Systèmes d'argumentation symétriques

S. Coste-Marquis⋆ coste@cril.univ-artois.fr

C. Devred⋆ devred@cril.univ-artois.fr

P. Marquis⋆ marquis@cril.univ-artois.fr

⋆CRIL-CNRS/Université d'Artois, Lens

Résumé :
Dans cet article, nous considérons le formalisme pour l'argumentation proposé par Dung, restreint au cas où la relation d'attaque est symétrique (mais aussi non vide et irréflexive). Nous montrons que si aucun système d'argumentation de ce type n'est bien fondé, ils sont tous à la fois cohérents et relativement de base. Nous considérons aussi les problèmes d'acceptabilité d'arguments pour les différentes sémantiques proposées par Dung, une fois généralisés à des ensembles d'arguments. Nous montrons que la restriction du formalisme de Dung au cas symétrique réduit les formes d'acceptabilité à deux formes distinctes seulement. Celles-ci sont simples et décidables en temps (déterministe) polynomial ; ceci contraste avec le cas général pour lequel les formes d'acceptabilité sont toutes calculatoirement difficiles, sauf celle s'appuyant sur la notion d'extension de base.

Mots-clés : Argumentation, sémantique, complexité.

Abstract:
This paper is centered on the family of Dung's finite argumentation frameworks when the attacks relation is symmetric (and nonempty and irreflexive). We show that while this family does not contain any well-founded framework, every element of it is both coherent and relatively grounded. Then we focus on the acceptability problems for the various semantics introduced by Dung, yet generalized to sets of arguments. We show that only two distinct forms of acceptability are possible when symmetric frameworks are considered. Those forms of acceptability are quite simple, but tractable ; this contrasts with the general case for which all the forms of acceptability are intractable, except the one based on the grounded extension.

Keywords: Argumentation, semantics, complexity.

1 Introduction

L'argumentation constitue un champ d'études important en IA : en particulier, elle permet de modéliser le raisonnement et certaines formes de dialogue (voir, par exemple, [18, 4, 16, 13, 14]). L'argumentation consiste à étudier l'interaction entre arguments. Une notion clé pour toutes les théories de l'argumentation est la notion d'acceptabilité. Un argument est considéré comme acceptable s'il peut être défendu contre les arguments qui l'attaquent. De manière formelle, l'acceptabilité d'un argument (resp. d'un ensemble d'arguments) est caractérisée par son appartenance à (resp. son inclusion dans) certains ensembles d'arguments appelés des extensions.

Plusieurs théories de l'argumentation ont été proposées (voir, en particulier, [8, 11, 15, 17, 19]). Certains travaux considèrent en entrée un système d'argumentation constitué d'un ensemble d'arguments et des relations entre les arguments sans faire aucune hypothèse sur la nature des arguments et leurs interactions. Dans une telle approche, proposée par Dung [8] puis raffinée et étendue dans de nombreux autres travaux dont [3, 1, 2, 5, 6], l'important réside réellement dans les relations d'attaque entre arguments. Différentes notions d'extension ont été définies par Dung conduisant à différentes politiques de choix des arguments à accepter collectivement. L'approche de Dung englobe de nombreux cadres de raisonnement. Le raisonnement non monotone et la programmation logique peuvent être vus comme des cas particuliers de cette approche.

Dans cet article, nous étudions la famille des systèmes d'argumentation finis obtenus en ne considérant que les relations d'attaque qui sont symétriques. Nous les supposons également non vides et irréflexives. Ces deux hypothèses ne constituent pas des restrictions importantes. En effet, les systèmes d'argumentation pour lesquels la relation d'attaque est vide sont des systèmes triviaux dans lesquels il n'existe pas de relation entre les arguments. En outre, un argument qui s'attaque lui-même est, dans un certain sens, paradoxal. Le problème de raisonner en présence de paradoxes déborde largement du cadre de l'argumentation ; en général, on ne considère pas comme des arguments véritables les arguments paradoxaux. Par exemple, le cadre défini par Elvang-Gøransson *et al.* [10] ne permet pas de définir des arguments dont le support est incohérent avec la conclusion. Ce même cadre définit la relation *réfute* qui est très clairement symétrique. L'hypothèse de symétrie n'est donc pas non plus trop restrictive.

Notre contribution est double. Nous montrons que les systèmes d'argumentation symétriques ne peuvent pas être bien fondés. Nous montrons également que tout système d'argumentation symétrique est à la fois cohérent et relativement de base. Nous étudions ensuite les problèmes d'acceptabilité pour les différentes sémantiques définies par Dung, une fois généralisées à des ensembles d'arguments. Nous montrons que plusieurs formes d'acceptabilité sont possibles dans le cadre de systèmes d'argumentation symétriques. Enfin, nous montrons que ces formes d'acceptabilité sont traitables dans le cas de systèmes d'argumentation symétriques alors qu'elles ne le sont pas dans le cas général (sauf celle fondée sur l'extension de base).

2 Le système d'argumentation de Dung

Nous rappelons ici les définitions de base du système d'argumentation de Dung [8]. Nous nous restreignons aux systèmes d'argumentation finis.

Définition 1 *Un* **système d'argumentation fini** *est une paire $AF = \langle A, R\rangle$ avec A un ensemble fini d'objets, les arguments, et R une relation binaire sur A (un sous-ensemble de $A \times A$), la relation d'attaque.*

L'ensemble des systèmes d'argumentation finis est un sous-ensemble de l'ensemble des systèmes d'argumentation finis selon Dung, où chaque argument ne peut être attaqué qu'un nombre fini de fois.

La définition précédente montre qu'un système d'argumentation peut être représenté par un graphe orienté fini, appelé le graphe d'attaque.

Exemple 1 *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation fini avec $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $R = \{(e, c), (c, e), (b, c), (c, b), (b, d), (b, d), (c, d), (d, c)\}$. AF est représenté figure 1. Notons que R est ici symétrique ; clairement, ce n'est pas toujours le cas dans le cadre défini par Dung, mais cela nous permettra de conserver cet exemple tout au long de l'article.*

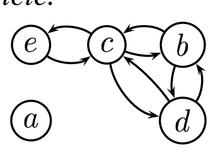

FIG. 1 – Graphe d'attaque de AF.

Une première notion importante est celle d'acceptabilité : un argument a est acceptable par rapport à un ensemble d'arguments S s'il est défendu par cet ensemble, i.e., chaque argument qui attaque a est attaqué par un élément de S.

Définition 2 *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation fini. Un argument $a \in A$ est* **acceptable** *par rapport à $S \subseteq A$ si et seulement si pour chaque $b \in A$ tel que $(b, a) \in R$, il existe $c \in S$ tel que $(c, b) \in R$. Un ensemble d'arguments A est acceptable par rapport à S lorsque chaque argument de A est acceptable par rapport à S.*

Une deuxième notion clé est celle d'absence de conflit. Intuitivement, deux arguments ne doivent pas être considérés ensemble lorsque l'un d'eux attaque l'autre.

Définition 3 *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation fini. $S \subseteq A$ est* **sans conflit** *si et seulement si pour chaque $a, b \in S$, nous avons $(a, b) \notin R$.*

Un ensemble maximal pour $\subseteq$ parmi les ensembles sans conflit est appelé une **extension naïve** [4].

Exiger l'absence de conflit ainsi qu'une forme d'autonomie capturée par «l'auto-acceptabilité» conduit à la notion d'ensemble admissible.

Définition 4 *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation fini. $S \subseteq A$ est* **admissible** *si et seulement si S est sans conflit et acceptable par rapport à S.*

Exemple 2 (Exemple 1 (suite)) *$\{e, d\}$, $\{e, b\}$ et $\{c\}$ sont des ensembles admissibles de AF.*

La pertinence du concept d'ensemble admissible est soulignée par le fait que chaque extension d'un système d'argumentation sous les sémantiques standard introduites par Dung (préférée, stable, complète et de base) est un ensemble admissible satisfaisant une certaine forme d'optimalité :

Définition 5 *Soit $AF = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation fini.*
- *$S \subseteq A$ est une* **extension préférée** *de AF si et seulement si S est maximal pour $\subseteq$ parmi les ensembles admissibles de AF.*

– *$S \subseteq A$ est une* **extension stable** *de AF si et seulement si S est admissible et attaque tous les arguments qui n'appartiennent pas à S.*
– *$S \subseteq A$ est une* **extension complète** *de AF si et seulement si S est admissible et est l'ensemble des arguments acceptables par rapport à S.*
– *$S \subseteq A$ est une* **extension de base** *de AF si et seulement si S est le plus petit élément pour $\subseteq$ parmi les extensions complètes de AF.*

Exemple 3 (Exemple 1 (suite)) *Soient $E_1 = \{a\}$, $E_2 = \{a, e, b\}$, $E_3 = \{a, c\}$ et $E_4 = \{a, d, e\}$. E_1 est l'extension de base de AF. E_2, E_3 et E_4 sont les extensions préférées et stables de AF. E_1, E_2, E_3 et E_4 sont les extensions complètes de AF.*

Formellement, les extension complètes de AF peuvent être caractérisées comme points fixes de la fonction caractéristique $\mathcal{F}_{AF}$. En particulier, l'extension de base est le plus petit d'entre eux [8] :

Définition 6 *La* **fonction caractéristique***, notée $\mathcal{F}_{AF}$ d'un système d'argumentation $AF = \langle A, R \rangle$ est définie de la façon suivante :*
$\mathcal{F}_{AF} : 2^A \to 2^A$
$\mathcal{F}_{AF}(S) = \{a \mid a$ *est acceptable par rapport à* $S\}$

Finalement, plusieurs notions d'acceptabilité d'un argument (ou plus généralement d'un ensemble d'arguments) peuvent être définies par l'appartenance à une (acceptabilité crédule) ou à toutes (acceptabilité sceptique) les extensions sous une sémantique donnée.

Les systèmes d'argumentation AF les «plus purs» dans la théorie de Dung sont ceux pour lesquels toutes les notions d'acceptabilité coïncident. Cela signifie que AF possède une unique extension complète (l'extension de base), qui est à la fois stable et préférée. Un tel système est dit bien fondé. Dung donne un condition suffisante pour qu'un système d'argumentation soit bien fondé.

Proposition 1 *[8] Soit $AF = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation fini. AF est* **bien fondé** *si le graphe d'attaque de AF est acyclique.*

Dung a aussi montré que chaque extension stable est préférée et que chaque extension préférée est complète ; néanmoins, les réciproques ne sont pas vérifiées.

Définition 7 *Soit $AF = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation fini. AF est* **cohérent** *si et seulement si chaque extension préférée de AF est stable.*

Exemple 4 (Exemple 1 (suite)) *Chaque extension préférée de AF est aussi une extension stable. Donc AF est cohérent.*

Étant donné que l'extension de base de AF est sa plus petite extension complète, cette dernière est incluse dans chaque extension préférée de AF (et donc dans chaque extension stable). Cela montre que la notion d'acceptabilité par rapport à l'extension de base est au moins aussi exigeante que les formes d'acceptabilité crédule ou sceptique par rapport aux extensions préférées ou stables (excepté pour l'acceptabilité crédule par rapport aux extensions stables lorsqu'il n'y a pas d'extension stable — on remarque qu'une telle exception n'est jamais possible lorsque AF est cohérent).

Définition 8 *Soit $AF = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation fini. AF est* **relativement de base** *si et seulement si son extension de base coïncide avec l'intersection de toutes ses extensions préférées.*

Exemple 5 (Exemple 1 (suite)) *$E_2 \cap E_3 \cap E_4 = E_1$. D'où AF est relativement de base.*

Dans ce cas, la notion d'acceptabilité sceptique par rapport aux extensions préférées coïncide avec la notion d'acceptabilité par rapport à l'extension de base.

3 Les systèmes d'argumentation symétriques

3.1 Définitions et propriétés

Nous allons dans cette partie nous focaliser sur les systèmes d'argumentation symétriques.

Définition 9 *Un* **système d'argumentation symétrique** *est un système d'argumentation fini $AF = \langle A, R \rangle$ où R est symétrique, irréflexive et non vide.*

Exemple 6 (Exemple 1 (suite)) *AF est un système d'argumentation symétrique.*

Il est facile de montrer qu'un système d'argumentation symétrique ne peut pas être bien fondé. Néanmoins, un tel système possède des propriétés intéressantes que nous étudions dans la suite.

Proposition 2 *Soit $AF = \langle A, R \rangle$ un système argumentation symétrique. $S \subseteq A$ est admissible si et seulement si S est sans conflit.*

Ainsi, les extensions préférées d'un système d'argumentation symétrique $AF = \langle A, R \rangle$ sont les sous-ensembles maximaux de A par rapport à $\subseteq$ parmi les sous-ensembles sans conflit, i.e. les extensions naïves de [4].

Proposition 3 *Tout système d'argumentation symétrique est cohérent.*

Tout singleton étant sans conflit lorsque R est irréflexive, on déduit des propositions précédentes que :

Proposition 4 *Soit $AF = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation symétrique. Chaque $a \in A$ appartient à au moins une extension préférée (ou de manière équivalente : stable ou naïve) de AF.*

Exemple 7 (Exemple 1 (suite)) $E_2 \cup E_3 \cup E_4 = A$. *D'où chaque argument de A appartient à une extension préférée de AF.*

Chaque système d'argumentation ayant une extension préférée, tout système d'argumentation symétrique possède une extension stable, qui est nécessairement non vide.

Proposition 5 *Soit $AF = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation symétrique. L'extension de base de AF est donné par $\{a \in A \mid \nexists b \in A, (b, a) \in R\}$.*

L'extension de base de AF peut être calculée en temps linéaire en $|AF|$ dans le pire cas.

Nous avons aussi montré que :

Proposition 6 *Soit $AF = \langle A, R \rangle$ un système d'argumentation symétrique. $a \in A$ appartient à toutes les extensions préférées (ou de façon équivalente : stable ou naïve) de AF si et seulement si il n'existe pas $b \in A$ tel que $(b, a) \in R$.*

Le corollaire suivant est une conséquence immédiate de la proposition précédente :

Proposition 7 *Tout système d'argumentation symétrique est relativement de base.*

Exemple 8 (Exemple 1 (suite)) *a n'est pas attaqué. a appartient à toutes les extensions préférées de AF et il est l'unique argument de l'extension de base E_1 de AF.*

Dans le cas de systèmes d'argumentation symétriques, il ne reste donc plus que deux formes distinctes d'acceptabilité :
- toutes les formes d'acceptabilité sceptique coïncident avec l'acceptabilité par rapport à l'extension de base ;
- l'acceptabilité crédule par rapport aux extensions préférées ainsi que celle par rapport aux extensions stables coïncident avec l'acceptabilité crédule par rapport aux extensions naïves.

Néanmoins, d'après la proposition 4, l'acceptabilité crédule pour un argument unique n'est pas intéressante puisqu'elle trivialise pour les systèmes d'argumentation symétriques.

Il faut donc considérer des formes d'acceptabilité plus générales de manière à obtenir plus qu'une sémantique. En particulier, l'acceptabilité sceptique est ici assez pauvre car elle ne conduit à retenir comme acceptables que les arguments qui ne sont pas attaqués.

3.2 Complexité des acceptabilités

C'est pourquoi nous allons nous intéresser à des problèmes d'acceptabilité pour *des ensembles d'arguments*, i.e., la question est maintenant de décider s'il est raisonnable d'accepter des arguments *ensemble* :

Définition 10 ACCEPTABILITÉ$_{I,E}$ *est le problème de décision suivant (également vu comme le langage de ses instances positives) :*
- **Entrée :** *Un système d'argumentation fini $AF = \langle A, R \rangle$ et un ensemble d'arguments $S \subseteq A$.*
- **Question :** *Est-ce que S est inclus dans :*
  I=$\forall$: chaque extension E de AF ?
  I=$\exists$: au moins une extension E de AF ?
  où E est N (naïve), P (préférée), S (stable), C (complète) ou G (de base).

Par exemple, $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,S}$ représente le problème d'acceptabilité sceptique sous la sémantique stable. Nous utilisons également la notation $\text{ACCEPTABILITÉ}_{.,G}$ pour représenter le problème d'acceptabilité sous la sémantique de base (assez trivialement $\text{ACCEPTABILITÉ}_{.,G} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,G} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,G}$ car un système d'argumentation a toujours une unique extension de base).

Nous pouvons facilement compléter les résultats de complexité[1] connus pour l'acceptabilité sceptique d'un unique argument [7, 9] :

Proposition 8 *Les résultats de complexité suivants sont vérifiés :*
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,P}$ *est* Π_2^p*-complet.*
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,S}$ *est* coNP*-complet.*
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,C} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{.,G}$ *est dans* P.
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,N}$ *est dans* P.

En effet, un ensemble S d'arguments est inclus dans toutes les extensions considérées si et seulement si chaque élément $a \in S$ appartient à toutes les extensions considérées.

En revanche, il se peut que deux arguments soient crédulement acceptables et que leur ensemble ne soit inclus dans aucune extension et ne soit donc pas crédulement acceptable.

Exemple 9 (Exemple 1 (suite)) $b \in E_2$ *et* $c \in E_3$. b *et* c *pris séparément sont donc crédulement acceptables. Cependant, l'ensemble d'arguments* $\{b, c\}$ *ne l'est pas car il n'est pas sans conflit.*

Néanmoins, nous avons montré que considérer des ensembles d'arguments à la place d'arguments seuls n'augmente pas la complexité du problème d'acceptabilité :

Proposition 9 *Les résultats de complexité suivants sont vérifiés :*
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,P} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,C}$ *est* NP*-complet.*
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,S}$ *est* NP*-complet.*
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,N}$ *est dans* P.

[1]Nous supposons que le lecteur connaît les notions de base de la théorie de la complexité ; voir, par exemple, [12].

Nous pouvons noter que la notion d'extension complète ne fournit pas une sémantique différente de celles obtenues avec les autres extensions : ainsi, l'acceptabilité sceptique par rapport aux extensions complètes coïncide avec l'acceptabilité par rapport à l'extension de base et l'acceptabilité crédule par rapport aux extensions complètes coïncide avec l'acceptabilité crédule par rapport aux extensions préférées. C'est la raison pour laquelle Dung considère cette notion d'extension complète plus comme un lien entre les extensions préférées et l'extension de base que comme une sémantique en soi.

Les complexités des problèmes d'acceptabilité pour les systèmes d'argumentation symétriques sont moins élevées que dans le cas général :

Proposition 10 *Considérons la restriction de* $\text{ACCEPTABILITÉ}_{I,E}$ *lorsque* AF *est un système d'argumentation symétrique. Sous cette condition, nous avons les résultats suivants :*
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,P} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,S} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,C} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{.,G} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\forall,N}$ *est dans* P.
- $\text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,P} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,S} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,C} = \text{ACCEPTABILITÉ}_{\exists,N}$ *est dans* P.

Pour résumer, les différentes sémantiques de Dung appliquées aux systèmes d'argumentation symétriques nous conduisent à considérer un ensemble d'arguments comme acceptable lorsque (1) aucun de ses éléments n'est attaqué (acceptabilité sceptique) (2) est sans conflit (acceptabilité crédule). Dans les deux cas l'acceptabilité peut être décidée de manière efficace.

4 Conclusion

Nous avons étudié les propriétés vérifiées par des systèmes d'argumentation symétriques sous les hypothèses (pratiquement réalistes) que les ensembles d'arguments sont finis et que la relation d'attaque est non vide et irréflexive. Nous montrons que de tels systèmes sont cohérents et relativement de base. Deux notions d'acceptabilité collective simples et traitables ont pu alors être définies. Dans le cas général, les différentes formes d'acceptabilité collective ne sont pas traitables (sous les hypothèses habituelles de la théorie de la complexité) sauf celle qui repose sur l'extension de base.

Nous envisageons différentes perspectives à ce travail. La première consiste à étudier d'autres critères de préférence pour définir de nouvelles sémantiques pour les cadres d'argumentation. Par exemple, on peut choisir de sélectionner les ensembles admissibles maximaux pour la cardinalité. On peut également associer à chaque ensemble admissible d'arguments S la somme (ou le maximum) des nombres d'attaque contre chaque élément de S. Sur cette base, on peut choisir de préférer les ensembles admissibles associés au plus petit nombre si l'on pense qu'un ensemble d'arguments peu attaqué est meilleur qu'un ensemble d'arguments massivement attaqué. On peut également adopter le point de vue opposé et choisir de préférer les ensembles d'arguments robustes — capables de se défendre contre de nombreuses attaques. Une autre perspective consiste à étudier le problème de la complexité de l'acceptabilité lorsqu'un nombre limité d'attaques non symétriques est autorisé. Finalement, il serait intéressant de trouver d'autres propriétés fondées sur la théorie des graphes qui permettraient de rendre traitable l'acceptabilité sous différentes sémantiques.

Remerciements

Les auteurs ont reçu le soutien de la région Nord/Pas-de-Calais via l'IRCICA ainsi que du programme FEDER de la Communauté Européenne. Merci également aux relecteurs anonymes pour leurs commentaires.

Références

[1] P. Baroni and M. Giacomin. Solving semantic problems with odd-length cycles in argumentation. In *ECSQARU'03*, volume 2711 of *LNAI*, pages 440–451, 2003.

[2] P. Baroni and M. Giacomin. A recursive approach to argumentation : motivation and perspectives. In *NMR'04*, pages 50–58, 2004.

[3] P. Baroni, M. Giacomin, and G.Guida. Extending abstract argumentation systems theory. *Artificial Intelligence*, 120(2) :251–270, 2000.

[4] A. Bondarenko, P. M. Dung, R. Kowalski, and F Toni. An abstract, argumentation-theoretic approach to default reasoning. *Artificial Intelligence*, 93 :63–101, 1997.

[5] C. Cayrol, S. Doutre, M-C. Lagasquie-Schiex, and J. Mengin. Minimal defence : a refinement of the preferred semantics for argumentation frameworks. In *NMR'02*, pages 408–415, 2002.

[6] C. Cayrol and M-C. Lagasquie-Schiex. Gradual handling of contradiction in argumentation frameworks. In *IPMU'02*, pages 83–90, 2002.

[7] Y. Dimopoulos and A. Torres. Graph theoretical structures in logic programs and default theories. *Theoretical Computer Science*, 170 :209–244, 1996.

[8] P. M. Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2) :321–358, 1995.

[9] P. Dunne and T. Bench-Capon. Coherence in finite argument system. *Artificial Intelligence*, 141 :187–203, 2002.

[10] M. Elvang-Gøransson, J. Fox, and P. Krause. Acceptability of arguments as logical uncertainty. In *ECSQARU'93*, pages 85–90, 1993.

[11] M. Elvang-Gøransson, J. Fox, and P. Krause. Dialectic reasoning with inconsistent information. In *UAI'93*, pages 114–121, 1993.

[12] C. Papadimitriou. *Computational complexity*. Addison-Wesley, 1994.

[13] S. Parsons, C. Sierra, and N. Jennings. Agents that reason and negotiate by arguing. *J. of Logic and Computation*, 8(3) :261–292, 1998.

[14] S. Parsons, M. Wooldrige, and L. Amgoud. Properties and complexity of some formal inter-agent dialogues. *J. of Logic and Computation*, 13(3) :348–376, 2003.

[15] J. Pollock. How to reason defeasibly. *Artificial Intelligence*, 57(1) :1–42, 1992.

[16] A. Prakken and G. Vreeswijk. Logics for defeasible argumentation. volume 4 of *Handbook of Philosophical Logic, Second edition*, pages 219–318. Kluwer Academic Publishers, 2002.

[17] G. Simari and R. Loui. A mathematical treatment of defeasible reasoning and its implementation. *Artificial Intelligence*, 53(2–3) :125–157, 1992.

[18] S. Toulmin. *The Uses of Argument*. Cambridge University Press, 1958.

[19] G. Vreeswijk. Abstract argumentation systems. *Artificial Intelligence*, 90 :225–279, 1997.