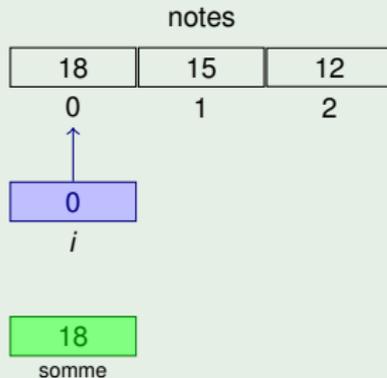
pour $i \leftarrow 0$ à 2 **faire**

 somme ← somme + notes[i]

fin

afficher somme / 3.0

fin



Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en pseudo-code

La moyenne des notes

variables

entier notes[3] ← {18, 15, 12}

entier i

réel somme

début

somme ← 0

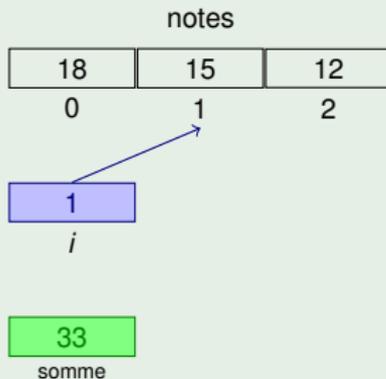
pour $i \leftarrow 0$ à 2 **faire**

 somme ← somme + notes[i]

fin

afficher somme / 3.0

fin



Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en pseudo-code

La moyenne des notes

variables

entier notes[3] ← {18, 15, 12}

entier i

réel somme

début

somme ← 0

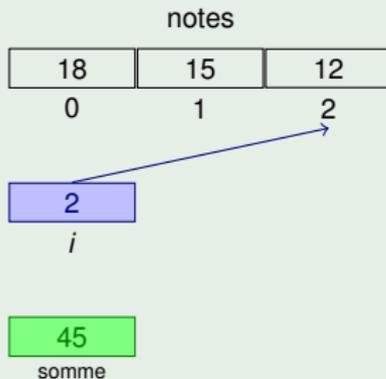
pour $i \leftarrow 0$ à 2 **faire**

 somme ← somme + notes[i]

fin

afficher somme / 3.0

fin



3ème itération

Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3] = {10,16,12};
    int i, max;

    max = 0;
    for (i=0; i<3; i++)
    {
        if (notes[i] > max)
            max = notes[i];
    }

    cout << max;
    return 0;
}
```

notes		
10	16	12
0	1	2

?

i

?

max

Déclaration des variables

Le maximum des notes

Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en C++

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3] = {10,16,12};
    int i, max;

    max = 0;
    for (i=0; i<3; i++)
    {
        if (notes[i] > max)
            max = notes[i];
    }

    cout << max;
    return 0;
}
```

Le maximum des notes

notes		
10	16	12
0	1	2

?

i

0

max

Initialisation du max

Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en C++

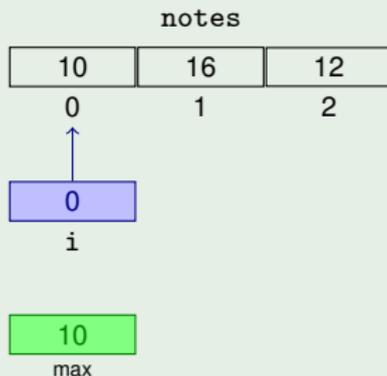
```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3] = {10,16,12};
    int i, max;

    max = 0;
    for (i=0; i<3; i++)
    {
        if (notes[i] > max)
            max = notes[i];
    }

    cout << max;
    return 0;
}
```

Le maximum des notes



1ère itération

Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en C++

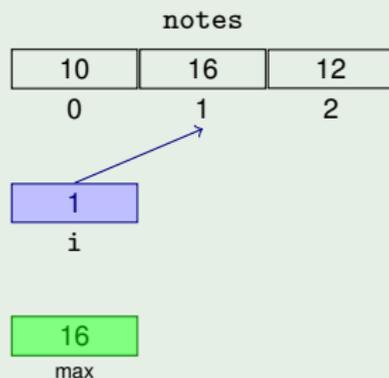
```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3] = {10,16,12};
    int i, max;

    max = 0;
    for (i=0; i<3; i++)
    {
        if (notes[i] > max)
            max = notes[i];
    }

    cout << max;
    return 0;
}
```

Le maximum des notes



Parcours d'un tableau

Le parcours d'un tableau s'effectue en initialisant le compteur au premier index du tableau et en incrémentant le compteur jusqu'au dernier index du tableau

Parcours en C++

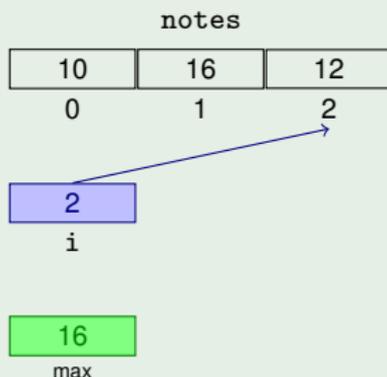
```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    int notes[3] = {10,16,12};
    int i, max;

    max = 0;
    for (i=0; i<3; i++)
    {
        if (notes[i] > max)
            max = notes[i];
    }

    cout << max;
    return 0;
}
```

Le maximum des notes



Validité des parcours

Le parcours total d'un tableau de taille n réalise n itérations depuis l'index 0 jusqu'à l'index $n-1$.

Erreurs de parcours

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[5] = {10,12,08,14,16};
    int i,somme;

    somme = 0;
    for (i=0; i<=5; i++)
    {
        somme += notes[i];
    }
    cout << somme;

}
```

Validité des parcours

Le parcours total d'un tableau de taille n réalise n itérations depuis l'index 0 jusqu'à l'index $n-1$.

Erreurs de parcours

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[5] = {10,12,08,14,16};
    int i,somme;

    somme = 0;
    for (i=0; i<=5; i++) ←
    {
        somme += notes[i];
    }
    cout << somme;

}
```

La condition $i \leq 5$ est invalide, puisque l'index 5 est en dehors de l'intervalle autorisé !

Validité des parcours

Le parcours total d'un tableau de taille n réalise n itérations depuis l'index 0 jusqu'à l'index $n-1$.

Erreurs de parcours

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[5] = {10,12,08,14,16};
    int i,somme;

    somme = 0;
    for (i=1; i<5; i++)
    {
        somme += notes[i];
    }
    cout << somme;

}
```

Validité des parcours

Le parcours total d'un tableau de taille n réalise n itérations depuis l'index 0 jusqu'à l'index $n-1$.

Erreurs de parcours

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int notes[5] = {10,12,08,14,16};
    int i,somme;

    somme = 0;
    for (i=1; i<5; i++) ←
    {
        somme += notes[i];
    }
    cout << somme;

}
```

Même si l'instruction `for` est ici valide, la condition `i = 1` est incomplète pour faire la somme, puisque l'index 0 a été oublié !

Problème de la recherche

- Données : un tableau de n entiers naturels distincts, et une valeur v à trouver.
- Résultat : si le tableau contient un élément de valeur v , alors afficher l'index de cet élément ; sinon afficher "échec".



Recherche séquentielle

Rechercher dans un tableau non trié

variables

entier notes[5] ← {18, 15, 10, 12, 14}

entier i , valeur

booléen trouvé

début

lire valeur

$i \leftarrow 0$

répéter

trouvé ← notes[i] = valeur

$i \leftarrow i + 1$

jusqu'à trouvé **ou** $i = 5$

si trouvé **alors**

afficher $i - 1$

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Recherche séquentielle

Rechercher dans un tableau non trié

variables

entier notes[5] ← {18, 15, 10, 12, 14}

entier i , valeur

booléen trouvé

début

lire valeur

$i \leftarrow 0$

répéter

trouvé ← notes[i] = valeur

$i \leftarrow i + 1$

jusqu'à trouvé ou $i = 5$

si trouvé **alors**

afficher $i - 1$

sinon

afficher "échec"

fin

fin

notes

18	15	10	12	14
0	1	2	3	4

?

i

?

valeur

?

trouvé

Déclaration des variables

Recherche séquentielle

Rechercher dans un tableau non trié

variables

entier notes[5] \leftarrow {18, 15, 10, 12, 14}

entier i , valeur

booléen trouvé

début

lire valeur

$i \leftarrow 0$

répéter

trouvé \leftarrow notes[i] = valeur

$i \leftarrow i + 1$

jusqu'à trouvé ou $i = 5$

si trouvé **alors**

afficher $i - 1$

sinon

afficher "échec"

fin

fin

notes

18	15	10	12	14
0	1	2	3	4

0	10	?
i	valeur	trouvé

Initialisation des variables

Recherche séquentielle

Rechercher dans un tableau non trié

variables

entier notes[5] ← {18, 15, 10, 12, 14}

entier i , valeur

booléen trouvé

début

lire valeur

$i \leftarrow 0$

répéter

trouvé ← notes[i] = valeur

$i \leftarrow i + 1$

jusqu'à trouvé ou $i = 5$

si trouvé **alors**

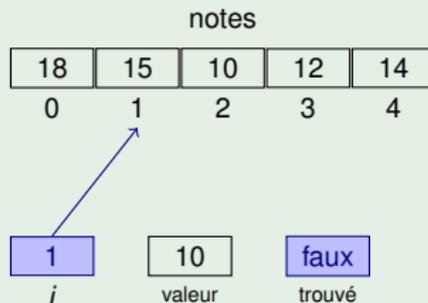
afficher $i - 1$

sinon

afficher "échec"

fin

fin



Fin de la 1ère itération

Recherche séquentielle

Rechercher dans un tableau non trié

variables

entier notes[5] ← {18, 15, 10, 12, 14}

entier i , valeur

booléen trouvé

début

lire valeur

$i \leftarrow 0$

répéter

trouvé ← notes[i] = valeur

$i \leftarrow i + 1$

jusqu'à trouvé ou $i = 5$

si trouvé **alors**

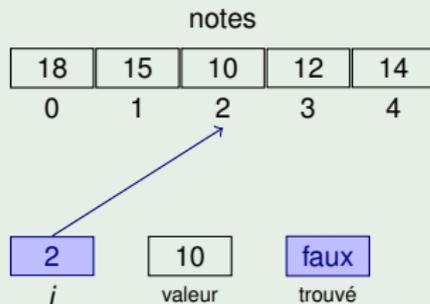
afficher $i - 1$

sinon

afficher "échec"

fin

fin



Fin de la 2ème itération

Recherche séquentielle

Rechercher dans un tableau non trié

variables

entier notes[5] ← {18, 15, 10, 12, 14}

entier i , valeur

booléen trouvé

début

lire valeur

$i \leftarrow 0$

répéter

trouvé ← notes[i] = valeur

$i \leftarrow i + 1$

jusqu'à trouvé ou $i = 5$

si trouvé **alors**

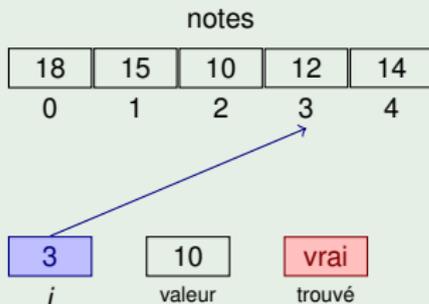
afficher $i - 1$

sinon

afficher "échec"

fin

fin



Fin de la 3ème itération

Recherche séquentielle

Rechercher dans un tableau non trié

variables

entier notes[5] ← {18, 15, 10, 12, 14}

entier i , valeur

booléen trouvé

début

lire valeur

$i \leftarrow 0$

répéter

trouvé ← notes[i] = valeur

$i \leftarrow i + 1$

jusqu'à trouvé ou $i = 5$

si trouvé **alors**

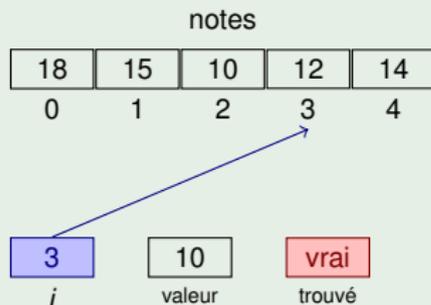
afficher $i - 1$

sinon

afficher "échec"

fin

fin



$i < 5$ donc le programme retourne 2

Recherche dichotomique

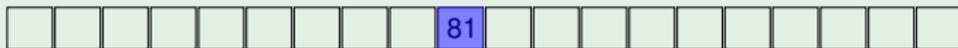
60



Supposons que l'on ait un grand tableau d'éléments **triés** du plus petit au plus grand. On cherche la valeur 60 dans le tableau.

Recherche dichotomique

60



On commence par regarder le milieu du tableau.

Recherche dichotomique

60



Comme la valeur recherchée est plus petite que 81 on relance la recherche dans la moitié gauche du tableau.

Recherche dichotomique

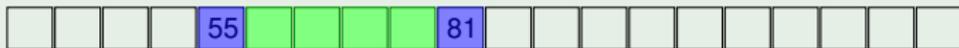
60



On regarde le milieu de cette portion.

Recherche dichotomique

60



Comme la valeur recherchée est plus grande que 55 on relance la recherche dans la moitié droite de la portion.

Recherche dichotomique

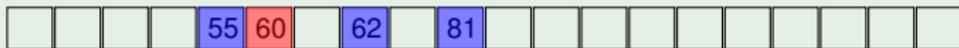
60



Et ainsi de suite ...

Recherche dichotomique

60



... jusqu'à tomber sur la valeur recherchée, ou jusqu'à obtenir une portion vide.

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}

entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite $\leftarrow n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

| droite $\leftarrow i - 1$

sinon

| gauche $\leftarrow i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

| **afficher** i

sinon

| **afficher** "échec"

fin

fin

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}
entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite \leftarrow $n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

 droite \leftarrow $i - 1$

sinon

 gauche \leftarrow $i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

afficher i

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Bornes de la portion à rechercher

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}
entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite \leftarrow $n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

 droite \leftarrow $i - 1$

sinon

 gauche \leftarrow $i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

afficher i

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Bornes de la portion à rechercher

Milieu de la portion

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}
entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite \leftarrow $n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

droite \leftarrow $i - 1$

sinon

gauche \leftarrow $i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

afficher i

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Bornes de la portion à rechercher

Milieu de la portion

Si la valeur est plus petite que le milieu

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}
entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite \leftarrow $n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

droite \leftarrow $i - 1$

sinon

gauche \leftarrow $i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

afficher i

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Bornes de la portion à rechercher

Milieu de la portion

Si la valeur est plus petite que le milieu

alors rechercher dans la moitié gauche

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}
entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite \leftarrow $n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

droite \leftarrow $i - 1$

sinon

gauche \leftarrow $i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

afficher i

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Bornes de la portion à rechercher

Milieu de la portion

Si la valeur est plus petite que le milieu

alors rechercher dans la moitié gauche

sinon rechercher dans la moitié droite

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}
entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite \leftarrow $n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

droite \leftarrow $i - 1$

sinon

gauche \leftarrow $i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

afficher i

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Bornes de la portion à rechercher

Milieu de la portion

Si la valeur est plus petite que le milieu

alors rechercher dans la moitié gauche

sinon rechercher dans la moitié droite

continuer jusqu'à ce que la portion soit vide

Recherche dichotomique

Rechercher dans un tableau trié

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}
entier i , gauche, droite, valeur

début

lire valeur

gauche \leftarrow 0

droite \leftarrow $n - 1$

répéter

$i \leftarrow$ (gauche + droite) / 2

si valeur < tableau[i] **alors**

droite \leftarrow $i - 1$

sinon

gauche \leftarrow $i + 1$

fin

jusqu'à (valeur = tableau[i]) **ou** (gauche > droite)

si valeur = tableau[i] **alors**

afficher i

sinon

afficher "échec"

fin

fin

Bornes de la portion à rechercher

Milieu de la portion

Si la valeur est plus petite que le milieu

alors rechercher dans la moitié gauche

sinon rechercher dans la moitié droite

continuer jusqu'à ce que la portion soit vide

ou jusqu'à trouver l'index de la valeur

Problème du tri

- Données : un tableau de n entiers naturels $\langle x_0, \dots, x_{n-1} \rangle$
- Résultat : une permutation des éléments $\langle x'_0, \dots, x'_{n-1} \rangle$ telle que $x'_0 \leq x'_1 \leq \dots \leq x'_{n-1}$.



Tri par sélection

20	12	15	16	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Supposons que l'on ait un tableau d'éléments non triés.

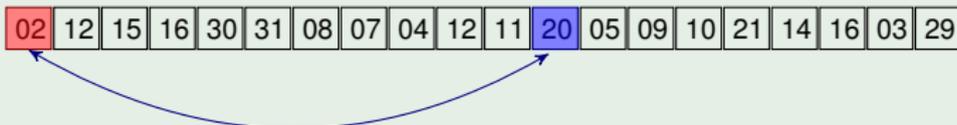
Tri par sélection

20	12	15	16	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

On commence par chercher le plus petit élément du tableau.

Tri par sélection

02	12	15	16	30	31	08	07	04	12	11	20	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



On le permute avec le premier élément du tableau, afin de le mettre en première position.

Tri par sélection

02	12	15	16	30	31	08	07	04	12	11	20	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

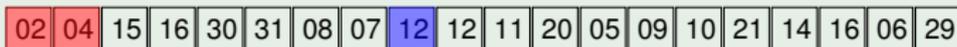
Comme le premier élément est bien rangé, on applique la même stratégie dans la portion du tableau commençant par le deuxième élément.

Tri par sélection

02	12	15	16	30	31	08	07	04	12	11	20	05	09	10	21	14	16	06	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Donc on recommence par chercher le plus petit élément de cette portion,

Tri par sélection



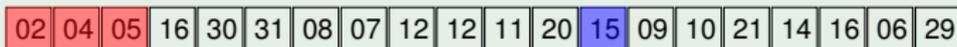
que l'on permute avec le deuxième élément.

Tri par sélection

02	04	15	16	30	31	08	07	12	12	11	20	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

La même stratégie est appliquée sur la portion restante ...

Tri par sélection



La même stratégie est appliquée sur la portion restante ...

Tri par sélection

02	04	05	16	30	31	08	07	12	12	11	20	15	09	10	21	14	16	06	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

... et ainsi de suite jusqu'à atteindre la fin du tableau

Tri par sélection

Trier par selection

variables

| **entier** tableau[n] \leftarrow {...}

| **entier** i, j, t, min

début

| **pour** $i \leftarrow 0$ à $n - 1$ **faire**

| | $\text{min} \leftarrow i$

| | **pour** $j \leftarrow i + 1$ à $n - 1$ **faire**

| | | **si** tableau[j] < tableau[min] **alors**

| | | | $\text{min} \leftarrow j$

| | | **fin**

| | **fin**

| | $t \leftarrow \text{tableau}[\text{min}]$

| | tableau[min] \leftarrow tableau[i]

| | tableau[i] $\leftarrow t$

| **fin**

fin

Tri par sélection

Trier par selection

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}

entier i, j, t, \min

Recherche l'index du plus petit élément de la portion courante

début

pour $i \leftarrow 0$ à $n - 1$ **faire**

min $\leftarrow i$

pour $j \leftarrow i + 1$ à $n - 1$ **faire**

si tableau[j] < tableau[\min] **alors**

min $\leftarrow j$

fin

fin

$t \leftarrow$ tableau[\min]

tableau[\min] \leftarrow tableau[i]

tableau[i] $\leftarrow t$

fin

fin

Tri par sélection

Trier par selection

variables

```
entier tableau[n] ← {...}  
entier i, j, t, min
```

Recherche l'index du plus petit élément de la portion courante

début

```
pour i ← 0 à n - 1 faire
```

```
  min ← i
```

```
  pour j ← i + 1 à n - 1 faire
```

```
    si tableau[j] < tableau[min] alors
```

```
      min ← j
```

```
    fin
```

```
  fin
```

Permute le minimum avec l'élément le plus à gauche

```
  t ← tableau[min]
```

```
  tableau[min] ← tableau[i]
```

```
  tableau[i] ← t
```

```
fin
```

```
fin
```

Tri par insertion

20	12	01	16	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

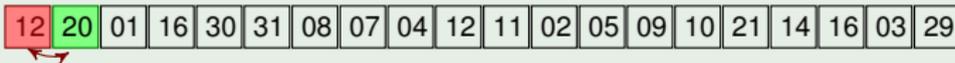
Le tri par insertion s'inspire de la manière dont on trie les cartes dans une main. Supposons que l'on ait un tableau d'éléments non triés.

Tri par insertion

20	12	01	16	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

On commence par le deuxième élément du tableau.

Tri par insertion



On l'insère à la bonne position sur la gauche en décalant les éléments plus grands.

Tri par insertion

12	20	01	16	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

On applique la même stratégie au troisième élément du tableau,

Tri par insertion



qu'on insère à la bonne position sur la gauche en décalant les éléments plus grands.

Tri par insertion

01	12	20	16	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

On applique la stratégie au quatrième élément du tableau,

Tri par insertion



qu'on insère à la bonne position sur la gauche en décalant les éléments plus grands.

Tri par insertion

01	12	16	20	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Comme la portion de gauche est toujours triée, il suffit d'appliquer le même principe jusqu'à atteindre la fin du tableau

Tri par insertion

01	12	16	20	30	31	08	07	04	12	11	02	05	09	10	21	14	16	03	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Comme la portion de gauche est toujours triée, il suffit d'appliquer le même principe jusqu'à atteindre la fin du tableau

Tri par insertion

Trier par selection

variables

| **entier** tableau[n] \leftarrow {...}

| **entier** i, j, val

début

| **pour** $i \leftarrow 1$ à $n - 1$ **faire**

| | $val \leftarrow$ tableau[i]

| | $j \leftarrow i$

| | **tant que** ($j > 0$) et (tableau[$j - 1$] > val) **faire**

| | | tableau[j] \leftarrow tableau[$j - 1$]

| | | $j \leftarrow j - 1$

| | **fin**

| | tableau[j] \leftarrow val

| **fin**

fin

Tri par insertion

Trier par selection

variables

entier tableau[n] ← {...}

entier i,j,val

L'élément à insérer est stocké dans la variable "val"

début

pour $i \leftarrow 1$ à $n-1$ **faire**

 val ← tableau[i]

 j ← i

tant que (j > 0) et (tableau[j-1] > val) **faire**

 tableau[j] ← tableau[j-1]

 j ← j-1

fin

 tableau[j] ← val

fin

fin

Tri par insertion

Trier par selection

variables

entier tableau[n] ← {...}

entier i, j, val

L'élément à insérer est stocké dans la variable "val"

début

pour i ← 1 à n - 1 **faire**

val ← tableau[i]

j ← i

tant que (j > 0) et (tableau[j - 1] > val) **faire**

tableau[j] ← tableau[j - 1]

j ← j - 1

fin

tableau[j] ← val

fin

fin

Les éléments de gauche plus grands que "val" sont décalés sur la droite

Tri par insertion

Trier par selection

variables

entier tableau[n] \leftarrow {...}

entier i, j, val

L'élément à insérer est stocké dans la variable "val"

début

pour $i \leftarrow 1$ à $n - 1$ **faire**

$val \leftarrow$ tableau[i]

$j \leftarrow i$

tant que ($j > 0$) et (tableau[$j - 1$] > val) **faire**

 tableau[j] \leftarrow tableau[$j - 1$]

$j \leftarrow j - 1$

fin

tableau[j] \leftarrow val

Les éléments de gauche plus grands que "val" sont décalés sur la droite

..... L'élément "val" est inséré à position vacante

fin

fin

Résumé avec une mise en appétit de la complexité

Tableau

Suite consécutive d'éléments du même type, étant accessibles par leur index.

Résumé avec une mise en appétit de la complexité

Tableau

Suite consécutive d'éléments du même type, étant accessibles par leur index.

Algorithmes de recherche

Pour un tableau de n éléments,

- Recherche séquentielle : au plus n itérations
- Recherche dichotomique : au plus $\log_2 n$ itérations (mais il faut que le tableau soit trié)

Résumé avec une mise en appétit de la complexité

Tableau

Suite consécutive d'éléments du même type, étant accessibles par leur index.

Algorithmes de recherche

Pour un tableau de n éléments,

- Recherche séquentielle : au plus n itérations
- Recherche dichotomique : au plus $\log_2 n$ itérations (mais il faut que le tableau soit trié)

Algorithmes de tri

Pour un tableau de n éléments,

- Tri par sélection : au plus n^2 itérations
- Tri par insertion : au plus n^2 itérations
- **Tri rapide : (étudié à la fin du semestre)** au plus $n \log_2 n$ itérations