

Approche par traduction pour la révision de systèmes d'argumentation

Sylvie Coste-Marquis Sébastien Konieczny Jean-Guy Mailly Pierre Marquis

CRIL

Université d'Artois – CNRS

Lens, France

{coste,konieczny,mailly,marquis}@cril.fr

Résumé

Nous étudions dans cet article le problème de la révision dans le cadre de l'argumentation abstraite. Nous proposons pour cela de traduire les systèmes d'argumentation en formules logiques puis d'utiliser les opérateurs de révision classiques pour opérer un changement minimal rationnel. Cette approche fondée sur la traduction pour réviser des systèmes d'argumentation abstraits peut tirer profit de n'importe quel opérateur de révision propositionnel \circ . Par traduction, nous associons à tout opérateur de révision propositionnel \circ un opérateur de révision \star adapté aux systèmes d'argumentation. Nous présentons des postulats de rationalité pour l'opérateur \star . Nous montrons que, si les formules de révision sont restreintes à des formules ne portant que sur le statut des arguments, il existe des opérateurs \star qui satisfont ces postulats à condition que l'opérateur \circ associé respecte les postulats AGM.

1 Introduction

Nous étudions dans cet article le problème de la révision dans le cadre de l'argumentation abstraite [15]. De tels systèmes peuvent être représentés par des graphes orientés dans lesquels les nœuds sont les arguments et les arcs les attaques entre arguments. Dans ces systèmes, le statut d'acceptation d'un argument dépend de la sémantique d'acceptabilité choisie (de base, préférée, stable, ...).

Le changement dans les systèmes d'argumentation est un sujet de recherche très actif dans la communauté [8, 7, 10, 3, 5, 2, 9, 6, 12]. [14] propose une classification des opérateurs de changement. Un tel opérateur peut être caractérisé par la nature de la contrainte à faire respecter et la nature du changement à appliquer pour obtenir le but désiré. Nous nous intéressons ici

à deux types de contrainte et de changement : *sur la structure* (qui porte sur la structure du graphe d'argumentation) et *sur l'acceptabilité* (qui porte sur le statut d'acceptation des arguments).

Nous présentons une approche fondée sur la traduction pour réviser les systèmes d'argumentation abstraits. Le but de ce travail est de caractériser un ensemble $F \star \varphi$ de systèmes d'argumentation qui correspondent à la révision du système F par la formule de révision φ . Nous associons tout simplement à F , pour une sémantique donnée σ , une formule propositionnelle $f_\sigma(F)$ qui représente la façon de calculer les arguments acceptés sceptiquement par la sémantique choisie. Nous proposons ensuite de tirer profit des opérateurs de révision AGM \circ pour caractériser la révision $F \star \varphi$ de F par φ . L'approche consiste à réviser la formule $f_\sigma(F)$ par φ en utilisant les opérateurs de révision \circ en tenant compte de contraintes additionnelles sur la révision attendue. Le résultat est une formule propositionnelle qui caractérise les systèmes d'argumentation pouvant être interprétés comme la révision de F par φ . Nous présentons dans cet article uniquement l'encodage propositionnel pour les sémantiques stable et complète. Notons cependant que la méthode peut être appliquée avec n'importe quelle sémantique pour laquelle l'acceptation des arguments peut être encodée par une formule propositionnelle.

Nous proposons des postulats de rationalité pour l'opérateur de révision \star . Nous montrons que, si les formules de révision sont restreintes à des formules ne portant que sur le statut des arguments, il existe des opérateurs \star qui satisfont ces postulats à condition que l'opérateur \circ associé respecte les postulats AGM.

2 Préliminaires

Nous reprenons la définition de [15] pour les systèmes d'argumentation en ne considérant que les systèmes avec un ensemble fini d'arguments.

Definition 1. Un système d'argumentation (AF) est un couple $F = \langle A, R \rangle$ où A désigne un ensemble fini d'entités abstraites appelés des arguments et R une relation binaire sur A appelée relation d'attaque.

Intuitivement, a attaque b signifie que si a est accepté alors b doit être rejeté. Un argument peut défendre un second argument contre un troisième : si $(a, b) \in R$ et $(b, c) \in R$ alors a défend c contre b . Ces deux notions peuvent être étendues aux ensembles : $S \subseteq A$ attaque (resp. défend) $a \in A$ s'il existe $b \in S$ tel que b attaque (resp. défend) a .

Pour déterminer le statut d'acceptation de chaque argument, Dung propose plusieurs *sémantiques d'acceptabilité* qui définissent des ensembles d'arguments - appelés *extensions* - qui peuvent être acceptés conjointement. Les extensions pour toutes les sémantiques sont *sans conflit* : un ensemble $S \subseteq A$ est *sans conflit* si et seulement s'il ne contient pas deux arguments $a, b \in S$ tels que $(a, b) \in R$.

Les sémantiques complète et stable sont définies par :

- Un ensemble sans conflit $S \subseteq A$ est une *extension complète* de F ssi S contient tous les arguments que défend S ;
- Un ensemble sans conflit $S \subseteq A$ est une *extension stable* de F ssi S attaque tous les arguments qui n'appartiennent pas à S .

Soit une sémantique σ et un système d'argumentation F , $Ext_\sigma(F)$ désigne l'ensemble des extensions de F pour σ . Le status d'un argument a est défini par :

- a est accepté sceptiquement par F pour la sémantique σ ssi $\forall \varepsilon \in Ext_\sigma(F), a \in \varepsilon$;
- a est crédulement accepté par F pour la sémantique σ ssi $\exists \varepsilon \in Ext_\sigma(F)$ tel que $a \in \varepsilon$.

Nous donnons maintenant quelques préliminaires sur la révision de croyances. Intuitivement, la révision de croyances peut être définie comme le changement minimal à appliquer pour forcer une nouvelle information dans une base de croyances logique. Elle a été caractérisée par [1] dans le cadre de théories closes par déduction et par [19] dans le cadre de bases de croyances propositionnelles finies. Ces travaux définissent des familles de postulats de rationalité qui sont les propriétés logiques souhaitables pour un opérateur de révision rationnel. Katsuno and Mendelzon [19] ont montré que les opérateurs de révision propositionnels peuvent être caractérisés par la notion d'assignement fidèle :

Definition 2. Un assignement fidèle est une application qui associe à une formule propositionnelle φ un pré-ordre total \leq_φ sur les interprétations tel que :

- si $\omega \models \varphi$ et $\omega' \models \varphi$, alors $\omega \approx_\varphi \omega'$;
- si $\omega \models \varphi$ et $\omega' \not\models \varphi$, alors $\omega <_\varphi \omega'$;
- si $\varphi \equiv \psi$, alors $\leq_\varphi = \leq_\psi$.

Les assignements fidèles sont utilisés pour définir les opérateurs de révision.¹

Theorem 1. Un opérateur de révision $KM \circ$ satisfait les postulats de rationalité définis dans [19] si et seulement s'il existe un assignement fidèle qui associe à chaque formule φ un pré-ordre total \leq_φ et $\forall \alpha$:

$$Mod(\varphi \circ \alpha) = \min(Mod(\alpha), \leq_\varphi)^2$$

3 Approche par traduction

Dans cette partie, nous expliquons comment encoder un système d'argumentation en un ensemble de contraintes logiques, et quelles contraintes doivent être ajoutées pour prendre en compte les principales sémantiques d'acceptabilité. Ensuite, nous montrons qu'un opérateur de révision AGM classique peut être utilisé pour réviser un système d'argumentation. Cette idée évoque celles proposées dans [16, 11] avec d'autres objectifs (la révision de formules modales ou non classiques, et le raisonnement à partir de cas).

3.1 Encodage propositionnel

Considérons un ensemble fini d'arguments $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ et un système d'argumentation F construit sur A .

Definition 3 (Langage propositionnel sur A).

- Pour $x \in A$, $acc(x)$ est une variable propositionnelle signifiant « l'argument x est sceptiquement accepté par le système F ».
- Pour $x, y \in A$, $att(x, y)$ est une variable propositionnelle signifiant « l'argument x attaque l'argument y dans le système F ».
- $Prop_A = \{acc(x) | x \in A\} \cup \{att(x, y) | x, y \in A\}$
- \mathcal{L}_A est le langage propositionnel construit à partir de l'ensemble de variables de $Prop_A$ et les connecteurs \neg, \vee, \wedge .

Une *att*-formule (respectivement une *acc*-formule) est une formule de \mathcal{L}_A qui contient uniquement des

1. Les assignements fidèles sont un cas particulier des systèmes de sphères de Grove [17].

2. $Mod(\varphi)$ désigne l'ensemble des modèles de la formule propositionnelle φ .
Soit un ensemble S et un pré-ordre \leq sur S , $\min(S, \leq) = \{x \in S : \nexists y \in S, y \leq x \text{ et } x \not\leq y\}$.

variables issues de $\{att(x, y) | x, y \in A\}$ (respectivement $\{acc(x) | x \in A\}$).

Clairement, l'ensemble des modèles sur $\{att(x, y) | x, y \in A\}$ d'une *att*-formule φ_{att} (appelés *att*-modèles) correspond de façon bijective à un ensemble de systèmes d'argumentation sur A : (x, y) appartient à la relation d'attaque R précisément quand $att(x, y)$ est vrai dans le modèle considéré. Cela peut être formalisé via la définition d'une fonction qui associe un ensemble de littéraux $att(x, y)$ à un système d'argumentation :

Definition 4 (Système d'argumentation associé à un *att*-modèle).

Étant donné un ensemble d'arguments A , tout $m \subseteq \{att(x, y) | x, y \in A\}$ peut être associé à un système d'argumentation $arg(m) = \langle A, m \rangle$.

Cette notion peut être étendue à un ensemble de systèmes d'argumentation correspondant à un ensemble de *att*-modèles : $arg(M) = \bigcup_{m \in M} arg(m)$.

Dans le cas où une formule concerne à la fois les attaques et les statuts d'acceptation, il est toujours possible de projeter ses modèles sur leur partie « attaque ».

Definition 5 (*att*-projection des modèles et des formules).

Étant donné un ensemble d'arguments A , toute interprétation m sur \mathcal{L}_A peut être projetée sur sa partie *att* : $Proj_{att}(m) = m \cap \{att(x, y) | x, y \in A\}$.

Cette notion peut être étendue à la projection d'une formule $\varphi \in \mathcal{L}_A$: $Proj_{att}(\varphi) = \bigcup_{m \in Mod(\varphi)} Proj_{att}(m)$.

Ainsi, une formule φ qui représente un ensemble de systèmes d'argumentation peut être associée à ces systèmes en prenant $arg(Proj_{att}(\varphi))$.

À l'inverse, tout système d'argumentation $F = \langle A, R \rangle$ peut être représenté par une formule sur $\{att(x, y) | x, y \in A\}$

$$\bigwedge_{(x, y) \in R} att(x, y) \wedge \bigwedge_{(x, y) \notin R} \neg att(x, y)$$

mais cette traduction ne tient pas compte de la sémantique σ sous laquelle F doit être interprété. Nous avons clairement besoin de prendre en compte σ dans l'encodage. Nous proposons de le faire de la façon suivante :

Definition 6 (σ -formule de F).

Étant donné un système d'argumentation $F = \langle A, R \rangle$ et une sémantique σ , la σ -formule de F est

$$f_\sigma(F) = \bigwedge_{(x, y) \in R} att(x, y) \wedge \bigwedge_{(x, y) \notin R} \neg att(x, y) \wedge th_\sigma(A)$$

où la σ -théorie de A $th_\sigma(A)$ est une formule logique qui encode la sémantique σ .

À présent, la question est de définir $th_\sigma(A)$ pour certaines sémantiques usuelles. Pour le faire, nous utilisons la représentation logique des σ -extensions qui est proposée dans [4]. Commençons avec la sémantique stable. Il est prouvé dans [4] que les extensions stables d'un système d'argumentation $F = \langle A, R \rangle$ sont exactement les modèles de la formule propositionnelle :

$$\bigwedge_{a \in A} (a \Leftrightarrow \bigwedge_{b: (b, a) \in R} \neg b)$$

Il est intéressant de noter qu'un argument a_i est sceptiquement accepté par $F = \langle A, R \rangle$ si et seulement si chaque modèle de la formule précédente contient a_i , ce qui peut être écrit :

$$\models [\bigwedge_{a \in A} (a \Leftrightarrow \bigwedge_{b: (b, a) \in R} \neg b) \Rightarrow a_i]$$

ou de façon plus simple :

$$\forall a_1, \dots, a_n, [\bigwedge_{a \in A} (a \Leftrightarrow \bigwedge_{b: (b, a) \in R} \neg b) \Rightarrow a_i]$$

Dans cet encodage, il est nécessaire que le système d'argumentation soit connu. Cependant, nous proposons de relâcher cette hypothèse en utilisant les variables $att(x, y)$:

$$acc(a_i) \Leftrightarrow \forall a_1, \dots, a_n, [\bigwedge_{a \in A} (a \Leftrightarrow \bigwedge_{b \in A} (att(b, a) \Rightarrow \neg b)) \Rightarrow a_i]$$

Cette formule encode une façon de calculer les arguments sceptiquement acceptés de n'importe quel système d'argumentation construit sur A pour la sémantique stable. Il suffit de conditionner cette formule par les littéraux $att(x, y)$ correspondant à la relation d'attaque du système donné pour obtenir l'encodage issu de [4].

Finalement, nous avons :

$$th_{st}(A) = \bigwedge_{a_i \in A} (acc(a_i) \Leftrightarrow \forall a_1, \dots, a_n, (\bigwedge_{a \in A} (a \Leftrightarrow \bigwedge_{b \in A} (att(b, a) \Rightarrow \neg b)) \Rightarrow a_i))$$

Exemple 1. Illustrons cette notion dans le cas du système F_1 , donné en Fig.1.



FIGURE 1 – The AF F_1

La théorie stable de l'ensemble d'arguments $A = \{a, b, c, d\}$ est

$$\begin{aligned} acc(a) \Leftrightarrow & \forall a, b, c, d, [[(a \Leftrightarrow (att(a, a) \Rightarrow \neg a) \\ & \wedge (att(b, a) \Rightarrow \neg b) \\ & \wedge (att(c, a) \Rightarrow \neg c) \\ & \wedge (att(d, a) \Rightarrow \neg d)) \\ \wedge (b \Leftrightarrow & (att(a, b) \Rightarrow \neg a) \\ & \wedge (att(b, b) \Rightarrow \neg b) \\ & \wedge (att(c, b) \Rightarrow \neg c) \\ & \wedge (att(d, b) \Rightarrow \neg d)) \\ \wedge (c \Leftrightarrow & (att(a, c) \Rightarrow \neg a) \\ & \wedge (att(b, c) \Rightarrow \neg b) \\ & \wedge (att(c, c) \Rightarrow \neg c) \\ & \wedge (att(d, c) \Rightarrow \neg d)) \\ \wedge (d \Leftrightarrow & (att(a, d) \Rightarrow \neg a) \\ & \wedge (att(b, d) \Rightarrow \neg b) \\ & \wedge (att(c, d) \Rightarrow \neg c) \\ & \wedge (att(d, d) \Rightarrow \neg d))] \Rightarrow a] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \wedge acc(b) \Leftrightarrow & \forall a, b, c, d, [\dots] \\ \wedge acc(c) \Leftrightarrow & \forall a, b, c, d, [\dots] \\ \wedge acc(d) \Leftrightarrow & \forall a, b, c, d, [\dots] \end{aligned}$$

Par conséquent, la formule stable de F_1 est donnée par

$$th_{st}(A) \wedge \bigwedge_{(a,b) \in R} att(a, b) \wedge \bigwedge_{(a,b) \notin R} \neg att(a, b)$$

En propageant les valeurs des att-variables, nous déduisons les valeurs des acc-variables ($acc(a) = acc(c) = true$ et $acc(b) = acc(d) = false$), ce qui mène à l'ensemble d'arguments sceptiquement acceptés par la sémantique stable : $\{a, c\}$.

La théorie complète $th_{co}(A)$ de A peut être définie de façon similaire. Rappelons tout d'abord l'encodage des extensions complètes donné dans [4] :

$$\bigwedge_{a \in A} [(a \Rightarrow \bigwedge_{b: (b,a) \in R} \neg b) \wedge (a \Leftrightarrow \bigwedge_{b: (b,a) \in R} (\bigvee_{c: (c,b) \in R} c))]$$

En utilisant un raisonnement similaire, nous obtenons :

$$\begin{aligned} th_{co}(A) = & \bigwedge_{a_i \in A} [acc(a_i) \Leftrightarrow [\forall a_1, \dots, a_n, \\ & \bigwedge_{a \in A} [(a \Rightarrow \bigwedge_{b \in A} (att(b, a) \Rightarrow \neg b)) \\ & \wedge (a \Leftrightarrow \bigwedge_{b \in A} (att(b, a) \\ & \Rightarrow \bigvee_{c \in A} (att(c, b) \Rightarrow c)))] \Rightarrow a_i] \end{aligned}$$

3.2 Encodage d'opérateurs de révision avec des contraintes logiques

Nous pouvons tirer parti des encodages présentés dans la partie précédente pour définir des opérateurs de révision de systèmes d'argumentation, via l'utilisation d'opérateurs AGM classiques. En particulier, les opérateurs de révision KM \circ définis pour la logique propositionnelle [19] sont adaptés au langage \mathcal{L}_A .

Comme première idée, on peut envisager de réviser $f_\sigma(F)$ par la formule de révision φ . Cependant, ce n'est

pas suffisant. En effet, si la formule de révision φ ne correspond à aucun système d'argumentation qui peut être interprété sous la sémantique σ (par exemple, si $\varphi = acc(a) \wedge acc(b) \wedge att(a, b)$), alors le résultat de la révision ne correspondra à aucun système d'argumentation qui peut être interprété sous σ . En effet, le postulat de succès $f_\sigma(F) \circ \varphi \models \varphi$ force φ à être satisfaite par le résultat de la révision.

De tels scénarios pathologiques peuvent être évités. Une façon de l'assurer consiste à réviser $f_\sigma(F)$ par $\varphi \wedge th_\sigma(A)$, étant donné que cette formule est logiquement cohérente précisément quand il existe au moins un système d'argumentation qui peut être interprété sous σ qui est compatible avec φ .

Finalement, les modèles de la formule révisée $f_\sigma(F) \circ (\varphi \wedge th_\sigma(A))$, projetés sur les variables $att(x, y)$ caractérisent les systèmes d'argumentation révisés.

Definition 7 (Révision par traduction). Soit \circ un opérateur de révision KM. Pour toute sémantique σ , tout système d'argumentation $F = \langle A, R \rangle$ et toute formule $\varphi \in \mathcal{L}_A$, l'opérateur de révision par traduction associé \star est défini par :

$$F \star \varphi = arg(Proj_{att}(f_\sigma(F) \circ (\varphi \wedge th_\sigma(A))))$$

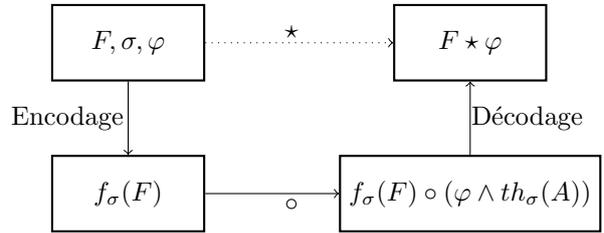


FIGURE 2 – Explication schématique du processus de révision

Instancions à présent cette définition générale d'opérateurs de révision par traduction, en utilisant des distances³ entre les interprétations sur \mathcal{L}_A .

Definition 8 (Révision basée sur une distance).

Soit d une distance entre interprétations sur \mathcal{L}_A . Étant donnée une formule $\psi \in \mathcal{L}_A$, le pré-ordre \leq_ψ est défini par :

$$\omega \leq_\psi \omega' \text{ if and only if } d(\omega, Mod(\psi)) \leq d(\omega', Mod(\psi))$$

Pour toute formule $\psi, \alpha \in \mathcal{L}_A$, l'opérateur de révision KM à base de distance \circ_d est défini par :

$$Mod(\psi \circ_d \alpha) = \min(Mod(\alpha), \leq_\psi)$$

3. En fait, des pseudo-distances suffisent : l'inégalité n'est pas requise.

Une telle pseudo-distance d peut être étendue à une « distance » entre une interprétation et un ensemble d'interprétations : $d(\omega, \Omega) = \min_{\omega' \in \Omega} d(\omega, \omega')$.

L'opérateur de révision de systèmes d'argumentation basé sur la distance $d \star_d$ est défini par :

$$F \star_d \varphi = \arg(\text{Projatt}(f_\sigma(F) \circ_d (\varphi \wedge \text{th}_\sigma(A))))$$

Selon l'opérateur \circ sous-jacent, le concept de changement minimal sur les systèmes d'argumentation peut varier. Une première option est de considérer le changement minimal sur les statuts des arguments plus important que le changement minimal sur la relation d'attaque.

Pour effectuer ce type de changement, nous pouvons utiliser un opérateur à la Dalal [13, 19] pondéré de façon à assurer le changement minimal sur les variables $\text{acc}(x)$. Ce type d'opérateur de révision est un cas particulier d'opérateur basé sur une distance :

Definition 9 (Révision minimale des statuts des arguments). Soient A un ensemble d'arguments, et $N = |A|^2 + 1$. La distance pondérée sur les acceptations d_H^{acc} entre interprétations est définie par

$$d_H^{\text{acc}}(I_1, I_2) = N \times \sum_{a \in A} (I_1(\text{acc}(a)) \oplus I_2(\text{acc}(a))) + \sum_{a, b \in A} (I_1(\text{att}(a, b)) \oplus I_2(\text{att}(a, b)))$$

L'opérateur de révision minimale des statuts des arguments \star_d^{acc} est l'opérateur de révision de systèmes d'argumentation à base de distance basé sur la distance d_H^{acc} .

Les poids sur les variables acc sont choisis de telle façon que le changement des valeurs de toutes les variables $\text{att}(x, y)$ soit moins coûteux que le changement d'une seule variable $\text{acc}(x)$.

À l'inverse, il est possible de définir un opérateur de révision à la Dalal qui assure le changement minimal sur la relation d'attaque. Dans ce cas, les poids sont choisis pour assurer que le changement de valeur de toutes les variables $\text{acc}(x)$ soit moins coûteux que le changement de valeur d'une unique variable $\text{att}(x, y)$.

Definition 10 (Révision minimale de la relation d'attaque). Soit A un ensemble d'arguments, et $N = |A| + 1$. La distance pondérée sur les attaques d_H^{att} entre interprétations est définie par :

$$d_H^{\text{att}}(I_1, I_2) = \sum_{a \in A} (I_1(\text{acc}(a)) \oplus I_2(\text{acc}(a))) + N \times \sum_{a, b \in A} (I_1(\text{att}(a, b)) \oplus I_2(\text{att}(a, b)))$$

L'opérateur de révision minimale de la relation d'attaque \star_d^{att} est l'opérateur de révision de systèmes d'argumentation basé sur la distance d_H^{att} .

Il est intéressant de remarquer que nous pouvons aussi autoriser l'ajout de nouveaux arguments au système d'argumentation.

Definition 11 (Révision en monde ouvert). Étant donné $F = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation, B un ensemble non vide d'arguments tel que $A \cap B = \emptyset$, $\varphi \in \mathcal{L}_{A \cup B}$ une formule et \circ un opérateur de révision KM, l'opérateur de révision en monde ouvert associé \star_B est défini par :

$$F \star_B \varphi = \arg(\text{Projatt}(f_\sigma(F) \circ (\varphi \wedge \text{th}_\sigma(A \cup B))))$$

Dans ce cas, de nouveaux arguments et de nouvelles attaques entre eux (ou entre les nouveaux et les anciens arguments) peuvent être ajoutés.

De façon générale, il est possible de contraindre le processus de révision : diverses contraintes d'intégrité peuvent être nécessaires pour une application particulière (parce qu'une attaque donnée est considérée comme sûre, ou un argument particulier est connu comme étant sceptiquement accepté, et que cela ne doit pas changer durant la révision).

Definition 12 (Révision contrainte). Étant donné un système d'argumentation $F = \langle A, R \rangle$, deux formules $\varphi, \mu \in \mathcal{L}_A$ et un opérateur de révision KM \circ , l'opérateur de révision μ -contrainte associé est défini par :

$$F \star_\mu \varphi = \arg(\text{Projatt}(f_\sigma(F) \circ (\varphi \wedge \text{th}_\sigma(A) \wedge \mu)))$$

Voici deux exemples de contraintes d'intégrité qui ont du sens :

- $\bigwedge_{a \in A} \neg \text{att}(a, a)$ est utile lorsque les arguments auto-contradictaires ne sont pas autorisés [12] ;
- $\bigwedge_{(a, b) \in R} \text{att}(a, b) \wedge \bigwedge_{(a, b) \notin R} \neg \text{att}(a, b)$ est utile lorsque les attaques (et absences d'attaques) entre les arguments de départ doivent être préservées, mais que des attaques qui concernent les arguments additionnels peuvent être ajoutées [10].

Bien sûr, les opérateurs de révision KM utilisés dans les définitions de \star_B ou \star_μ peuvent tirer parti d'une distance pondérée pour garantir le changement minimal des statuts d'acceptation ou le changement minimal de la relation d'attaque.

Selon la situation, il peut être utile de considérer un unique système d'argumentation comme résultat de la révision. Cela revient à sélectionner un unique modèle de la formule projetée sur les att .

Donnons maintenant un exemple pour les deux opérateurs de révision que nous venons de définir :

Exemple 2. Révisons le système d'argumentation F_1 , présenté à la Fig.1, par la formule de révision $\varphi = \text{acc}(a) \wedge \neg \text{att}(a, b)$, qui signifie que nous voulons le changement F_1 pour que a soit sceptiquement accepté, et de telle façon qu'il n'y ait pas d'attaque de a vers b .

L'unique extension stable de F_1 est $\{a, c\}$, donc a est déjà sceptiquement accepté, mais φ n'est pas satisfaite en raison de l'attaque de a vers b .

Les résultats de la révision minimale de la relation d'attaque et de la révision minimale des statuts des arguments sont donnés respectivement en Fig.3(a) et Fig.3(b).



(a) F_2 : Révision minimale de la relation d'attaque de F_1



(b) F_3 : Révision minimale des statuts des arguments de F_1

Les extensions stables de F_2 sont $\{\{a, c\}\{a, b, d\}\}$, donc a est l'unique argument sceptiquement accepté. En considérant les statuts d'acceptation, la différence entre F_1 et F_2 est 1, et il y a aussi une différence du point de vue de la relation d'attaque ((a, b) est supprimée).

L'unique extension stable de F_3 est $\{a, c\}$, il n'y a donc aucune différence entre F_1 et F_3 du point de vue des statuts d'acceptation. Les différences concernent uniquement la relation d'attaque ((a, b) est supprimée et (d, b) est ajoutée).

4 Postulats de rationalité pour les acceptations

Dans cette partie, nous nous intéressons à la restriction des formules de révision aux formules portant sur les acceptations des arguments uniquement : les *acc*-formules.

$Sc_\sigma(F)$ correspond aux *conséquences sceptiques* du système d'argumentation F sous la sémantique σ . Formellement, nous le définissons comme $\{\bigcap_{\varepsilon \in Ext_\sigma(F)} \varepsilon\}$. Nous généralisons cette notion aux conséquences sceptiques d'un ensemble de systèmes d'argumentation $Sc_\sigma(S) = \bigcup_{F \in S} Sc_\sigma(F)$

Nous définissons la satisfaction d'une telle *acc*-formule en fonction d'un ensemble d'argument. Soit $\varepsilon \subseteq A$ et φ une *acc*-formule. Le concept de *satisfaction* de φ par ε , noté $\varepsilon \vdash \varphi$, est défini inductivement de la façon suivant :

- Si $\varphi = acc(a)$ avec $a \in A$, alors $\varepsilon \vdash \varphi$ ssi $a \in \varepsilon$,
- Si $\varphi = (\varphi_1 \wedge \varphi_2)$, $\varepsilon \vdash \varphi$ ssi $\varepsilon \vdash \varphi_1$ et $\varepsilon \vdash \varphi_2$,
- Si $\varphi = (\varphi_1 \vee \varphi_2)$, $\varepsilon \vdash \varphi$ ssi $\varepsilon \vdash \varphi_1$ ou $\varepsilon \vdash \varphi_2$,
- Si $\varphi = \neg\psi$, $\varepsilon \vdash \varphi$ ssi $\varepsilon \not\vdash \psi$.

Nous étendons cette notion à tout système d'argumentation F , tout ensemble de systèmes d'argumentation S et toute sémantique σ :

- φ est (*sceptiquement*) *acceptée* par F , noté $F \vdash_\sigma \varphi$, si $\forall \varepsilon \in Sc_\sigma(F)$, $\varepsilon \vdash \varphi$.
- φ est *rejetée* par F dans le cas contraire.
- φ est (*sceptiquement*) *acceptée* par S , noté $S \vdash_\sigma \varphi$, si $\forall \varepsilon \in Sc_\sigma(S)$, $\varepsilon \vdash \varphi$.
- φ est *rejetée* par S dans le cas contraire.

Chaque ε dans l'ensemble $\mathcal{S}(\varphi) = \{\varepsilon \subseteq A \mid \varepsilon \vdash \varphi\}$ est un ensemble possible d'arguments acceptés par un système d'argumentation qui satisfait la formule φ .

Une formule φ est dite *acc*-cohérente si et seulement si $\mathcal{S}(\varphi) \neq \emptyset$.

Deux formules φ et ψ sont dites *acc*-équivalentes, noté $\varphi \equiv_{acc} \psi$, si et seulement si $\mathcal{S}(\varphi) = \mathcal{S}(\psi)$.

Nous pouvons maintenant présenter une adaptation des postulats de Katsuno et Mendelzon au cas des systèmes d'argumentation :

(AS1) $Sc_\sigma(F \star \varphi) \subseteq \mathcal{S}(\varphi)$

(AS2) Si $Sc_\sigma(F) \cap \mathcal{S}(\varphi) \neq \emptyset$, then $Sc_\sigma(F \star \varphi) = Sc_\sigma(F) \cap \mathcal{S}(\varphi)$

(AS3) Si φ est *acc*-cohérente, alors $Sc_\sigma(F \star \varphi) \neq \emptyset$

(AS4) Si $\varphi \equiv_{acc} \psi$, alors $Sc_\sigma(F \star \varphi) = Sc_\sigma(F \star \psi)$

(AS5) $Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi) \subseteq Sc_\sigma(F \star (\varphi \wedge \psi))$

(AS6) Si $Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi) \neq \emptyset$, alors $Sc_\sigma(F \star (\varphi \wedge \psi)) \subseteq Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi)$

Le premier postulat est le *postulat de succès* : le résultat de la révision doit satisfaire la formule φ . (AS2) demande que les conséquences sceptiques restent les mêmes si le système d'argumentation de départ satisfait déjà la formule φ . Le troisième postulat indique que la révision d'un système d'argumentation par une formule *acc*-cohérente ne peut pas mener à un résultat incohérent (un tel résultat étant défini par un ensemble vide de conséquences sceptiques). (AS4) indique que la révision par des formules équivalentes doit mener au même résultat. Les deux derniers postulats contraignent le comportement de l'opérateur de révision lorsque celle-ci est faite par une conjonction de formules.

Des postulats similaires ont été proposés dans [12]. La principale différence est le sens donné aux formules de révision. Dans [12], les systèmes d'argumentation sont révisés par des formules propositionnelles dont la satisfaction est définie en fonction des extensions. Par exemple, la formule $a \vee b$ signifie « a ou b doit appartenir à chaque extension » (ainsi, cette formule est satisfaite par un système d'argumentation dont les extensions sont $E = \{\{a\}, \{b\}\}$). Dans cet article, les

formules concernent les conséquences sceptiques des systèmes d'argumentation, c'est-à-dire l'intersection de leurs extensions. Ainsi, la formule $acc(a) \vee acc(b)$ signifie « a doit être présent dans chaque extension, ou b doit être présent dans chaque extension », et n'est pas satisfaite par l'ensemble d'extensions E .

La proposition suivante explique comment définir un opérateur de révision rationnel à partir de n'importe quelle pseudo-distance entre ensembles d'arguments.

Proposition 1. *Étant donné une pseudo-distance d entre ensembles d'arguments, et un système d'argumentation F , \leq_F^d est le pré-ordre total entre ensembles d'arguments défini par : $\varepsilon_1 \leq_F^d \varepsilon_2$ si et seulement si $d(\varepsilon_1, Sc_\sigma(F)) \leq d(\varepsilon_2, Sc_\sigma(F))$.*

L'opérateur de révision basée sur la pseudo-distance $d \star_d$ qui satisfait

$$Sc_\sigma(F \star_d \varphi) = \min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d)$$

satisfait les postulats **(AS1)** - **(AS6)**.

Démonstration. **(AS1)** est satisfait d'après la définition de l'opérateur.

Si $Sc_\sigma(F) \cap \mathcal{S}(\varphi) \neq \emptyset$, alors il est évident que $\forall \varepsilon \in Sc_\sigma(F) \cap \mathcal{S}(\varphi)$, $\varepsilon \in Sc_\sigma(F)$, et $d(\varepsilon, Sc_\sigma(F)) = 0$. Tout ε' qui n'est pas dans $Sc_\sigma(F) \cap \mathcal{S}(\varphi)$ soit ne satisfait pas φ (et donc, n'appartient pas à $\mathcal{S}(\varphi)$), soit n'appartient pas à $Sc_\sigma(F)$ (et donc $d(\varepsilon', Sc_\sigma(F)) > 0$). Par conséquent, $\min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d) = Sc_\sigma(F) \cap \mathcal{S}(\varphi)$, ce qui mène au postulat **(AS2)**.

Si φ est *acc*-cohérente, $\mathcal{S}(\varphi) \neq \emptyset$, donc $\min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d) \neq \emptyset$. Et donc **(AS3)** est satisfait.

$\varphi \equiv_{acc} \varphi$ peut être réécrit $\mathcal{S}(\varphi) = \mathcal{S}(\psi)$, ce qui mène à $\min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d) = \min(\mathcal{S}(\psi), \leq_F^d)$. Cela suffit à prouver que **(AS4)** est satisfait.

Si $Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi) = \emptyset$, **(AS5)**-**(AS6)** sont satisfait. Nous supposons à présent que $Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi) \neq \emptyset$.

Nous prouvons d'abord l'inclusion $Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi) \subseteq Sc_\sigma(F \star \varphi \wedge \psi)$. En raisonnant par l'absurde, nous supposons que $\exists \varepsilon \in Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\varphi \wedge \psi)$ tel que $\varepsilon \notin Sc_\sigma(F \star \varphi \wedge \psi)$. Cela peut être reformulé en :

$$\varepsilon \in \min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d) \cap \mathcal{S}(\psi) \text{ et } \varepsilon \notin \min(\mathcal{S}(\varphi \wedge \psi), \leq_F^d).$$

De la première partie, nous déduisons $\varepsilon \in \mathcal{S}(\varphi \wedge \psi)$. Cependant, ε n'est pas un élément minimal de cet ensemble pour le pré-ordre \leq_F^d . Par conséquent, $\exists \varepsilon' \in \mathcal{S}(\varphi \wedge \psi)$ tel que $\varepsilon' <_F^d \varepsilon$. De la définition de

$\mathcal{S}(\varphi \wedge \psi)$, $\varepsilon' \in \mathcal{S}(\varphi)$ est vrai. C'est en contradiction avec $\varepsilon \in \min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d)$.

Donc $Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\varphi \wedge \psi) \subseteq Sc_\sigma(F \star \varphi \wedge \psi)$, **(AS5)** est satisfait.

Si $Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi) \neq \emptyset$, supposons que $\exists \varepsilon \in Sc_\sigma(F \star \varphi \wedge \psi)$ tel que $\varepsilon \notin Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi)$. $\varepsilon \in \min(\mathcal{S}(\varphi \wedge \psi), \leq_F^d) \Rightarrow \varepsilon \in \mathcal{S}(\varphi \wedge \psi) \Rightarrow \varepsilon \in \mathcal{S}(\psi)$ est vrai.

De là et $\varepsilon \notin Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi)$, nous déduisons que $\varepsilon \notin Sc_\sigma(F \star \varphi)$.

Comme nous supposons l'intersection non vide, $\exists \varepsilon' \in Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi)$. En particulier, ε' satisfait φ et ψ , c'est-à-dire. $\varepsilon' \in \mathcal{S}(\varphi) \cap \mathcal{S}(\psi) = \mathcal{S}(\varphi \wedge \psi)$. De $\varepsilon \in Sc_\sigma(F \star \varphi \wedge \psi) = \min(\mathcal{S}(\varphi \wedge \psi), \leq_F^d)$ et le fait que \leq_F^d est une relation totale, $\varepsilon \leq_F^d \varepsilon'$.

Comme $\varepsilon' \in Sc_\sigma(F \star \varphi) = \min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d)$, $\varepsilon \in \min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^d)$. C'est une contradiction.

Donc $Sc_\sigma(F \star \varphi \wedge \psi) \subseteq Sc_\sigma(F \star \varphi) \cap \mathcal{S}(\psi)$ est vrai. \square

La proposition précédente donne une condition suffisante pour prouver qu'un opérateur satisfait les postulats de rationalité. Comme conséquence de cette proposition, nous prouvons que l'opérateur de révision minimale des statuts des arguments, restreint aux cas des *acc*-formules, satisfait les postulats, via une réduction de cet opérateur vers un opérateur de révision basé sur une pseudo-distance tel que décrit dans la Proposition 1.

Proposition 2. *L'opérateur de révision minimale des statuts des arguments satisfait les postulats **(AS1)**-**(AS6)**.*

Démonstration. Montrons que l'opérateur de révision minimale des statuts des arguments peut être décrit comme un opérateur basé sur une pseudo-distance.

$F \star_D^{acc} \varphi = arg(Proj_{att}(f_\sigma(F) \circ_D^{acc} (\varphi \wedge th_\sigma(A))))$ mène à

$$\begin{aligned} Sc_\sigma(F \star_D^{acc} \varphi) &= arg(Proj_{acc}(\varphi \wedge th_\sigma(A))) \\ &= arg(Proj_{acc}(\varphi \wedge th_\sigma(A))) \\ &= arg(Proj_{acc}(\min(Mod(\varphi \wedge th_\sigma(A)), \leq_F^{acc}))) \end{aligned}$$

Prouvons que la projection des modèles minimaux de $\varphi \wedge th_\sigma(A)$ mène aux ensembles minimaux d'arguments sceptiquement acceptés.

Les modèles de $\varphi \wedge th_\sigma(A)$ sont les représentations propositionnelles des systèmes d'argumentation qui satisfont φ , donc il est évident que la projection des modèles sur les variables *acc* permet d'obtenir un sous-ensemble de $\mathcal{S}(\varphi)$. Montrons que ces ensembles d'arguments sont minimaux pour le pré-ordre \leq_F^d : Étant donné $m \in \min(Mod(\varphi \wedge th_\sigma(A)), \leq_F^{acc})$, nous avons $d_H^{acc}(m, Mod(f_\sigma(F)))$ qui est minimale. $f_\sigma(F)$ a

un unique modèle m_F , donc $d_H^{acc}(m, m_F)$ est minimal. Autrement dit,

$$(|A|^2 + 1) \sum_{a \in A} (m(acc(a)) \oplus m_F(acc(a))) + \sum_{a, b \in A} (m(att(a, b)) \oplus m_F(att(a, b)))$$

est minimal. Supposons que la partie acc de la distance n'est pas minimale, c'est-à-dire qu'il existe m' tel que

$$(|A|^2 + 1) \sum_{a \in A} (m'(acc(a)) \oplus m_F(acc(a))) < (|A|^2 + 1) \sum_{a \in A} (m(acc(a)) \oplus m_F(acc(a)))$$

Dans le cas extrême où $\sum_{a, b \in A} (m(att(a, b)) \oplus m_F(att(a, b))) = 0$ et $\sum_{a, b \in A} (m'(att(a, b)) \oplus m_F(att(a, b))) = |A|^2$,

$$(|A|^2 + 1) \sum_{a \in A} (m'(acc(a)) \oplus m_F(acc(a))) + \sum_{a, b \in A} (m'(att(a, b)) \oplus m_F(att(a, b))) < (|A|^2 + 1) \sum_{a \in A} (m(acc(a)) \oplus m_F(acc(a))) + \sum_{a, b \in A} (m(att(a, b)) \oplus m_F(att(a, b)))$$

est assuré par les poids $|A|^2 + 1$ sur la partie acc . En raisonnant par l'absurde, nous prouvons que la partie acc de $d_H^{acc}(m, m_F)$ est minimale, c'est-à-dire $d_H(Proj_{acc}(m), Sc_\sigma(F))$ est minimal, avec d_H la distance de Hamming [18].

Cela implique

$$\begin{aligned} Sc_\sigma(F \star_D^{acc} \varphi) &= Proj_{acc}(\min(Mod(\varphi \wedge th_\sigma(A)), \leq_F^{d_F^{acc}})) \\ &= \min(\mathcal{S}(\varphi), \leq_F^{d_H}) \end{aligned}$$

D'après Prop. 1, \star_D^{acc} satisfait les postulats **(AS1)**-**(AS6)**. \square

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté un moyen de tirer parti d'opérateurs de révision AGM \circ tels que ceux proposés par Katsuno et Mendelzon dans le cadre logique pour définir des opérateurs de révision \star adaptés aux systèmes d'argumentation.

Cette approche par traduction en logique est particulièrement intéressante en raison de la possibilité pour nos opérateurs d'appliquer des contraintes de révision *structurelles* et *d'acceptabilité*. Selon l'opérateur AGM \circ sous-jacent, l'opérateur \star garantit le changement minimal sur les statuts des arguments ou sur la relation d'attaque. De plus, ces opérateurs permettent d'encoder certains opérateurs de changement de systèmes d'argumentation définis dans divers travaux récents, comme par exemple certains opérateurs d'ajout d'argument [10].

Nous avons aussi proposé des postulats de rationalité inspiré du cadre AGM classique, et prouvé que dans le cas où les formules de révision sont limités à des formules sur l'acceptabilité, un opérateur \star basé sur un opérateur AGM \circ satisfait ces postulats.

Plusieurs voies sont possibles pour donner suite à ces travaux. Premièrement, cet article présente uniquement les caractérisations logiques de l'acceptation sceptique pour les sémantiques stable et complète, bien que notre méthode puisse fonctionner avec n'importe quelle sémantique. Il est donc intéressant de définir une caractérisation similaire pour d'autres sémantiques, toujours basée sur [4], ou sur d'autres travaux dédiés à ces sémantiques (par exemple, [20, 21] qui traitent de la sémantique préférée). La caractérisation de l'acceptation crédule pour les différentes sémantiques est aussi une étude intéressante, afin de pouvoir appliquer une méthode de révision par traduction dans le cas de l'acceptation crédule.

Un autre point pour de futures recherches est la caractérisation axiomatique des opérateurs de révision. Nous avons prouvé ici que la révision minimale des statuts des arguments satisfait certains postulats de rationalité issus du cadre AGM standard dans le cas des formules sur l'acceptabilité, mais il est tout aussi intéressant de proposer une caractérisation axiomatique d'autres types d'opérateurs et d'autres types de contraintes de révision.

Enfin, nous prévoyons d'encoder nos opérateurs de révision dans une application basée sur SAT. Le cadre propositionnel de nos opérateurs de révision est particulièrement adapté aux solveurs SAT, et cette approche est très prometteuse d'un point de vue du calcul.

Remerciements

Ce travail a bénéficié d'une aide de l'Agence Nationale de la Recherche portant la référence ANR-13-BS02-0004 dans le cadre du projet AMANDE.

Références

- [1] Carlos E. Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. On the logic of theory change : Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50 :510–530, 1985.
- [2] Ringo Baumann. What does it take to enforce an argument ? minimal change in abstract argumentation. In *Proceedings of the European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'12)*, pages 127–132, 2012.
- [3] Ringo Baumann and Gerhard Brewka. Expanding argumentation frameworks : Enforcing and monotonicity results. In *Proceedings of the Third International Conference on Computational Models of Argument (COMMA'10)*, pages 75–186, 2010.

- [4] Philippe Besnard and Sylvie Doutre. Checking the acceptability of a set of arguments. In *Proceedings of the 10th International Workshop on Non-Monotonic Reasoning (NMR'04)*, pages 59–64, 2004.
- [5] Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Change in argumentation systems : Exploring the interest of removing an argument. In *Proceedings of the International Conference on Scalable Uncertainty Management (SUM'11)*, volume 6929 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 275–288. Springer, 2011.
- [6] Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Enforcement in argumentation is a kind of update. In *Seventh International Conference on Scalable Uncertainty Management (SUM 2013)*, pages 30–43, 2013.
- [7] Guido Boella, Souhila Kaci, and Leendert van der Torre. Dynamics in argumentation with single extensions : Abstraction principles and the grounded extension. In *Proceedings of the European Conferences on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (ECSQARU'09)*, volume 5590 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 107–118. Springer, 2009.
- [8] Guido Boella, Souhila Kaci, and Leendert van der Torre. Dynamics in argumentation with single extensions : attack refinement and the grounded extension. In *Proceedings of the International Conference on Autonomous Agents and Multiagents Systems (AAMAS'09)*, pages 1213–1214, 2009.
- [9] Richard Booth, Souhila Kaci, Tjitze Rienstra, and Leendert van der Torre. A logical theory about dynamics in abstract argumentation. In *In Proceedings of the 7th International Conference on Scalable Uncertainty Management (SUM'13)*, pages 148–161, 2013.
- [10] Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Change in abstract argumentation frameworks : Adding an argument. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 38 :49–84, 2010.
- [11] Julien Cojan and Jean Lieber. Belief revision-based case-based reasoning. In Giles Richard, editor, *ECAI-2012 Workshop Workshop Similarity and Analogy-based Methods in AI*, pages 33–39, Montpellier, France, 2012.
- [12] Sylvie Coste-Marquis, Sébastien Konieczny, Jean-Guy Mailly, and Pierre Marquis. On the revision of argumentation systems : Minimal change of arguments statuses. In *14th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'2014)*, Vienna, july 2014. To appear.
- [13] Mukesh Dalal. Investigations into a theory of knowledge base revision : Preliminary report. In *Proceedings of the Seventh National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'88)*, pages 475–479, 1988.
- [14] Sylvie Doutre and Laurent Perrussel. On Enforcing a Constraint in Argumentation (11th European Workshop on Multi-Agent Systems (EUMAS 2013), Toulouse). 2013.
- [15] Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming, and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2) :321–357, 1995.
- [16] Dov Gabbay, Odinaldo Rodrigues, and Alessandra Russo. Revision by translation. In *Proceedings of the Seventh International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU'98)*, volume Information, Uncertainty and Fusion, pages 3–32, 1998.
- [17] Adam Grove. Two modellings for theory change. *Journal of Philosophical Logic*, 17 :157–170, 1988.
- [18] Richard W. Hamming. Error detecting and error correcting codes. *Bell System Technical Journal*, 29(2) :147–160, 1950.
- [19] Hirofumi Katsuno and Alberto O. Mendelzon. Propositional knowledge base revision and minimal change. *Artificial Intelligence*, 52 :263–294, 1991.
- [20] Juan Carlos Nieves, Mauricio Osorio, and Ulises Cortés. Inferring preferred extensions by minimal models. In *Workshop on Argumentation and Non-Monotonic Reasoning*, pages 114–124, 2007. Workshop at Logic Programming and Non-Monotonic Reasoning 2007 (LPNMR07).
- [21] Samer Nofal, Katie Atkinson, and Paul E. Dunne. Algorithms for decision problems in argument systems under preferred semantics. *Artificial Intelligence*, 207 :23–51, 2014.