Changement de croyances et logiques modales

Thomas Caridroit

CRIL - CNRS UMR 8188 – Université d'Artois

13 décembre 2016

CNRS

CRIL

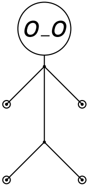
UNIVERSITÉ D'ARTOIS

Introduction

Qu’est-ce que le changement de croyances ?

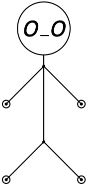
Introduction

Qu’est-ce que le changement de croyances ?



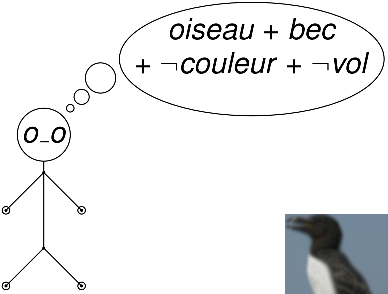
Introduction

Qu’est-ce que le changement de croyances ?



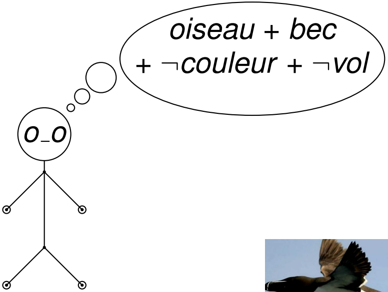
Introduction

Qu’est-ce que le changement de croyances ?



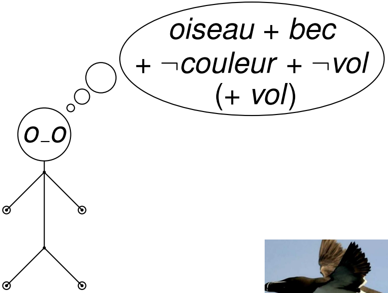
Introduction

Qu'est-ce que le changement de croyances ?



Introduction

Qu’est-ce que le changement de croyances ?



Plan de l'exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent

Plan de l’exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent
- Changement de croyances dans le cadre multi-agents

Plan de l’exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent
    1. Contraction en logique propositionnelle
- Changement de croyances dans le cadre multi-agents

Plan de l'exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent
  1. Contraction en logique propositionnelle
- Changement de croyances dans le cadre multi-agents
  2. Expansion et révision privées

Plan de l’exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent
  1. Contraction en logique propositionnelle
- Changement de croyances dans le cadre multi-agents
  2. Expansion et révision privées
  3. Révision à base de distances entre modèles

Plan de l'exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent
  1. Contraction en logique propositionnelle
- Changement de croyances dans le cadre multi-agents
  2. Expansion et révision privées
  3. Révision à base de distances entre modèles

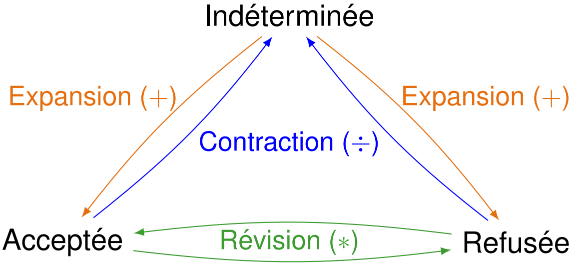
Changement de croyances

Une théorie *K* est un ensemble de formules (clos pour la déduction logique) qui représente les croyances d'un agent.
Une formule α peut avoir trois états différents :

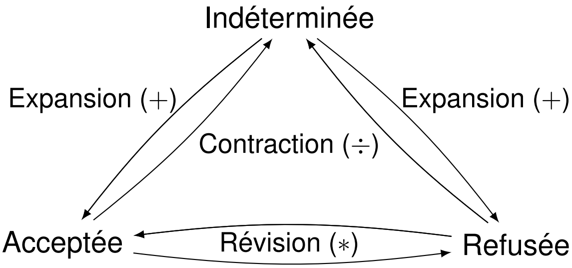
- acceptée : $\alpha \in K$
- refusée : $\neg\alpha \in K$
- indéterminée : $\alpha \notin K$ et $\neg\alpha \notin K$

Cadre AGM

Les opérateurs de changement de croyances peuvent être vus comme des moyens de réaliser des transitions entre ces états :

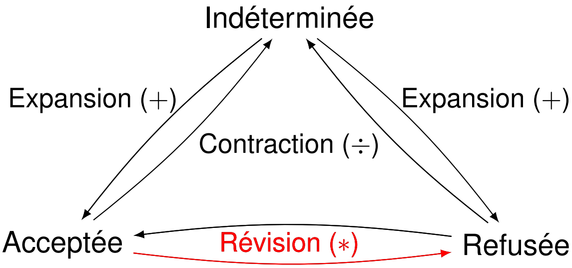


Identités

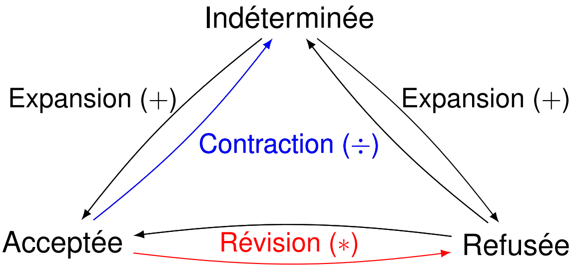


Indéterminée
Expansion (+)
Contraction (÷)
Expansion (+)
Acceptée
Révision (∗)
Refusée

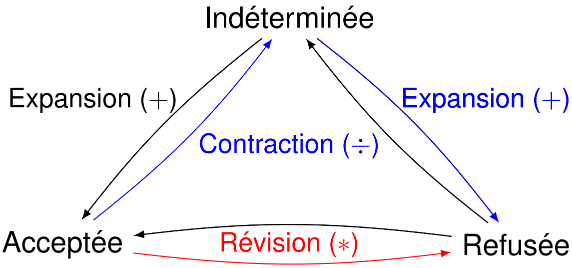
Identités


Indéterminée
Expansion (+)
Expansion (+)
Contraction (÷)
Acceptée
Révision (∗)
Refusée

Identités


Indéterminée
Expansion (+)
Expansion (+)
Contraction (÷)
Acceptée
Révision (∗)
Refusée

Identités


Indéterminée
Expansion $(+)$
Contraction $(\div)$
Expansion $(+)$
Acceptée
Révision $(*)$
Refusée

Identités

Identité de Levi

$$K * \alpha = (K \div \neg\alpha) + \alpha$$

Identités

Identité de Levi

$$K * \alpha = (K \div \neg\alpha) + \alpha$$

Identité de Harper

$$K \div \alpha = K \cap (K * \neg\alpha)$$

Contraction en logique propositionnelle

Révision AGM

Contraction AGM

Contraction en logique propositionnelle

$$\begin{array}{c}\text{Révision AGM}\\ \updownarrow\\ \text{Contraction AGM}\end{array}$$

Contraction en logique propositionnelle

$$\begin{array}{ccc} \text{Révision AGM} & & \text{Révision KM} \\ \updownarrow & & \\ \text{Contraction AGM} & & \end{array}$$

Contraction en logique propositionnelle

$$
\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \\
\text{Contraction AGM} &
\end{tikzcd}
$$

Contraction en logique propositionnelle

$$\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \\
\text{Contraction AGM} & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg
\end{tikzcd}$$

- Définition de postulats de contraction KM

Contraction en logique propositionnelle

$$\begin{tikzcd} \text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \\ \text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg \end{tikzcd}$$

- Définition de postulats de contraction KM
- Connexion avec le cadre AGM

Contraction en logique propositionnelle

$$\begin{tikzcd} \text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[d, leftrightarrow] \\ \text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg \end{tikzcd}$$

- Définition de postulats de contraction KM
- Connexion avec le cadre AGM
- Correspondance entre révision et contraction KM

Contraction en logique propositionnelle

Nous définissons des postulats de contraction propositionnelle :

- **(C1)** $\varphi \vdash \varphi - \alpha$

Contraction en logique propositionnelle

Nous définissons des postulats de contraction propositionnelle :

- **(C1)** $\varphi \vdash \varphi - \alpha$
- **(C2)** si $\varphi \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi$

Contraction en logique propositionnelle

Nous définissons des postulats de contraction propositionnelle :

- **(C1)** $\varphi \vdash \varphi - \alpha$
- **(C2)** si $\varphi \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi$
- **(C3)** si $\varphi - \alpha \vdash \alpha$ alors $\vdash \alpha$

Contraction en logique propositionnelle

Nous définissons des postulats de contraction propositionnelle :

- **(C1)** $\varphi \vdash \varphi - \alpha$
- **(C2)** si $\varphi \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi$
- **(C3)** si $\varphi - \alpha \vdash \alpha$ alors $\vdash \alpha$
- **(C4)** si $\varphi \vdash \alpha$ alors $(\varphi - \alpha) \wedge \alpha \vdash \varphi$

Contraction en logique propositionnelle

Nous définissons des postulats de contraction propositionnelle :

- **(C1)** $\varphi \vdash \varphi - \alpha$
- **(C2)** si $\varphi \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi$
- **(C3)** si $\varphi - \alpha \vdash \alpha$ alors $\vdash \alpha$
- **(C4)** si $\varphi \vdash \alpha$ alors $(\varphi - \alpha) \wedge \alpha \vdash \varphi$
- **(C5)** si $\varphi_1 \equiv \varphi_2$ et $\alpha_1 \equiv \alpha_2$ alors $\varphi_1 - \alpha_1 \equiv \varphi_2 - \alpha_2$

Contraction en logique propositionnelle

Nous définissons des postulats de contraction propositionnelle :

- **(C1)** $\varphi \vdash \varphi - \alpha$
- **(C2)** si $\varphi \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi$
- **(C3)** si $\varphi - \alpha \vdash \alpha$ alors $\vdash \alpha$
- **(C4)** si $\varphi \vdash \alpha$ alors $(\varphi - \alpha) \wedge \alpha \vdash \varphi$
- **(C5)** si $\varphi_1 \equiv \varphi_2$ et $\alpha_1 \equiv \alpha_2$ alors $\varphi_1 - \alpha_1 \equiv \varphi_2 - \alpha_2$
- **(C6)** $\varphi - (\alpha \wedge \beta) \vdash (\varphi - \alpha) \vee (\varphi - \beta)$
- **(C7)** si $\varphi - (\alpha \wedge \beta) \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi - (\alpha \wedge \beta)$

Contraction en logique propositionnelle

Nous définissons des postulats de contraction propositionnelle :

- **(C1)** $\varphi \vdash \varphi - \alpha$
- **(C2)** si $\varphi \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi$
- **(C3)** si $\varphi - \alpha \vdash \alpha$ alors $\vdash \alpha$
- **(C4)** si $\varphi \vdash \alpha$ alors $(\varphi - \alpha) \wedge \alpha \vdash \varphi$
- **(C5)** si $\varphi_1 \equiv \varphi_2$ et $\alpha_1 \equiv \alpha_2$ alors $\varphi_1 - \alpha_1 \equiv \varphi_2 - \alpha_2$
- **(C6)** $\varphi - (\alpha \wedge \beta) \vdash (\varphi - \alpha) \vee (\varphi - \beta)$
- **(C7)** si $\varphi - (\alpha \wedge \beta) \nvdash \alpha$ alors $\varphi - \alpha \vdash \varphi - (\alpha \wedge \beta)$

En présence de (C1)-(C5), (C6) et (C7) sont équivalents à :

$$\varphi - (\alpha \wedge \beta) \equiv \begin{cases} \varphi - \alpha \text{ ou} \\ \varphi - \beta \text{ ou} \\ (\varphi - \alpha) \vee (\varphi - \beta) \end{cases}$$

Connexions avec le cadre AGM

Il y a une correspondance entre les opérateurs de contraction. Soit $K \div \alpha$, définie telle que :

$$K \div \alpha = \{\psi | \varphi - \alpha \vdash \psi\}$$

Soit $\div$ un opérateur de contraction AGM et $-$ l'opérateur de contraction propositionnelle qui lui correspond. L'opérateur $\div$ satisfait **(K÷1)** - **(K÷8)** si et seulement si l'opérateur $-$ satisfait **(C1)** - **(C7)** .

Contraction en logique propositionnelle

$$\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction « KM »}
\end{tikzcd}$$

Contraction en logique propositionnelle

$$\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg
\end{tikzcd}$$

Contraction en logique propositionnelle

$$
\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[d, leftrightarrow] \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction « KM »}
\end{tikzcd}
$$

Correspondance contraction/révision

Dans le cadre de la révision et de la contraction de formules propositionnelles, les identités de Levi et Harper peuvent être exprimées comme suit :

Identité de Levi

$$\varphi \circ \alpha = (\varphi - \neg\alpha) \wedge \alpha$$

Correspondance contraction/révision

Dans le cadre de la révision et de la contraction de formules propositionnelles, les identités de Levi et Harper peuvent être exprimées comme suit :

Identité de Levi

$$\varphi \circ \alpha = (\varphi - \neg\alpha) \wedge \alpha$$

Si l'opérateur $-$ satisfait (C1)-(C7) alors l'opérateur $\circ$ définie via l'identité de Levi satisfait (R1)-(R6).

Correspondance contraction/révision

Dans le cadre de la révision et de la contraction de formules propositionnelles, les identités de Levi et Harper peuvent être exprimées comme suit :

Identité de Harper

$$\varphi - \alpha = \varphi \vee (\varphi \circ \neg \alpha)$$

Correspondance contraction/révision

Dans le cadre de la révision et de la contraction de formules propositionnelles, les identités de Levi et Harper peuvent être exprimées comme suit :

Identité de Harper

$$\varphi - \alpha = \varphi \vee (\varphi \circ \neg\alpha)$$

Si l'opérateur $\circ$ satisfait (R1)-(R6) alors l'opérateur $-$ définie via l'identité de Harper satisfait (C1)-(C7).

Correspondance contraction/révision

$$\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[d, leftrightarrow] \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg
\end{tikzcd}$$

Correspondance contraction/révision

$$\begin{tikzcd} \text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[d, leftrightarrow] \\ \text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction } \ll \text{KM} \gg \end{tikzcd}$$

Théorème de représentation : préliminaires

Assignements fidèles [KM91]

Un assignement fidèle est une application qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ sur l'ensemble de toutes les interprétations tel que :

Théorème de représentation : préliminaires

Assignements fidèles [KM91]

Un assignement fidèle est une application qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ sur l'ensemble de toutes les interprétations tel que :

- Si $\omega \models \varphi$ et $\omega' \models \varphi$, alors $\omega \simeq_\varphi \omega'$

Théorème de représentation : préliminaires

Assignements fidèles [KM91]

Un assignement fidèle est une application qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ sur l'ensemble de toutes les interprétations tel que :

- Si $\omega \models \varphi$ et $\omega' \models \varphi$, alors $\omega \simeq_\varphi \omega'$
- Si $\omega \models \varphi$ et $\omega' \not\models \varphi$, alors $\omega <_\varphi \omega'$

Théorème de représentation : préliminaires

Assignements fidèles [KM91]

Un assignement fidèle est une application qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ sur l'ensemble de toutes les interprétations tel que :

- Si $\omega \models \varphi$ et $\omega' \models \varphi$, alors $\omega \simeq_\varphi \omega'$
- Si $\omega \models \varphi$ et $\omega' \not\models \varphi$, alors $\omega <_\varphi \omega'$
- Si $\varphi \equiv \varphi'$, alors $\leq_\varphi = \leq_{\varphi'}$

Théorème de représentation

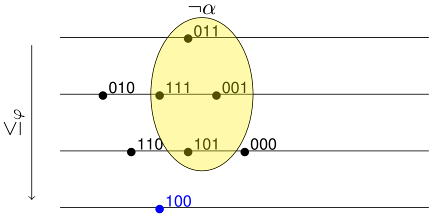
Un opérateur de contraction $-$ satisfait les postulats **(C1) - (C7)** si et seulement si il existe un assignement fidèle qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ tel que

$$\mathit{mod}(\varphi - \alpha) = \mathit{mod}(\varphi) \cup \mathit{min}(\mathit{mod}(\neg\alpha), \leq_\varphi)$$

Théorème de représentation

Un opérateur de contraction $-$ satisfait les postulats **(C1) - (C7)** si et seulement si il existe un assignement fidèle qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ tel que

$$mod(\varphi - \alpha) = mod(\varphi) \cup min(mod(\neg\alpha), \leq_\varphi)$$

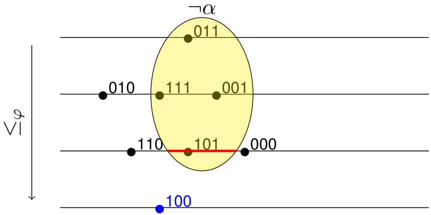


$\varphi = bec \wedge \neg couleur \wedge \neg vol$
$\alpha = \neg vol$

Théorème de représentation

Un opérateur de contraction $-$ satisfait les postulats **(C1) - (C7)** si et seulement si il existe un assignement fidèle qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ tel que

$$\mathit{mod}(\varphi - \alpha) = \mathit{mod}(\varphi) \cup \mathit{min}(\mathit{mod}(\neg\alpha), \leq_\varphi)$$



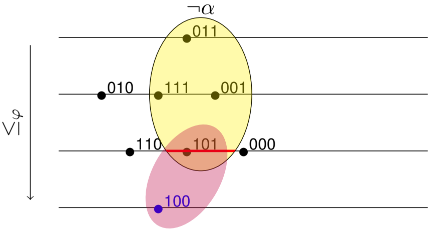
$\varphi = \mathit{bec} \wedge \neg \mathit{couleur} \wedge \neg \mathit{vol}$

$\alpha = \neg \mathit{vol}$

Théorème de représentation

Un opérateur de contraction $-$ satisfait les postulats **(C1) - (C7)** si et seulement si il existe un assignement fidèle qui associe à toute base de croyances φ un pré-ordre total $\leq_\varphi$ tel que

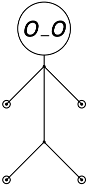
$$mod(\varphi - \alpha) = mod(\varphi) \cup min(mod(\neg\alpha), \leq_\varphi)$$



$\varphi = bec \wedge \neg couleur \wedge \neg vol$
$\alpha = \neg vol$

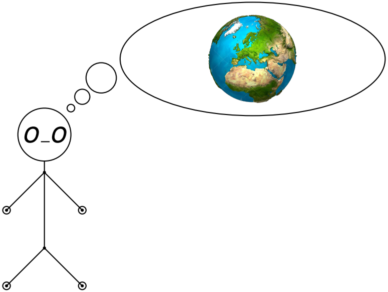
$\varphi - \alpha = bec \wedge \neg couleur$

Avec un unique agent :

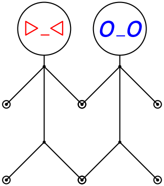


Contexte

Avec un unique agent :

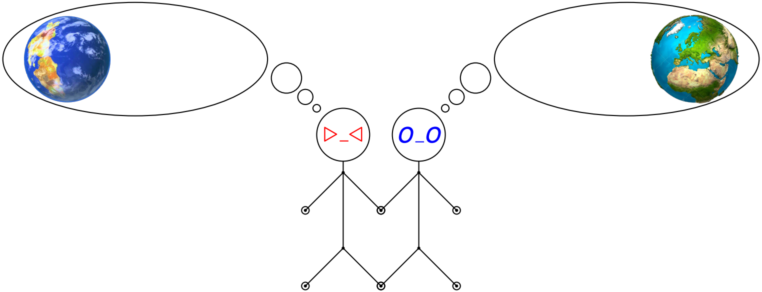


Avec plusieurs agents :



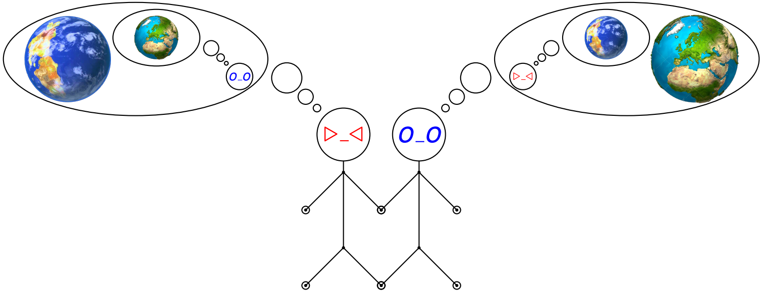
Contexte

Avec plusieurs agents :



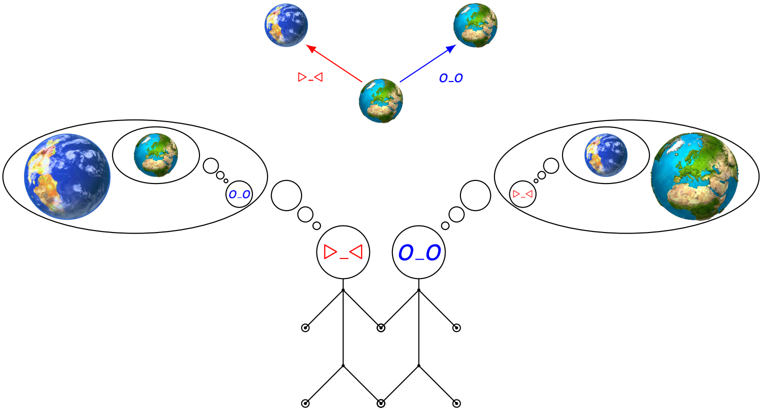
Contexte

Avec plusieurs agents :



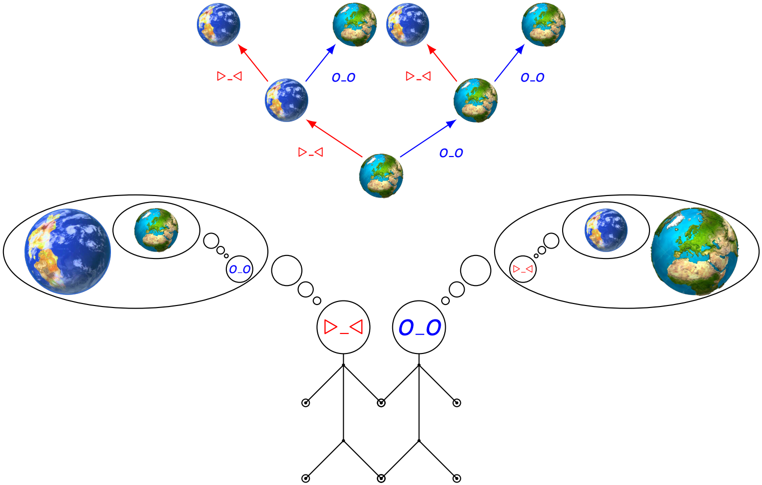
Contexte

Avec plusieurs agents :



Contexte

Avec plusieurs agents :



Objectifs

Changements de croyances dans le cadre multi-agents :

Objectifs

Changements de croyances dans le cadre multi-agents :

- Changement public

Objectifs

Changements de croyances dans le cadre multi-agents :

- Changement public
- Changement privé

Objectifs

Changements de croyances dans le cadre multi-agents :

- Changement public
- Changement privé
    - ② Expansion et révision privées

Objectifs

Changements de croyances dans le cadre multi-agents :

- Changement public
- Changement privé
  - ② Expansion et révision privées
- Définition concrète d'opérateurs

Objectifs

Changements de croyances dans le cadre multi-agents :

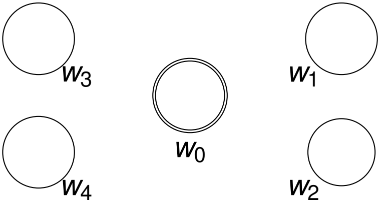
- Changement public
- Changement privé
  - ② Expansion et révision privées
- Définition concrète d'opérateurs
  - ③ Distances entre systèmes multi-agents

Modèle de Kripke KD45n

$$M = \langle W, R, V, w_0 \rangle$$

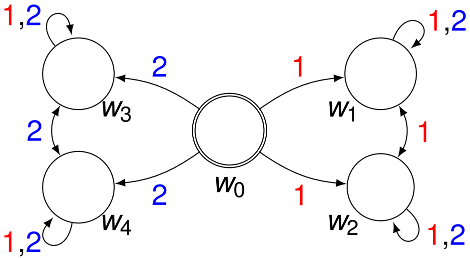
Modèle de Kripke KD45n

$$M = \langle W, R, V, w_0 \rangle$$
$$W = \{w_0, w_1, w_2, w_3, w_4\}$$



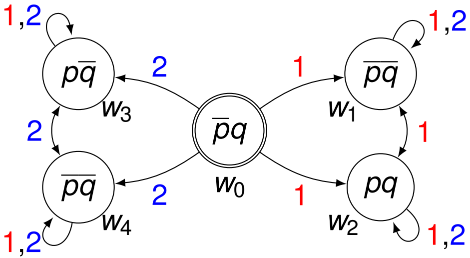
Modèle de Kripke KD45n

$$M = \langle W, R, V, w_0 \rangle$$
$$W = \{w_0, w_1, w_2, w_3, w_4\}$$
$$R = \{R_1, R_2\}$$



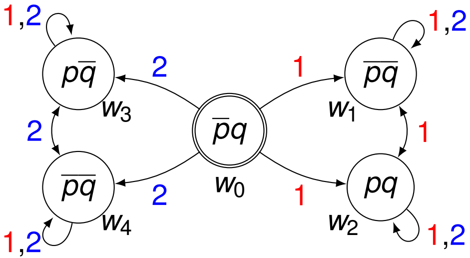
Modèle de Kripke KD45n

$$M = \langle W, R, V, w_0 \rangle$$
$$W = \{w_0, w_1, w_2, w_3, w_4\}$$
$$R = \{R_1, R_2\}$$
$$V = \{V_{w_0}, V_{w_1}, V_{w_2}, V_{w_3}, V_{w_4}\}$$



Logique modale KD45n – modèle de Kripke

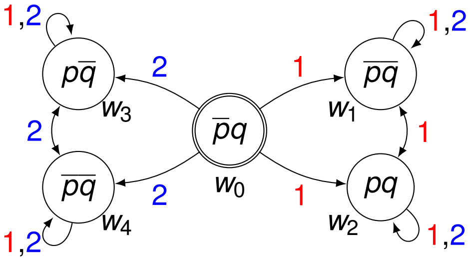
Les modèles que nous utilisons respectent certaines propriétés :



Logique modale KD45n – modèle de Kripke

Les modèles que nous utilisons respectent certaines propriétés :

- **D** (Sérialité) : $\forall w$, $\exists w'$ tel que $wR_i w'$

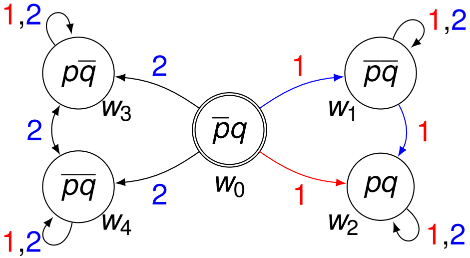


- **Sérialité** : Cohérence

Logique modale KD45n – modèle de Kripke

Les modèles que nous utilisons respectent certaines propriétés :

- **4** (Transitivité) : $\forall w, w', w''$, si wR_iw' et $w'R_iw''$ alors wR_iw''

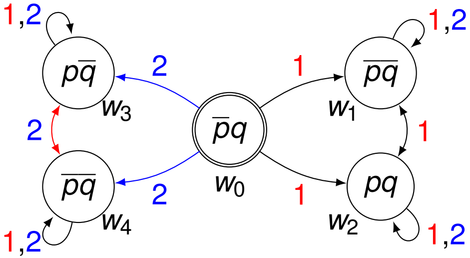


- **Transitivité** : Introspection positive

Logique modale KD45n – modèle de Kripke

Les modèles que nous utilisons respectent certaines propriétés :

- **5** (Euclidienne) : $\forall w, w', w''$, si wR_iw et wR_iw'' alors $w'R_iw''$



- **Euclidenne** : Introspection négative

Plan de l'exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent
  1. Contraction en logique propositionnelle
- Changement de croyances dans le cadre multi-agents
  2. Expansion et révision privées
  3. Révision à base de distances entre modèles

Expansion privé

- **(**E_n1**)** Si $M \not\models \mathrm{B}_a \neg\varphi$ alors $M +_a \varphi \in$ KD45$_n$ **(K+1)**
- **(**E_n2**)** $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a \varphi$ **(K+2)**

- **(**E_n5**)** Si $M \models \mathrm{B}_a \psi$ alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a \psi$ **(K+3)**
- **(**E_n6**)** Si $M \models \mathrm{B}_a \varphi$ alors $M +_a \varphi \leftrightarroweq M$ **(K+4)**
- **(**E_n7**)** Si $M_1 \models \mathrm{B}_i \psi$ implique $M_2 \models \mathrm{B}_i \psi$ alors $M_1 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i \chi$ implique $M_2 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i \chi$ **(K+5)**
- **(**E_n8**)** Pour tout (M', w'), si (M', w') satisfait (E_n1)–(E_n7) alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a \psi$ implique $(M', w') \models \mathrm{B}_a \psi$ **(K+6)**

Expansion privé

- **(E_n0)** $\forall p \in \mathbb{P},\ V'_{w'}(p) = V_w(p)$
- **(E_n1)** Si $M \not\models \mathrm{B}_a \neg\varphi$ alors $M +_a \varphi \in$ KD45$_n$ **(K+1)**
- **(E_n2)** $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a\varphi$ **(K+2)**

- **(E_n5)** Si $M \models \mathrm{B}_a\psi$ alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a\psi$ **(K+3)**
- **(E_n6)** Si $M \models \mathrm{B}_a\varphi$ alors $M +_a \varphi \,\underline{\leftrightarrows}\, M$ **(K+4)**
- **(E_n7)** Si $M_1 \models \mathrm{B}_i\psi$ implique $M_2 \models \mathrm{B}_i\psi$ alors $M_1 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\chi$ implique $M_2 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K+5)**
- **(E_n8)** Pour tout (M', w'), si (M', w') satisfait (E_n1)–(E_n7) alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a\psi$ implique $(M', w') \models \mathrm{B}_a\psi$ **(K+6)**

Expansion privé

- **(E_n0)** $\forall p \in \mathbb{P}$, $V'_{w'}(p) = V_w(p)$
- **(E_n1)** Si $M \not\models \mathrm{B}_a \neg\varphi$ alors $M +_a \varphi \in$ KD45$_n$ **(K+1)**
- **(E_n2)** $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a \varphi$ **(K+2)**
- **(E_n3)** $M \models \mathrm{B}_i \psi$ ssi $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_i \psi$, pour $i \neq a$

- **(E_n5)** Si $M \models \mathrm{B}_a \psi$ alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a \psi$ **(K+3)**
- **(E_n6)** Si $M \models \mathrm{B}_a \varphi$ alors $M +_a \varphi \leftrightarroweq M$ **(K+4)**
- **(E_n7)** Si $M_1 \models \mathrm{B}_i \psi$ implique $M_2 \models \mathrm{B}_i \psi$ alors $M_1 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i \chi$ implique $M_2 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i \chi$ **(K+5)**
- **(E_n8)** Pour tout (M', w'), si (M', w') satisfait (E_n1)–(E_n7) alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a \psi$ implique $(M', w') \models \mathrm{B}_a \psi$ **(K+6)**

Expansion privé

- (E_n0) $\forall p \in \mathbb{P}$, $V'_{w'}(p) = V_w(p)$
- (E_n1) Si $M \not\models \mathrm{B}_a\neg\varphi$ alors $M +_a \varphi \in$ KD45$_n$ **(K+1)**
- (E_n2) $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a\varphi$ **(K+2)**
- (E_n3) $M \models \mathrm{B}_i\psi$ ssi $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$, pour $i \neq a$
- (E_n4) Si $M \not\models \mathrm{B}_a\neg\varphi$ alors $M \models \mathrm{B}_a^k\mathrm{B}_i\psi$ ssi $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a^k\mathrm{B}_i\psi$,pour $i \neq a$ and $k \geq 1$
- (E_n5) Si $M \models \mathrm{B}_a\psi$ alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a\psi$ **(K+3)**
- (E_n6) Si $M \models \mathrm{B}_a\varphi$ alors $M +_a \varphi \underline{\leftrightarrows} M$ **(K+4)**
- (E_n7) Si $M_1 \models \mathrm{B}_i\psi$ implique $M_2 \models \mathrm{B}_i\psi$ alors $M_1 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\chi$ implique $M_2 +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K+5)**
- (E_n8) Pour tout (M', w'), si (M', w') satisfait (E_n1)–(E_n7) alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_a\psi$ implique $(M', w') \models \mathrm{B}_a\psi$ **(K+6)**

Expansion privé

Il existe un unique opérateur d'expansion privée satisfaisant $(\mathbf{E_n0})$–$(\mathbf{E_n8})$.

Expansion privé

Il existe un unique opérateur d'expansion privée satisfaisant ($\mathbf{E_n0}$)–($\mathbf{E_n8}$).

Objective belief

O_i^M désigne l'ensemble des croyances objectives de l'agent i dans le modèle M, tel que

$$O_i^M = \{\varphi \in \mathcal{L}_0 | M \models \mathrm{B}_i\varphi\}$$

Expansion privé

Il existe un unique opérateur d'expansion privée satisfaisant $(\mathbf{E_n0})$–$(\mathbf{E_n8})$.

Objective belief

O_i^M désigne l'ensemble des croyances objectives de l'agent i dans le modèle M, tel que

$$O_i^M = \{\varphi \in \mathcal{L}_0 | M \models \mathrm{B}_i\varphi\}$$

Soit $+_\mathbf{i}$ l'opérateur d'expansion privée pour un agent **i** satisfaisant $(\mathbf{E_n0})$–$(\mathbf{E_n8})$.
L'opérateur $+$ définie par $\mathbf{O_i^M} + \varphi = \mathbf{O_i^{M+_i\varphi}}$ est l'opérateur d'expansion AGM (i.e., il satisfait (K+1)–(K+6)).

Révision privée

- **(R_n1)** $M \star_a \varphi \in \mathrm{KD45}_n$ **(K∗1)**
- **(R_n2)** $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_a\varphi$ **(K∗2)**

- **(R_n5)** Si $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$, alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$ **(K∗3)**
- **(R_n6)** Si $M \not\models \mathrm{B}_a\neg\varphi$, alors $M +_a \varphi \leftrightarroweq M \star_a \varphi$ **(K∗4)**
- **(R_n7)** Si $M_1 \leftrightarroweq M_2$ et $\models \varphi \equiv \psi$, alors $M_1 \star_a \varphi \leftrightarroweq M_2 \star_a \psi$ **(K∗6)**
- **(R_n8)** Si $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗7)**
- **(R_n9)** Si $M \star_a \varphi \not\models \mathrm{B}_a\neg\psi$, alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ implique $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗8)**

Révision privée

- (R_n0) $\forall p \in \mathbb{P}$, $V'_{w'}(p) = V_w(p)$
- (R_n1) $M \star_a \varphi \in \mathrm{KD45}_n$ **(K∗1)**
- (R_n2) $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_a\varphi$ **(K∗2)**

- (R_n5) Si $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$, alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$ **(K∗3)**
- (R_n6) Si $M \not\models \mathrm{B}_a\neg\varphi$, alors $M +_a \varphi \underline{\leftrightarrows} M \star_a \varphi$ **(K∗4)**
- (R_n7) Si $M_1 \underline{\leftrightarrows} M_2$ et $\models \varphi \equiv \psi$, alors $M_1 \star_a \varphi \underline{\leftrightarrows} M_2 \star_a \psi$ **(K∗6)**
- (R_n8) Si $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗7)**
- (R_n9) Si $M \star_a \varphi \not\models \mathrm{B}_a\neg\psi$, alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ implique $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗8)**

Révision privée

- (R_n0) $\forall p \in \mathbb{P}$, $V'_{w'}(p) = V_w(p)$
- (R_n1) $M \star_a \varphi \in$ KD45$_n$ **(K∗1)**
- (R_n2) $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_a\varphi$ **(K∗2)**
- (R_n3) $M \models \mathrm{B}_i\psi$ ssi $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$, pour $i \neq a$

- (R_n5) Si $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$, alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$ **(K∗3)**
- (R_n6) Si $M \not\models \mathrm{B}_a\neg\varphi$, alors $M +_a \varphi \leftrightarroweq M \star_a \varphi$ **(K∗4)**
- (R_n7) Si $M_1 \leftrightarroweq M_2$ et $\models \varphi \equiv \psi$, alors $M_1 \star_a \varphi \leftrightarroweq M_2 \star_a \psi$ **(K∗6)**
- (R_n8) Si $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗7)**
- (R_n9) Si $M \star_a \varphi \not\models \mathrm{B}_a\neg\psi$, alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ implique $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗8)**

Révision privée

- (R_n0) $\forall p \in \mathbb{P}$, $V'_{w'}(p) = V_w(p)$
- (R_n1) $M \star_a \varphi \in \mathrm{KD45}_n$ **(K∗1)**
- (R_n2) $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_a\varphi$ **(K∗2)**
- (R_n3) $M \models \mathrm{B}_i\psi$ ssi $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$, pour $i \neq a$
- (R_n4) $M \models \mathrm{B}_a^k\mathrm{B}_i\psi$ ssi $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_a^k\mathrm{B}_i\psi$, pour $i \neq a$
- (R_n5) Si $M \star_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$, alors $M +_a \varphi \models \mathrm{B}_i\psi$ **(K∗3)**
- (R_n6) Si $M \not\models \mathrm{B}_a\neg\varphi$, alors $M +_a \varphi \,\underline{\leftrightarrows}\, M \star_a \varphi$ **(K∗4)**
- (R_n7) Si $M_1 \,\underline{\leftrightarrows}\, M_2$ et $\models \varphi \equiv \psi$, alors $M_1 \star_a \varphi \,\underline{\leftrightarrows}\, M_2 \star_a \psi$ **(K∗6)**
- (R_n8) Si $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗7)**
- (R_n9) Si $M \star_a \varphi \not\models \mathrm{B}_a\neg\psi$, alors $(M \star_a \varphi) +_a \psi \models \mathrm{B}_i\chi$ implique $M \star_a (\varphi \wedge \psi) \models \mathrm{B}_i\chi$ **(K∗8)**

Révision privée

Soit $\star_{\mathbf{i}}$ un opérateur de révision privée satisfaisant ($\mathbf{R_n0}$)–($\mathbf{R_n9}$). L'opérateur $\star$ définie par $\mathbf{O_i^M} \star \varphi = \mathbf{O_i}^{\mathbf{M} \star_{\mathbf{i}} \varphi}$ est un opérateur de révision AGM (i.e., il satisfait ($\mathbf{K} * \mathbf{1}$)–($\mathbf{K} * \mathbf{8}$)).

Plan de l'exposé

- Changement de croyances dans le cadre mono-agent
  1. Contraction en logique propositionnelle
- Changement de croyances dans le cadre multi-agents
  2. Expansion et révision privées
  3. Révision à base de distances entre modèles

Distances : propriétés usuelles

Une *distance* entre deux modèles de Kripke est une application d de $\mathcal{K}^2$ dans $\mathbb{R}$ qui satisfait les propriétés suivantes :

(D1) $d(M, M') = 0$ ssi $M \leftrightarroweq M'$ **(indiscernabilité)**

(D2) $d(M, M') = d(M', M)$ **(symétrie)**

(D3) $d(M, M'') \leq d(M, M') + d(M', M'')$ **(subadditivité)**

(D4) $d(M, M') \geq 0$ **(non-négativité)**

(D5) Plus la différence entre 2 modèles est profonde, moins la distance entre ces modèles est importante.

Distances : propriétés supplémentaires

(D5) Plus la différence entre 2 modèles est profonde, moins la distance entre ces modèles est importante.

(D6) Toutes les différences à une profondeur donnée ne sont pas forcément équivalentes.

Distances : propriétés supplémentaires

(D5) Plus la différence entre 2 modèles est profonde, moins la distance entre ces modèles est importante.

(D6) Toutes les différences à une profondeur donnée ne sont pas forcément équivalentes.

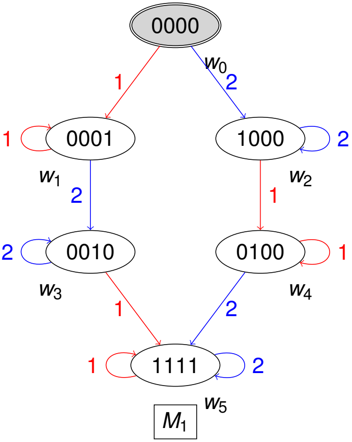
(D7) La distance entre deux modèles prend en compte une distance propositionnelle non drastique entre valuations.

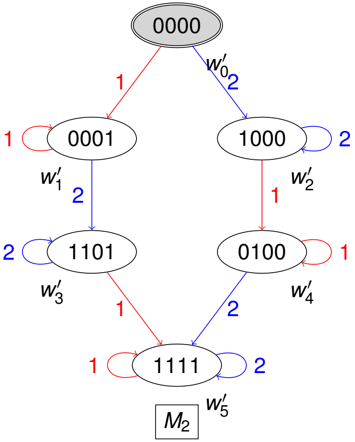
Distance et n-bisimulation

Soient M et M' deux modèles de Kripke contenant au plus m mondes. Nous désignons par $d\mathcal{N}\mathcal{B}(M, M')$ la distance entre M et M', définie comme suit :

$$d\mathcal{N}\mathcal{B}(M, M') = (m+1) - \max(i \,|\, \mu(M) \underline{\leftrightarrow}_i \mu(M'),\ i \in [\![0; m+1]\!])$$

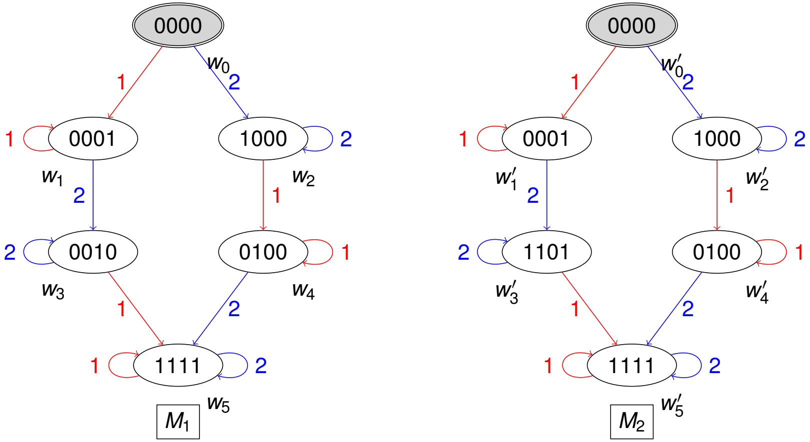
Distance et n-bisimulation





Distance et n-bisimulation

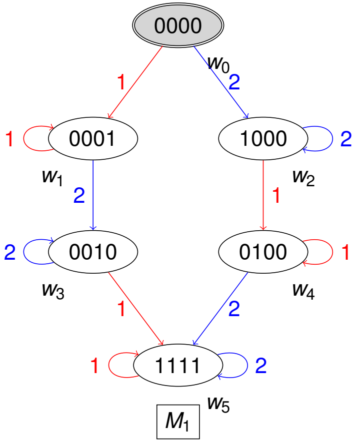
$$M_1 \underline{\leftrightarrow}_0 M_2$$

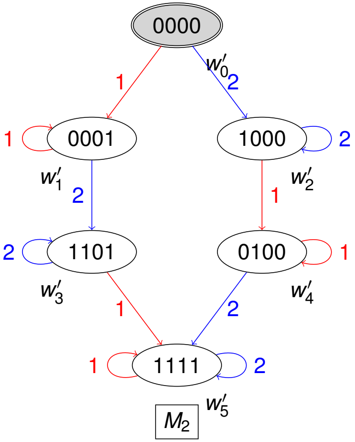


Distance et n-bisimulation

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_0 M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1 M_2$

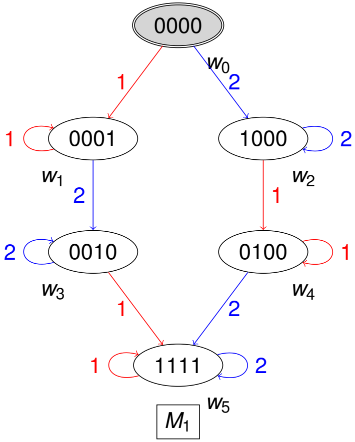




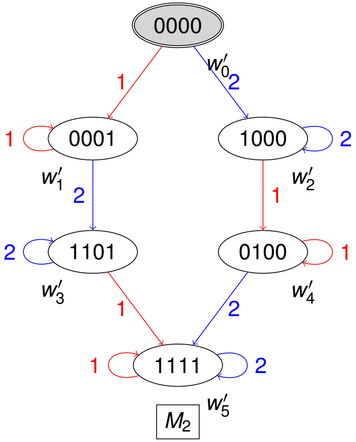
Distance et n-bisimulation

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_0 M_2$

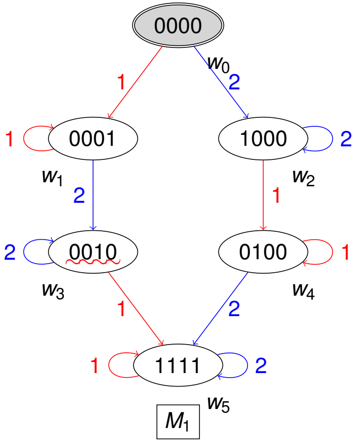
$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1 M_2$



$M_1 \underline{\leftrightarrow}_2 M_2$



Distance et n-bisimulation

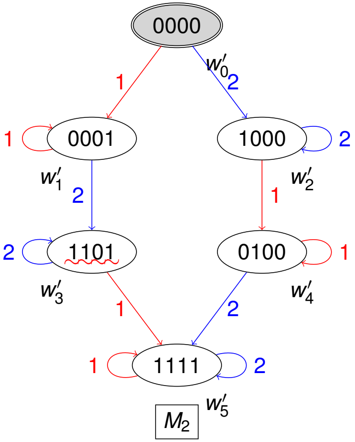


$M_1 \underline{\leftrightarrow}_0 M_2$

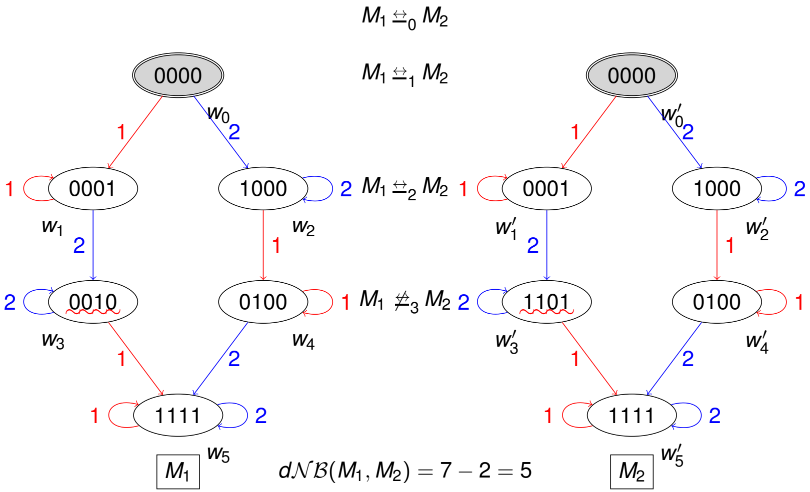
$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1 M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_2 M_2$

$M_1 \not\underline{\leftrightarrow}_3 M_2$



Distance et n-bisimulation



Distance et n-bisimulation

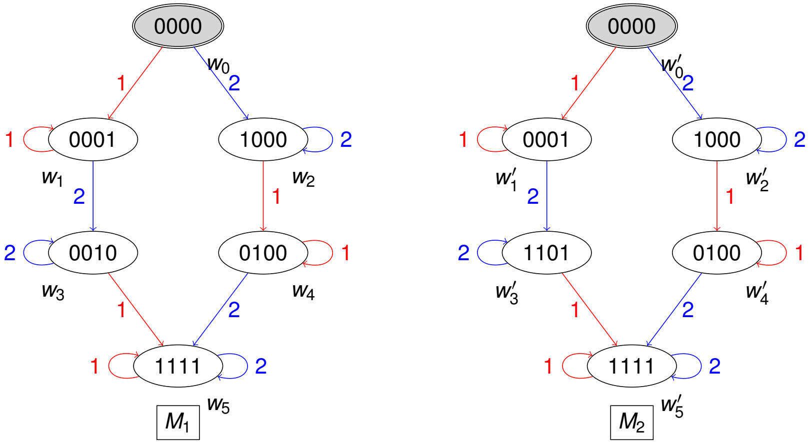
- $d\mathcal{N}\mathcal{B}$ satisfait **(D1)-(D4).**
- $d\mathcal{N}\mathcal{B}$ satisfait **(D5).**
- $d\mathcal{N}\mathcal{B}$ ne satisfait ni **(D6)** ni **(D7).**

Distance et dε-bisimulation

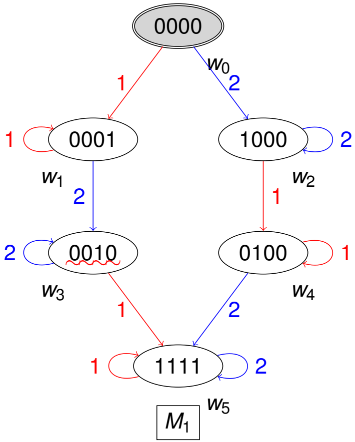
Soient d une distance propositionnelle et $\varepsilon \in \mathbb{N}$. Soient M et M' deux modèles de Kripke contenant au plus m mondes. Nous désignons par $d\mathcal{E}\mathcal{B}_d(M, M')$ la distance entre M et M', définie comme suit :

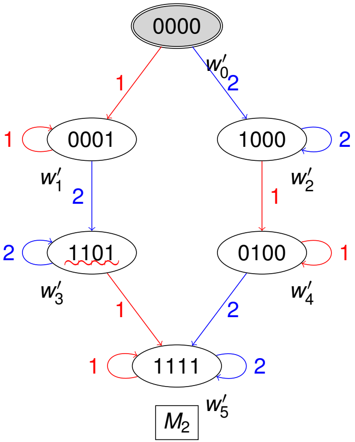
$$d\mathcal{E}\mathcal{B}_d(M, M') = \min\{\varepsilon \mid \mu(M) \underline{\leftrightarrow}^{d,\varepsilon} \mu(M')\}.$$

Distance et dε-bisimulation

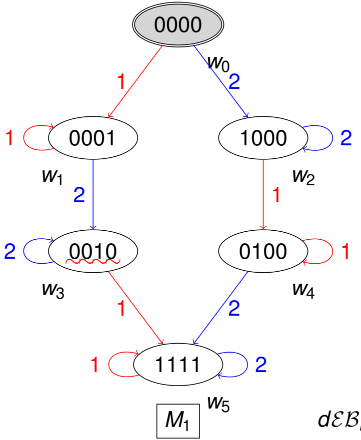


Distance et dε-bisimulation

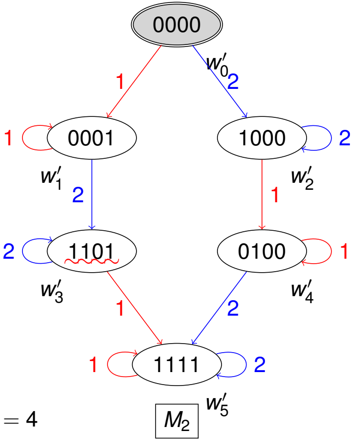




Distance et dε-bisimulation



$d\mathcal{EB}_h(M_1, M_2) = 4$



Distance et dε-bisimulation

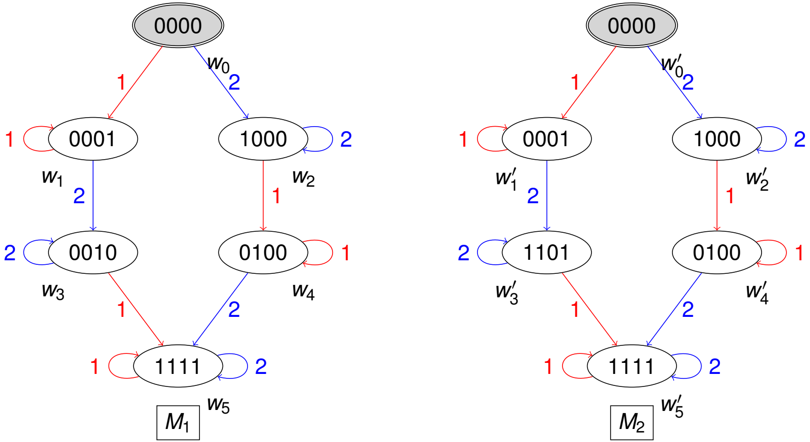
- Pour toute distance propositionnelle d, $d\mathcal{E}\mathcal{B}_d$ satisfait **(D1)-(D4)**.
- $d\mathcal{E}\mathcal{B}_d$ ne satisfait pas **(D5)**.
- Pour toute distance propositionnelle non drastique d, $d\mathcal{E}\mathcal{B}_d$ satisfait **(D6)** et **(D7)**.

Distance et dε-n-bisimulation

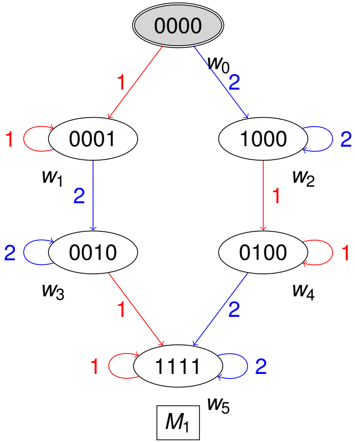
Soient d une distance propositionnelle et $\varepsilon \in \mathbb{N}$. Soient M et M' deux modèles de Kripke contenant au plus m mondes. Considérons un $\gamma \in]0;1]$. Nous désignons par $d\mathcal{ENB}_d^{\gamma}(M, M')$ la distance entre M et M', définie comme suit :

$$d\mathcal{ENB}_d^{\gamma}(M, M') = \sum_{i=1}^{m} (\min(\varepsilon \mid \mu(M) \underline{\leftrightarrow}_i^{d,\varepsilon} \mu(M')) \times \gamma^{(i-1)})$$

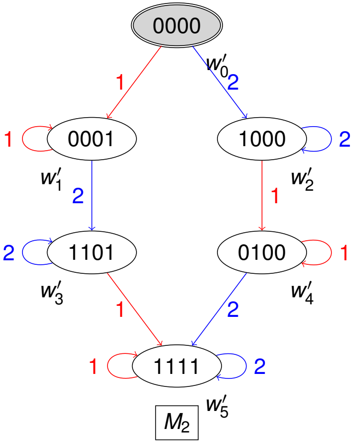
Distance et dε-n-bisimulation



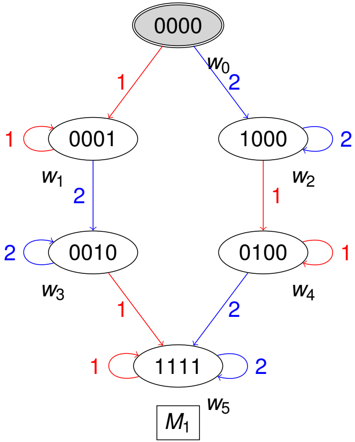
Distance et dε-n-bisimulation



$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1^{h,0} M_2$

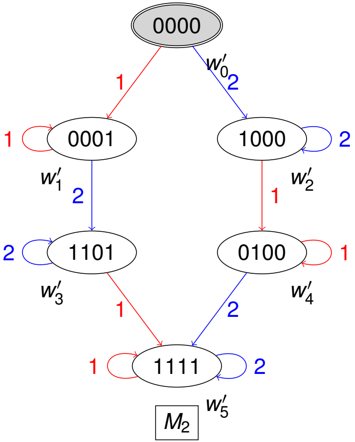


Distance et dε-n-bisimulation

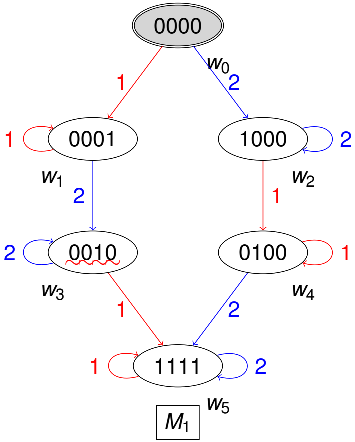


$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1^{h,0} M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_2^{h,0} M_2$



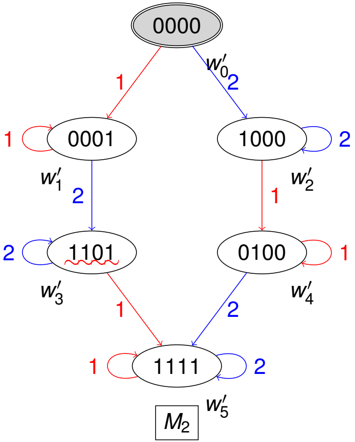
Distance et dε-n-bisimulation



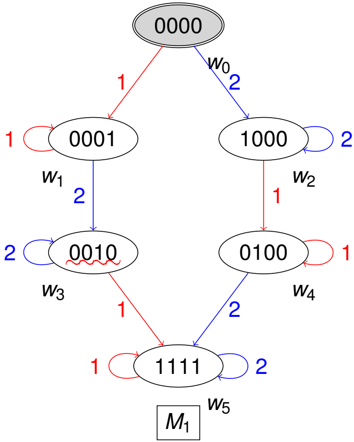
$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1^{h,0} M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_2^{h,0} M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_3^{h,4} M_2$



Distance et dε-n-bisimulation



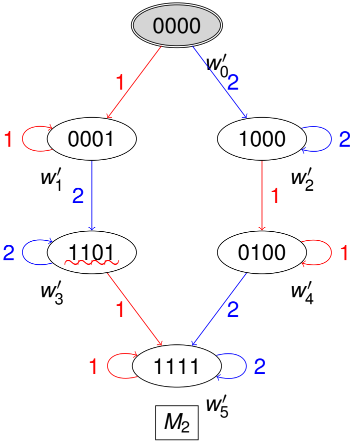
$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1^{h,0} M_2$

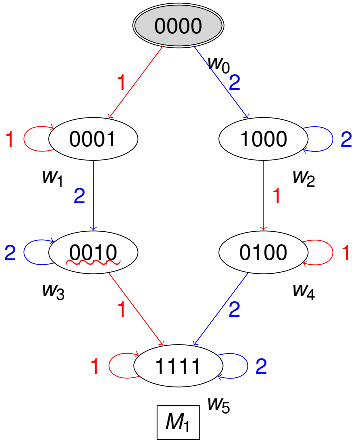
$M_1 \underline{\leftrightarrow}_2^{h,0} M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_3^{h,4} M_2$

$\vdots$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_6^{h,4} M_2$





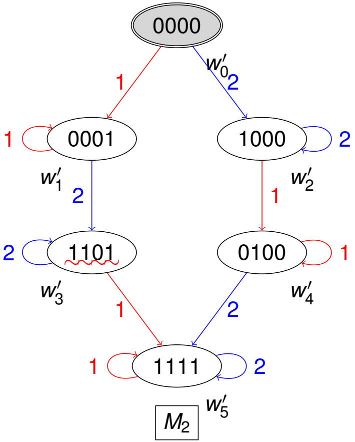
$M_1 \underline{\leftrightarrow}_1^{h,0} M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_2^{h,0} M_2$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_3^{h,4} M_2$

$\vdots$

$M_1 \underline{\leftrightarrow}_6^{h,4} M_2$

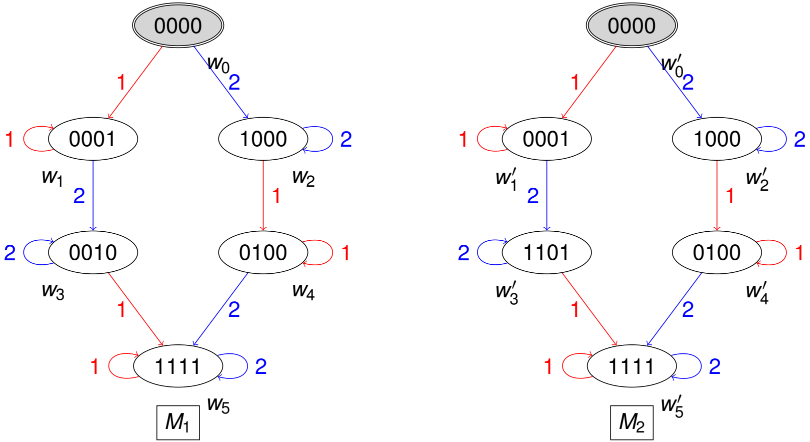


$$d\mathcal{E}\mathcal{N}\mathcal{B}_h^\gamma(M_1, M_2) = 4 \cdot (\tfrac{1}{10})^2 + 4 \cdot (\tfrac{1}{10})^3 + \cdots + 4 \cdot (\tfrac{1}{10})^6 = 0.044444$$

Distance et dε-*n*-bisimulation

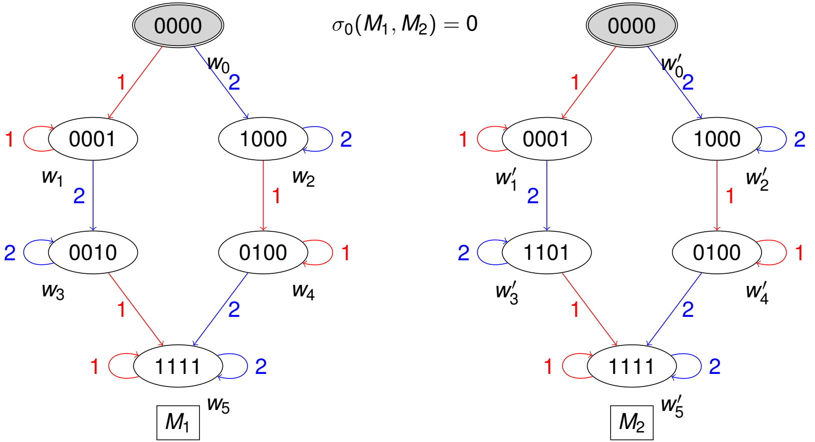
- Pour toute distance propositionnelle *d*, et tout facteur d'atténuation γ, $d\mathcal{ENB}_d^\gamma$ satisfait **(D1)-(D4).**
- Pour toute distance propositionnelle *d*, il existe un $\lambda \in]0;1]$ tel que, pour tout $\gamma < \lambda$, $d\mathcal{ENB}_d^\gamma$ satisfait **(D5).**
- Pour toute distance propositionnelle non drastique *d*, $d\mathcal{ENB}_d^\gamma$ satisfait **(D6)** et **(D7).**

Distance entre ensembles de mondes

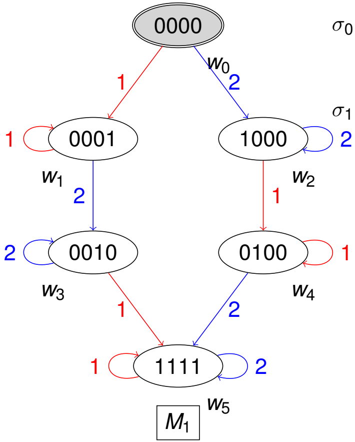


Distance entre ensembles de mondes

$\sigma_0(M_1, M_2) = 0$

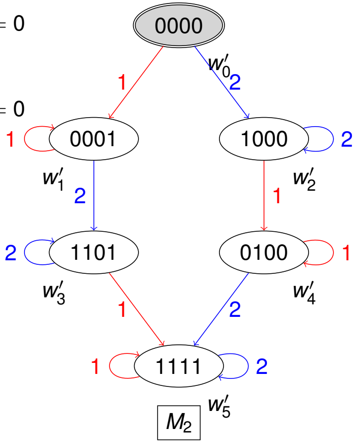


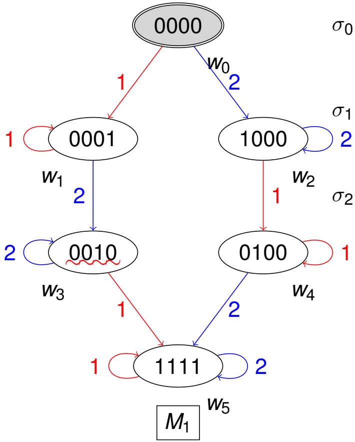
Distance entre ensembles de mondes



$\sigma_0(M_1, M_2) = 0$

$\sigma_1(M_1, M_2) = 0$

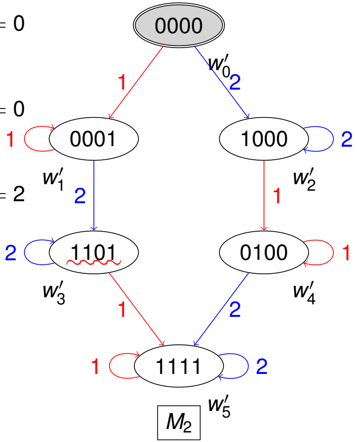




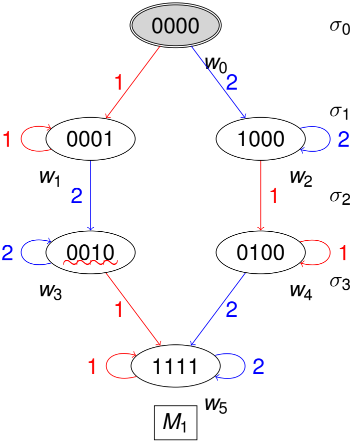
$\sigma_0(M_1, M_2) = 0$

$\sigma_1(M_1, M_2) = 0$

$\sigma_2(M_1, M_2) = 2$



Distance entre ensembles de mondes

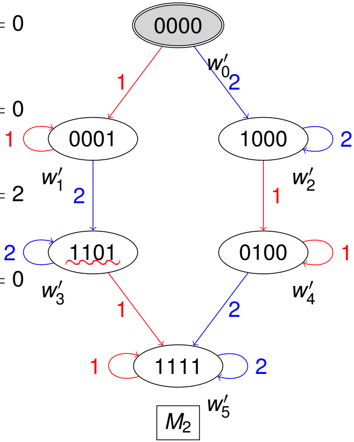


$\sigma_0(M_1, M_2) = 0$

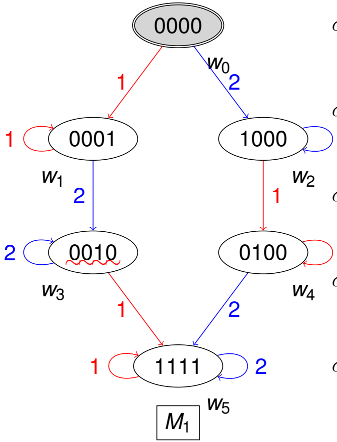
$\sigma_1(M_1, M_2) = 0$

$\sigma_2(M_1, M_2) = 2$

$\sigma_3(M_1, M_2) = 0$



Distance entre ensembles de mondes



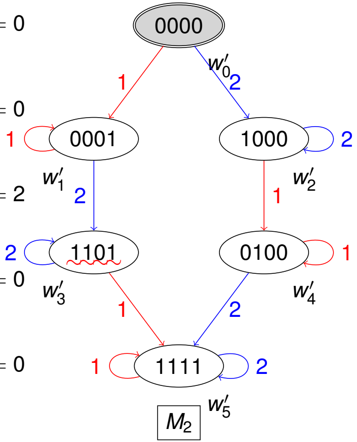
$\sigma_0(M_1, M_2) = 0$

$\sigma_1(M_1, M_2) = 0$

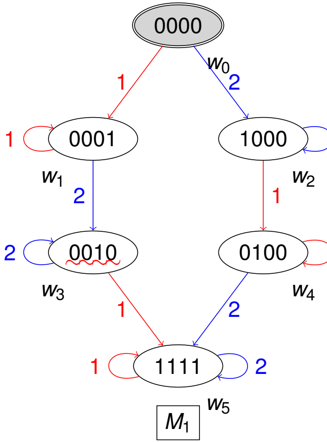
$\sigma_2(M_1, M_2) = 2$

$\sigma_3(M_1, M_2) = 0$

$\sigma_4(M_1, M_2) = 0$



Distance entre ensembles de mondes



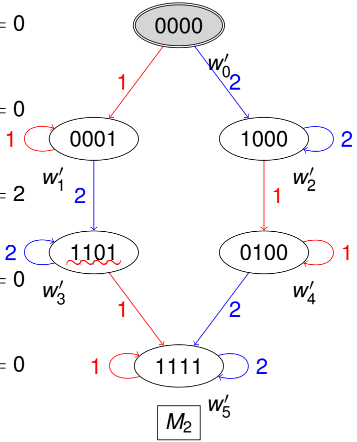
$$\sigma_0(M_1, M_2) = 0$$

$$\sigma_1(M_1, M_2) = 0$$

$$\sigma_2(M_1, M_2) = 2$$

$$\sigma_3(M_1, M_2) = 0$$

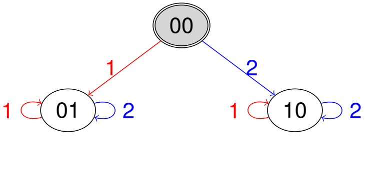
$$\sigma_4(M_1, M_2) = 0$$



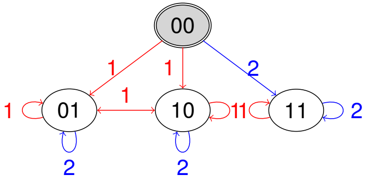
$$d\mathcal{WS}^{\gamma}_{\mathcal{H}}(M_1, M_2) = 2 \cdot (\tfrac{1}{10})^2 = 0.02$$

Distance entre ensembles de mondes

- Pour toute distance propositionnelle d et tout facteur d'atténuation γ, $d\mathcal{WS}_d^\gamma$ satisfait **(D1)**-**(D4)**.
- Pour toute distance propositionnelle d, il existe $\lambda \in]0, 1]$ tel que pour tout $\gamma < \lambda$, $d\mathcal{WS}_d^\gamma$ satisfait **(D5)**.
- Pour toute distance non drastique d, $d\mathcal{WS}_d^\gamma$ satisfait **(D6)** et **(D7)**.

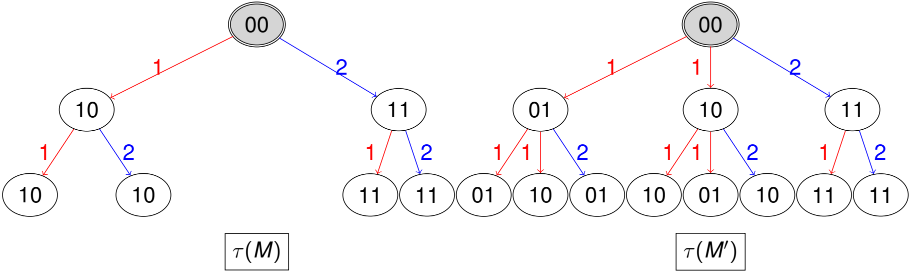


$\boxed{M}$

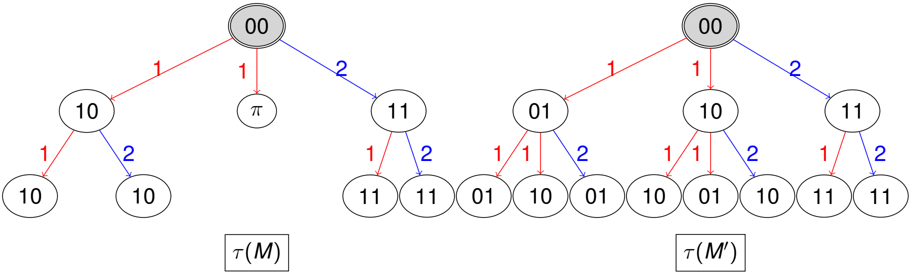


$\boxed{M'}$

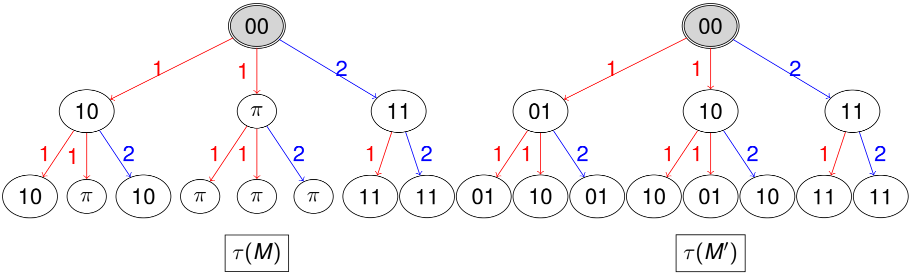
Distance entre modèles arborescents



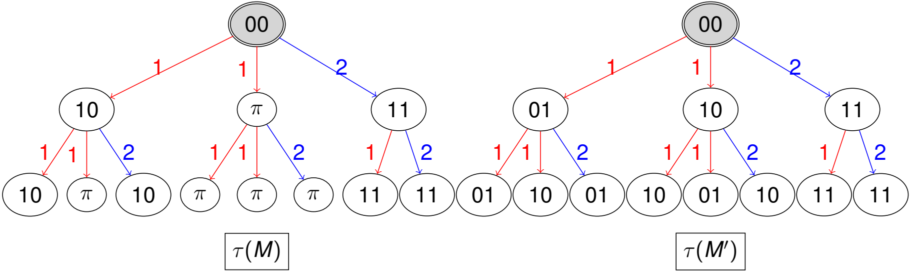
Distance entre modèles arborescents



Distance entre modèles arborescents

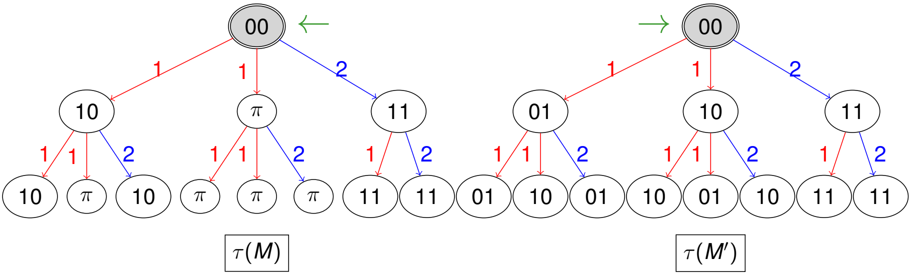


Distance entre modèles arborescents



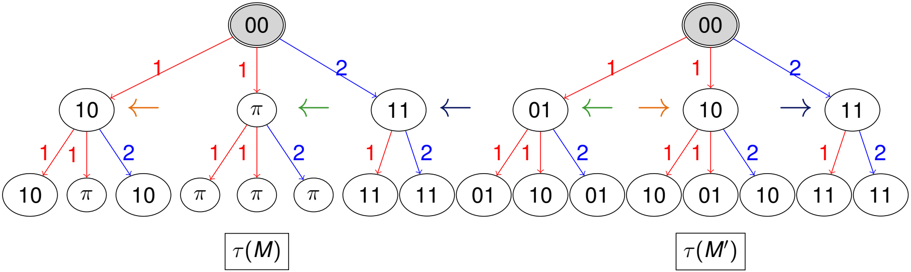
$$d\mathcal{T}\pi^{\gamma}(M, M') =$$

Distance entre modèles arborescents



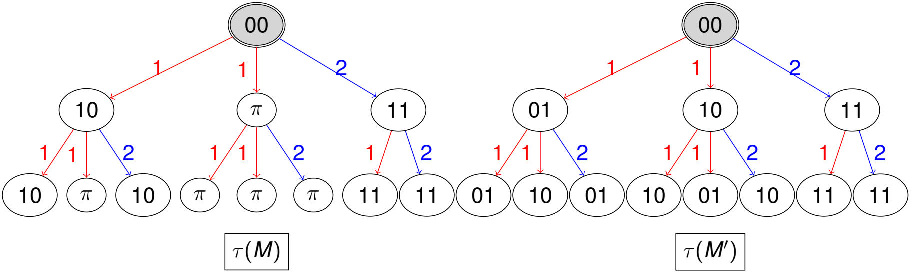
$$d\mathcal{T}\pi^{\gamma}(M_1, M_2) = 0+$$

Distance entre modèles arborescents



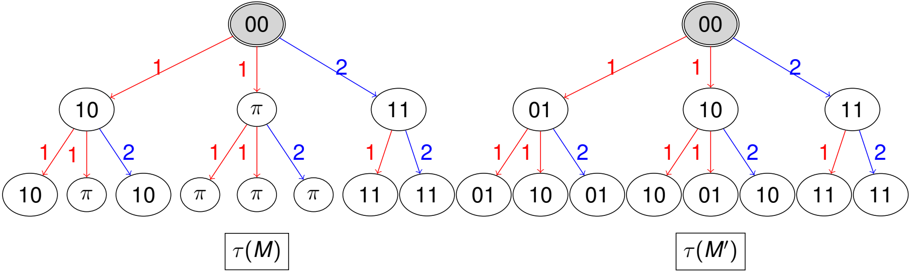
$$d\mathcal{T}\pi^{\gamma}(M, M') = 0 + (0{+}2{+}0) \cdot (\tfrac{1}{10})^{1}$$

Distance entre modèles arborescents



$$d\mathcal{T}\pi^{\gamma}(M, M') = 0 + 0.2 + (0 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0 + 0) \cdot (\tfrac{1}{10})^2$$

Distance entre modèles arborescents



$$d\mathcal{T}\pi^{\gamma}(M, M') = 0.3$$

Distance entre modèles arborescents

- Pour tout facteur d'atténuation γ, $d\mathcal{T}\pi^{\gamma}$ satisfait **(D1)-(D4).**
- $\exists\lambda \in]0;1]$ tel que $\forall\gamma < \lambda$, $d\mathcal{T}\pi^{\gamma}$ satisfait **(D5).**
- Pour tout facteur d'atténuation γ, $d\mathcal{T}\pi^{\gamma}$ satisfait **(D6)** et **(D7).**

Distances entre modèles

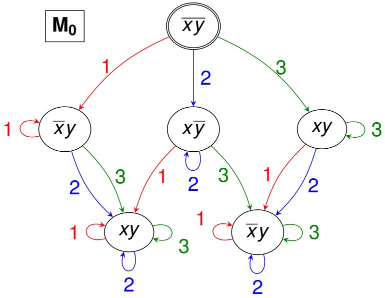
	$d\mathcal{NB}$	$d\mathcal{EB}_d$	$d\mathcal{ENB}_d^\gamma$	$d\mathcal{T}$	$d\mathcal{WS}_d^\gamma$
(D5)	$\surd$	$\times$	$\surd^\gamma$	$\surd^\gamma$	$\surd^\gamma$
(D6)	$\times$	$\surd^\#$	$\surd^\#$	$\surd$	$\surd^\#$
(D7)	$\times$	$\surd^\#$	$\surd^\#$	$\surd$	$\surd^\#$

TABLE : Distances et propriétés qu'elles satisfont

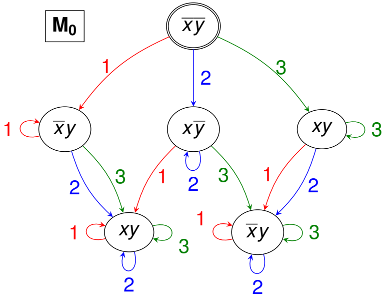
- $\times$ non satisfait
- $\surd$ satisfait
- $\surd^\#$ satisfait si basé sur une distance non drastique
- $\surd^\gamma$ satisfait pour un facteur d'atténuation assez petit

S'il existe un assignement fidèle associant à tout ensemble fini $\mathcal{M}$ de modèles de Kripke à un pré-ordre total nœthérien $\leq_{\mathcal{M}}$ tel que $\mathcal{M} \circ \alpha = \mathit{min}(\mathit{Mod}(\alpha), \leq_{\mathcal{M}})$ alors $\circ$ vérifie (R1)-(R6).

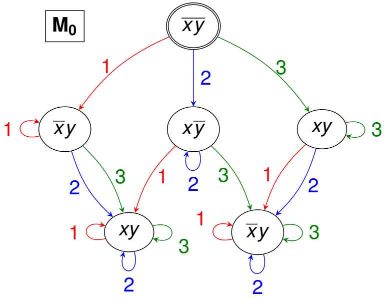
Révision de croyances

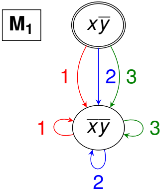


Révision de croyances

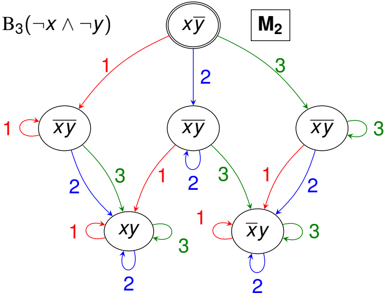


$$\alpha = x \wedge \mathrm{B}_1(\neg y) \wedge \mathrm{B}_2(\neg x) \wedge \mathrm{B}_3(\neg x \wedge \neg y)$$





$\alpha = x \wedge \mathrm{B}_1(\neg y) \wedge \mathrm{B}_2(\neg x) \wedge \mathrm{B}_3(\neg x \wedge \neg y)$



Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle

Conclusion

1. Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle

Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle
- Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
- Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles

Conclusion

1. Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles
2. Expansion et révision privées

Conclusion

1. Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles
2. Expansion et révision privées
   - Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée

Conclusion

1. Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles
2. Expansion et révision privées
   - Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
   - Un opérateur d'expansion privée

Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles

② Expansion et révision privées
   - Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
   - Un opérateur d'expansion privée
   - Une famille d'opérateurs de révision privée

Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles

② Expansion et révision privées
   - Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
   - Un opérateur d'expansion privée
   - Une famille d'opérateurs de révision privée

③ Révision à base de distances entre modèles

Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle
- Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
- Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles

② Expansion et révision privées
- Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
- Un opérateur d'expansion privée
- Une famille d'opérateurs de révision privée

③ Révision à base de distances entre modèles
- Définition de distances entre modèles de Kripke $KD45_n$:

Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle
- Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
- Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles

② Expansion et révision privées
- Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
- Un opérateur d'expansion privée
- Une famille d'opérateurs de révision privée

③ Révision à base de distances entre modèles
- Définition de distances entre modèles de Kripke $KD45_n$:
  - n-bisimulation $d\mathcal{NB}$

Conclusion

1. Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles
2. Expansion et révision privées
   - Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
   - Un opérateur d'expansion privée
   - Une famille d'opérateurs de révision privée
3. Révision à base de distances entre modèles
   - Définition de distances entre modèles de Kripke $KD45_n$:
     - n-bisimulation $d\mathcal{NB}$
     - dε-bisimulation $d\mathcal{EB}_d$

Conclusion

1. Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles
2. Expansion et révision privées
   - Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
   - Un opérateur d'expansion privée
   - Une famille d'opérateurs de révision privée
3. Révision à base de distances entre modèles
   - Définition de distances entre modèles de Kripke $KD45_n$:
     - n-bisimulation $d\mathcal{N}\mathcal{B}$
     - dε-bisimulation $d\mathcal{E}\mathcal{B}_d$
     - dε-n-bisimulation $d\mathcal{E}\mathcal{N}\mathcal{B}_d^\gamma$

Conclusion

1. Contraction en logique propositionnelle
   - Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
   - Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles
2. Expansion et révision privées
   - Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
   - Un opérateur d'expansion privée
   - Une famille d'opérateurs de révision privée
3. Révision à base de distances entre modèles
   - Définition de distances entre modèles de Kripke $KD45_n$:
     - n-bisimulation $d\mathcal{NB}$
     - dε-bisimulation $d\mathcal{EB}_d$
     - dε-n-bisimulation $d\mathcal{ENB}_d^\gamma$
     - ensembles de mondes $d\mathcal{WS}_d^\gamma$

Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle
- Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
- Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles

② Expansion et révision privées
- Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
- Un opérateur d'expansion privée
- Une famille d'opérateurs de révision privée

③ Révision à base de distances entre modèles
- Définition de distances entre modèles de Kripke $KD45_n$:
  - n-bisimulation $d\mathcal{N}\mathcal{B}$
  - dε-bisimulation $d\mathcal{E}\mathcal{B}_d$
  - dε-n-bisimulation $d\mathcal{E}\mathcal{N}\mathcal{B}_d^\gamma$
  - ensembles de mondes $d\mathcal{W}\mathcal{S}_d^\gamma$
  - modèles arborescents $d\mathcal{T}\pi^\gamma$

Conclusion

① Contraction en logique propositionnelle
- Définition de postulats pour les opérateurs de contraction propositionnelle
- Proposition d'un théorème de représentation en termes d'assignements fidèles

② Expansion et révision privées
- Ensembles de postulats pour l'expansion et la révision privée
- Un opérateur d'expansion privée
- Une famille d'opérateurs de révision privée

③ Révision à base de distances entre modèles
- Définition de distances entre modèles de Kripke KD45$_n$:
  - n-bisimulation $d\mathcal{NB}$
  - dε-bisimulation $d\mathcal{EB}_d$
  - dε-n-bisimulation $d\mathcal{ENB}_d^\gamma$
  - ensembles de mondes $d\mathcal{WS}_d^\gamma$
  - modèles arborescents $d\mathcal{T}\pi^\gamma$
- Caractérisation d'opérateurs de révision basés sur ces distances.

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle

- L'étude des opérateurs de contraction itérée.

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle

- L'étude des opérateurs de contraction itérée.

$$\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[d, leftrightarrow] \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg
\end{tikzcd}$$

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle
- L'étude des opérateurs de contraction itérée.

$$
\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision DP} \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg &
\end{tikzcd}
$$

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle
- L'étude des opérateurs de contraction itérée.

$$
\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision DP} \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg &
\end{tikzcd}
$$

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle

- L'étude des opérateurs de contraction itérée.

$$\begin{tikzcd} \text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision DP} \\ \text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction } \ll \text{KM} \gg & \text{Contraction } \ll \text{DP} \gg \end{tikzcd}$$

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle

- L'étude des opérateurs de contraction itérée.

$$
\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision DP} \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg \arrow[r, leftrightarrow, "?"] & \text{Contraction} \ll \text{DP} \gg
\end{tikzcd}
$$

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle

- L'étude des opérateurs de contraction itérée.

$$
\begin{tikzcd}
\text{Révision AGM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision KM} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{Révision DP} \arrow[d, leftrightarrow, "?"] \\
\text{Contraction AGM} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Contraction} \ll \text{KM} \gg \arrow[r, leftrightarrow, "?"] & \text{Contraction} \ll \text{DP} \gg
\end{tikzcd}
$$

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle
   - L'étude des opérateurs de contraction itérée.

② Expansion et révision privées

Perspectives

1. Contraction en logique propositionnelle
   - L'étude des opérateurs de contraction itérée.
2. Expansion et révision privées
   - Contraction privée

Perspectives

1. Contraction en logique propositionnelle
   - L'étude des opérateurs de contraction itérée.
2. Expansion et révision privées
   - Contraction privée
   - Changement de croyances privé par des formules quelconques

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle
  - L'étude des opérateurs de contraction itérée.

② Expansion et révision privées
  - Contraction privée
  - Changement de croyances privé par des formules quelconques
  - Changement de croyances de groupe

Perspectives

1. Contraction en logique propositionnelle
   - L'étude des opérateurs de contraction itérée.
2. Expansion et révision privées
   - Contraction privée
   - Changement de croyances privé par des formules quelconques
   - Changement de croyances de groupe
3. Révision à base de distances entre modèles

Perspectives

① Contraction en logique propositionnelle
   - L'étude des opérateurs de contraction itérée.

② Expansion et révision privées
   - Contraction privée
   - Changement de croyances privé par des formules quelconques
   - Changement de croyances de groupe

③ Révision à base de distances entre modèles
   - Caractérisation d'opérateurs de contraction basés sur nos distances.

Perspectives

1. Contraction en logique propositionnelle
   - L'étude des opérateurs de contraction itérée.
2. Expansion et révision privées
   - Contraction privée
   - Changement de croyances privé par des formules quelconques
   - Changement de croyances de groupe
3. Révision à base de distances entre modèles
   - Caractérisation d'opérateurs de contraction basés sur nos distances.
   - Même propriétés pour une classe de modèles autre que $KD45_n$?

Changement de croyances et logiques modales

Thomas Caridroit

CRIL - CNRS UMR 8188 – Université d'Artois

13 décembre 2016