

Morphologie mathématique floue

Applications en raisonnement spatial et en logique

Isabelle Bloch

Isabelle.Bloch@enst.fr

<http://www.tsi.enst.fr/~bloch>

TELECOM ParisTech (ENST) - CNRS UMR 5141 LTCI



Motivation

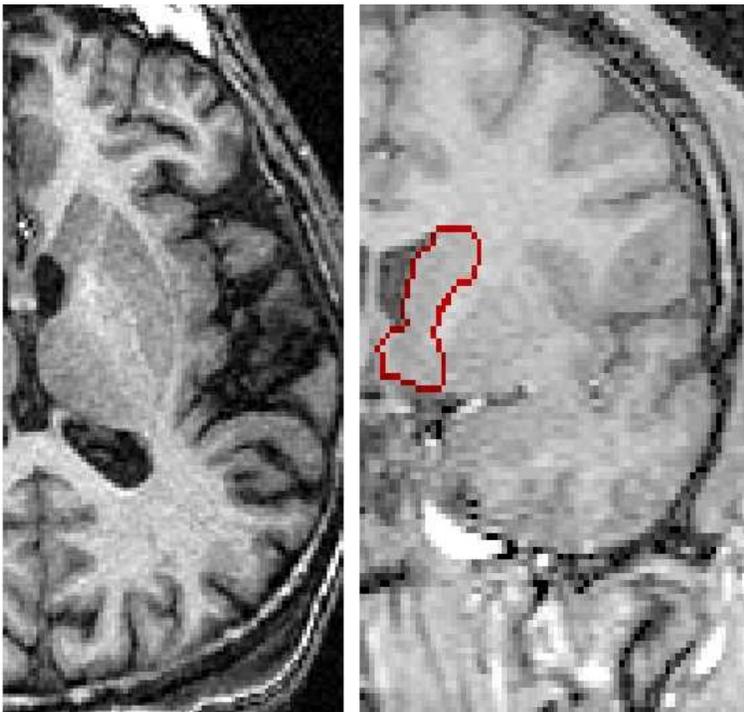
- Développer des modèles mathématiques de représentation
 - des connaissances
 - des informations issues de ces imagesconduisant à des algorithmes opérationnels pour l'interprétation des images
- Combler le fossé sémantique entre connaissances symboliques et percepts visuels
- Développer des méthodes traitant les cas pathologiques
- Raisonnement spatial en imagerie médicale
- Répondre aux besoins des cliniciens, radiologues, chirurgiens, chercheurs en neurosciences, etc.

Quelques contributions marquantes

- Modélisation de connaissances anatomiques sous forme de graphes et hypergraphes
- Morphologie mathématique floue
- Modélisation floue de relations spatiales
- Fusion d'informations
- Segmentation et reconnaissance guidée par les connaissances
- Adaptation de connaissances génériques aux cas pathologiques

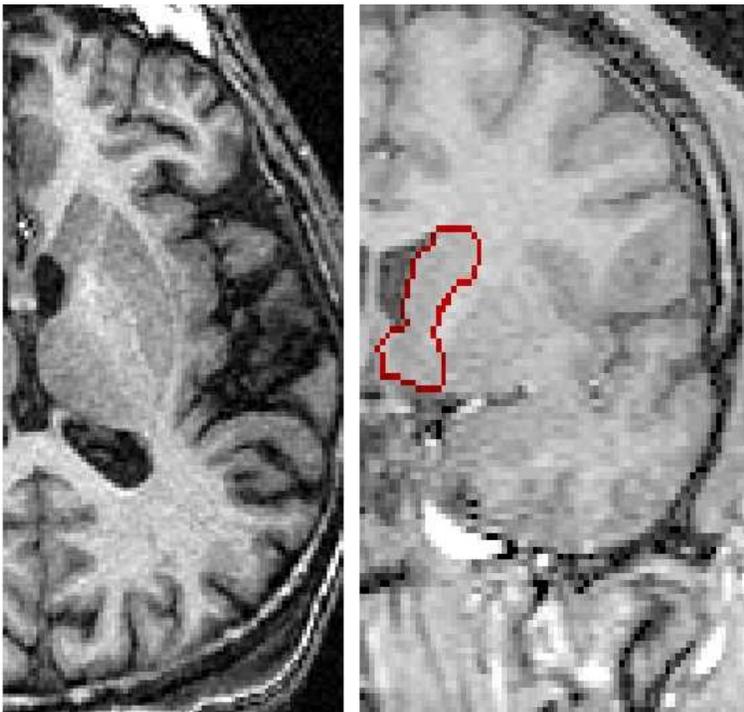
Exemple : segmentation et reconnaissance de structures cérébrales

- De nombreuses applications : planification chirurgicale, aide au diagnostic, suivi du patient et des pathologies, morphométrie, support aux études fonctionnelles, modèles individuels...
- Difficulté de l'analyse automatique des images IRM
- Connaissances structurelles



Exemple : segmentation et reconnaissance de structures cérébrales

- De nombreuses applications : planification chirurgicale, aide au diagnostic, suivi du patient et des pathologies, morphométrie, support aux études fonctionnelles, modèles individuels...
- Difficulté de l'analyse automatique des images IRM
- Connaissances structurelles



Contributions:

- Modélisation mathématique de relations spatiales
- Combinaison de relations spatiales et de modèles déformables 3D

Cadre algébrique : les treillis complets

- Treillis : (\mathcal{T}, \leq) (\leq relation d'ordre) tel que $\forall (x, y) \in \mathcal{T}, \exists x \vee y$ et $\exists x \wedge y$
- Treillis complet : toute famille d'éléments (finie ou non) possède un plus petit majorant et un plus grand minorant
- \Rightarrow contient un plus petit élément 0 et un plus grand élément I :

$$0 = \bigwedge \mathcal{T} = \bigvee \emptyset \text{ et } I = \bigvee \mathcal{T} = \bigwedge \emptyset$$

- Exemples de treillis complets :
 - $(\mathcal{P}(E), \subseteq)$: treillis complet, booléen (complémenté et distributif) :

$$\forall x, \exists x^C, x \wedge x^C = 0 \text{ et } x \vee x^C = I$$

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \text{ et } x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

- $(\mathcal{F}(\mathbb{R}^d), \subseteq)$
- fonctions de \mathbb{R}^n dans $\overline{\mathbb{R}}$ pour la relation d'ordre \leq :

$$f \leq g \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}^n, f(x) \leq g(x)$$

- partitions
- logique (propositionnelle, modale)
- ensembles flous

Dilatation et érosion algébriques

Treillis complet (\mathcal{T}, \leq)

Dilatation algébrique :

$$\forall (x_i) \in \mathcal{T}, \delta(\bigvee_i x_i) = \bigvee_i \delta(x_i)$$

Erosion algébrique :

$$\forall (x_i) \in \mathcal{T}, \varepsilon(\bigwedge_i x_i) = \bigwedge_i \varepsilon(x_i)$$

Propriétés :

- $\delta(0) = 0$ (dans $\mathcal{P}(E)$, $0 = \emptyset$)
- $\varepsilon(I) = I$ (dans $\mathcal{P}(E)$, $I = E$)
- δ croissante
- ε croissante
- dans $\mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$, $\delta(X) = \bigcup_{x \in X} \delta(\{x\})$

Adjonctions

(ε, δ) adjonction sur (\mathcal{T}, \leq) :

$$\forall(x, y), \delta(x) \leq y \Leftrightarrow x \leq \varepsilon(y)$$

Propriétés :

- $\delta(0) = 0$ et $\varepsilon(I) = I$
- (ε, δ) adjonction $\Rightarrow \varepsilon =$ érosion algébrique et $\delta =$ dilatation algébrique
- δ croissante = dilatation algébrique ssi $\exists \varepsilon$ tel que (ε, δ) soit une adjonction $\Rightarrow \varepsilon =$ érosion algébrique et $\varepsilon(x) = \bigvee \{y \in \mathcal{T}, \delta(y) \leq x\}$
- ε croissante = érosion algébrique ssi $\exists \delta$ tel que (ε, δ) soit une adjonction $\Rightarrow \delta =$ dilatation algébrique et $\delta(x) = \bigwedge \{y \in \mathcal{T}, \varepsilon(y) \geq x\}$
- $\varepsilon\delta \geq Id$
- $\delta\varepsilon \leq Id$
- $\varepsilon\delta\varepsilon = \varepsilon$
- $\delta\varepsilon\delta = \delta$
- $\varepsilon\delta\varepsilon\delta = \varepsilon\delta$ et $\delta\varepsilon\delta\varepsilon = \delta\varepsilon$

Liens avec les opérateurs morphologiques

- Sur le treillis des parties de \mathbb{R}^n ou \mathbb{Z}^n , muni de l'inclusion :

$$\delta(X) = \cup_{x \in X} \delta(\{x\})$$

- + **invariance par translation** $\Rightarrow \exists B, \delta(X) = D(X, B)$
- Même résultat sur le treillis des fonctions.
- Résultats similaires pour l'érosion (avec des conventions différentes pour la dualité).

Ouverture et fermeture algébriques

- **Ouverture algébrique** : γ croissante, idempotente et anti-extensive
- **Fermeture algébrique** : φ croissante, idempotente et extensive
- Exemples : $\gamma = \delta\varepsilon$ et $\varphi = \varepsilon\delta$ avec (ε, δ) adjonction
- Domaine d'invariance : $Inv(\varphi) = \{x \in \mathcal{T}, \varphi(x) = x\}$
- γ ouverture $\Rightarrow \gamma(x) = \bigvee\{y \in Inv(\gamma), y \leq x\}$
- φ fermeture $\Rightarrow \varphi(x) = \bigwedge\{y \in Inv(\varphi), x \leq y\}$
- (γ_i) ouvertures $\Rightarrow \bigvee_i \gamma_i$ ouverture
- (φ_i) fermetures $\Rightarrow \bigwedge_i \varphi_i$ fermeture
- γ_1 et γ_2 ouvertures \Rightarrow équivalence entre :
 1. $\gamma_1 \leq \gamma_2$
 2. $\gamma_1\gamma_2 = \gamma_2\gamma_1 = \gamma_1$
 3. $Inv(\gamma_1) \subseteq Inv(\gamma_2)$
- φ_1 et φ_2 fermetures \Rightarrow équivalence entre :
 1. $\varphi_2 \leq \varphi_1$
 2. $\varphi_1\varphi_2 = \varphi_2\varphi_1 = \varphi_1$
 3. $Inv(\varphi_1) \subseteq Inv(\varphi_2)$

Morphologie mathématique floue

- Espace \mathcal{S} (par exemple \mathbb{Z}^n ou \mathbb{R}^n)
- \mathcal{F} : ensemble des ensembles flous définis sur \mathcal{S}
- Ordre partiel :

$$\forall (\mu_1, \mu_2) \in \mathcal{F}^2, \mu_1 \leq \mu_2 \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{S}, \mu_1(x) \leq \mu_2(x)$$

- (\mathcal{F}, \leq) = treillis complet
- $\wedge = \min$
- $\vee = \max$

Erosion et dilatation floues duales

- t : t-norme
- T : t-conorme
- c : complémentation
- dualité : $t(a, b) = c[T(c(a), c(b))]$

Erosion floue de μ par ν : $\varepsilon_\nu(\mu)(x) = \inf_{y \in \mathcal{S}} T[c(\nu(y - x)), \mu(y)]$

Dilatation floue de μ par ν : $\delta_\nu(\mu)(x) = \sup_{y \in \mathcal{S}} t[\nu(x - y), \mu(y)]$

Ouvertures et fermetures floues : par composition

Erosion et dilatation floues duales

- t : t-norme
- T : t-conorme
- c : complémentation
- dualité : $t(a, b) = c[T(c(a), c(b))]$

Erosion floue de μ par ν : $\varepsilon_\nu(\mu)(x) = \inf_{y \in \mathcal{S}} T[c(\nu(y - x)), \mu(y)]$

Dilatation floue de μ par ν : $\delta_\nu(\mu)(x) = \sup_{y \in \mathcal{S}} t[\nu(x - y), \mu(y)]$

Ouvertures et fermetures floues : par composition

Dualité entre érosion et dilation / ouverture et fermeture

Anti-extensivité (extensivité) et idempotence des ouvertures et fermetures ssi

$t[b, T(c(b), a)] \leq a$ (ex : opérateurs de Lukasiewicz).

Erosion et dilatation floues adjointes

- I : implication floue
- C : conjonction floue (croissante, $C(0, 0) = C(1, 0) = C(0, 1) = 0$ et $C(1, 1) = 1$)
- adjonction : $C(a, b) \leq c \Leftrightarrow b \leq I(a, c)$

Erosion floue de μ par ν : $\varepsilon_\nu(\mu)(x) = \inf_{y \in \mathcal{S}} I(\nu(y - x), \mu(y))$

Dilatation floue de μ par ν : $\delta_\nu(\mu)(x) = \sup_{y \in \mathcal{S}} C(\nu(x - y), \mu(y))$

Ouvertures et fermetures floues : par composition

Erosion et dilatation floues adjointes

- I : implication floue
- C : conjonction floue (croissante, $C(0, 0) = C(1, 0) = C(0, 1) = 0$ et $C(1, 1) = 1$)
- adjonction : $C(a, b) \leq c \Leftrightarrow b \leq I(a, c)$

Erosion floue de μ par ν : $\varepsilon_\nu(\mu)(x) = \inf_{y \in \mathcal{S}} I(\nu(y - x), \mu(y))$

Dilatation floue de μ par ν : $\delta_\nu(\mu)(x) = \sup_{y \in \mathcal{S}} C(\nu(x - y), \mu(y))$

Ouvertures et fermetures floues : par composition

Adjonction : (I, C) adjonction ssi $(\varepsilon_\nu, \delta_\nu)$ adjonction sur $(\mathcal{F}, \leq), \forall \nu$

Anti-extensivité (extensivité) et idempotence des ouvertures et fermetures pour toute adjonction (I, C) .

Itérativité de la dilatation (et quelques autres propriétés) ssi

C associative et commutative (donc une t-norme).

Plus de liens ?

	Dualité	Adjonction
érosion	$\inf_{y \in \mathcal{S}} T[c(\nu(y - x)), \mu(y)]$	$\inf_{y \in \mathcal{S}} I(\nu(y - x), \mu(y))$
dilatation	$\sup_{y \in \mathcal{S}} t[\nu(x - y), \mu(y)]$	$\sup_{y \in \mathcal{S}} C(\nu(x - y), \mu(y))$

$$T(c(a), b) \Leftrightarrow I(a, b) ?$$

$$t(a, b) \Leftrightarrow C(a, b) ?$$

Opérateurs duaux et adjoints

Quelques exemples ($c(a) = 1 - a$) :

conjonction	t-conorme duale	impl. adjointe I	\hat{I}
$\min(a, b)$	$\max(a, b)$	$\begin{cases} b & \text{si } b < a \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} b & \text{si } b < 1 - a \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$
$\begin{cases} 0 & \text{si } b \leq 1 - a \\ b & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} b & \text{si } b < 1 - a \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$	$\max(1 - a, b)$	$\max(a, b)$
$\max(0, a + b - 1)$	$\min(1, a + b)$	$\min(1, 1 - a + b)$	$\min(1, a + b)$

$$\hat{I}(a, b) = I(c(a), b)$$

$$I(a, b) = I(c(b), c(a)), I(c(I(a, b)), d) = I(a, I(c(b), d)) \Rightarrow \hat{I} = \text{t-conorme}$$

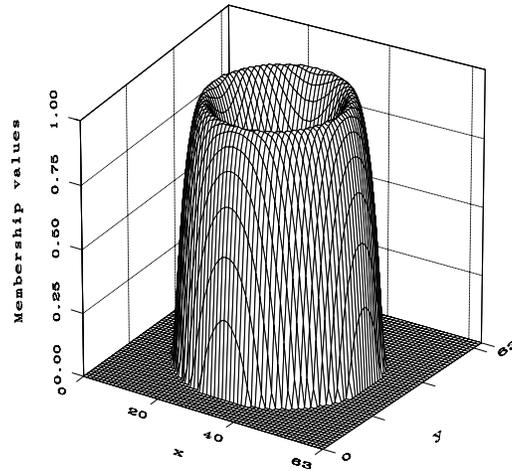
Equivalence

Théorème : La condition pour que des t-normes et t-conormes **duales** définissent des ouvertures et fermetures idempotentes ($t(b, T(1 - b, a)) \leq a$) est équivalente à la propriété d'**adjonction** entre C et I pour $t = C$ et $T = \hat{I}$.

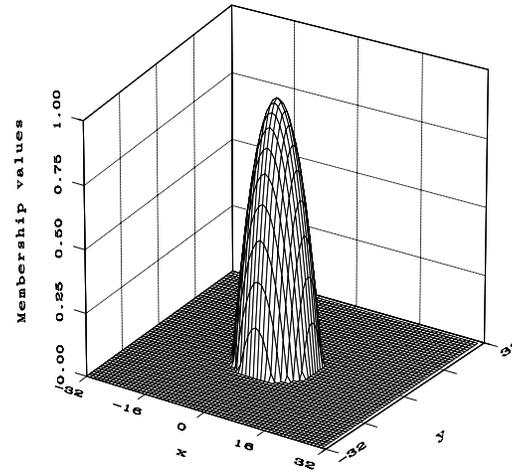
- Les deux approches ne sont en général pas compatibles (les paires d'opérateurs duaux et adjoints ne sont pas identiques).
- Dans le cas où la dualité et l'adjonction sont compatibles, alors les deux approches sont équivalentes.

Exemple de dilatation et érosion floues

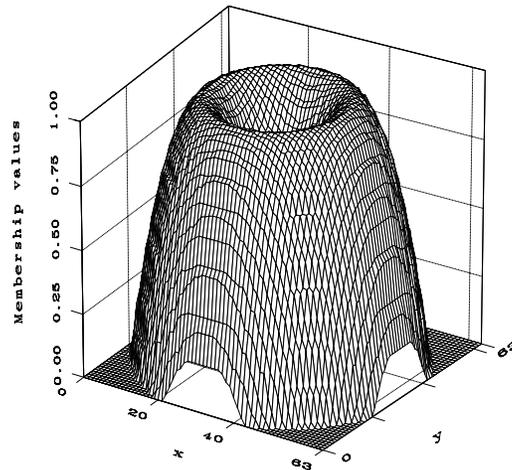
Initial 2D fuzzy set



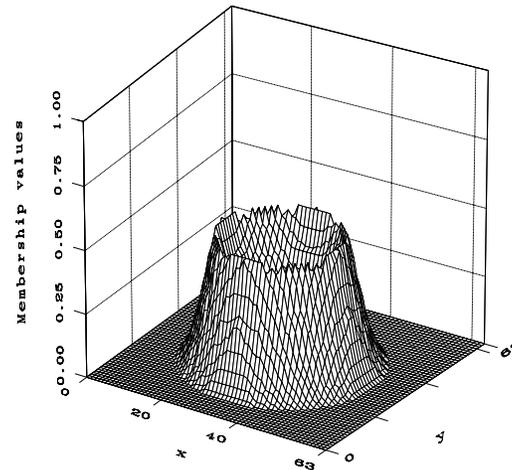
2D fuzzy structuring element



Fuzzy dilation



Fuzzy erosion



Relations spatiales : reconnaissance à partir de modèles et raisonnement spatial

- Représentation de l'imprécision
- Relations spatiales : information structurelle importante
 - relations topologiques (relations ensemblistes, adjacence)
 - distances
 - direction relative
 - relations plus complexes : entre, le long de...
- Deux classes de relations
 - bien définies dans le cas binaire (adjacence, distances...)
 - vagues même dans le cas binaire (position relative directionnelle...)
- Fusion d'informations et de connaissances hétérogènes

Relations spatiales : reconnaissance à partir de modèles et raisonnement spatial

- Représentation de l'imprécision
- Relations spatiales : information structurelle importante
 - relations topologiques (relations ensemblistes, adjacence)
 - distances
 - direction relative
 - relations plus complexes : entre, le long de...
- Deux classes de relations
 - bien définies dans le cas binaire (adjacence, distances...)
 - vagues même dans le cas binaire (position relative directionnelle...)
- Fusion d'informations et de connaissances hétérogènes

⇒ **Théorie des ensembles flous, morphologie mathématique**

Imprécision et flou

- Objets (absence de contours nets, segmentation grossière...)
- Relations (ex : *à gauche de, assez proche de*)
- Type de connaissance disponible (ex : *le noyau caudé est proche du ventricule latéral*)
- Question posée (ex : *aller vers cet objet en restant à une certaine distance de sécurité*)

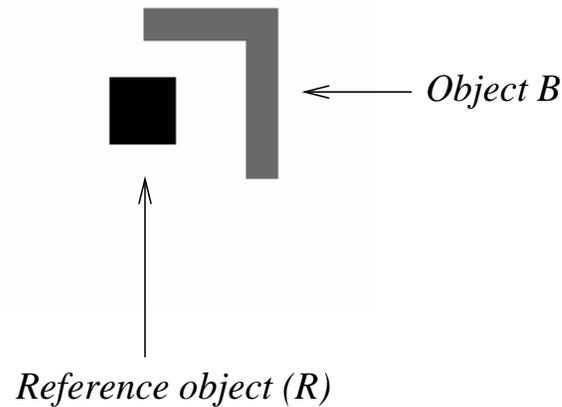
Raisonnement spatial sous imprécision

Représentation de connaissances et raisonnement
sur des entités spatiales et sur des relations spatiales

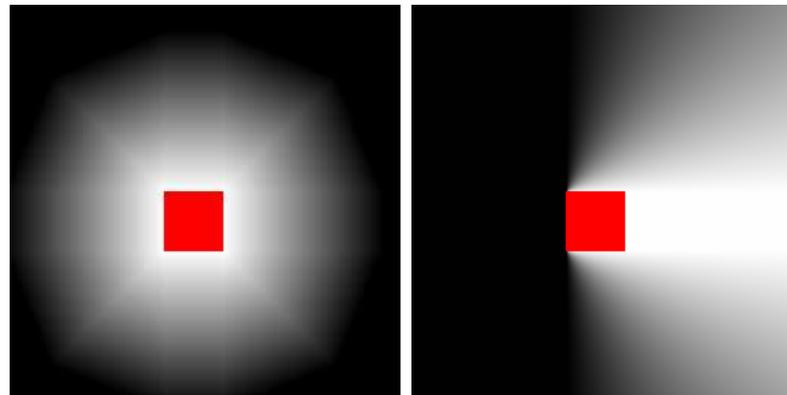
- Largement développé en IA
 - relations topologiques surtout
 - logiques formelles (ex : méréotopologie)
 - inférence
- Moins développé en interprétation d'images
 - besoin de représentation de connaissances imprécises
 - cadre (semi-)quantitatif (\Rightarrow évaluation numérique)
 - exemples : reconnaissance structurelle dans les images sous imprécision

Deux questions essentielles en reconnaissance structurelle dans les images

- Etant donnés deux objets (éventuellement flous), évaluer le degré avec lequel une relation est satisfaite



- Etant donné un objet de référence, définir la région de l'espace dans laquelle une relation à cette référence est satisfaite (avec un certain degré)



Comment étendre une opération ou relation au cas flou ?

ensemble X	ensemble flou μ
complémentaire X^C	complémentation floue $c(\mu)$
intersection \cap	t-norme t
réunion \cup	t-conorme T
\exists	sup
\forall	inf

Comment étendre une opération ou relation au cas flou ?

ensemble X	ensemble flou μ
complémentaire X^C	complémentation floue $c(\mu)$
intersection \cap	t-norme t
réunion \cup	t-conorme T
\exists	sup
\forall	inf

⇒ traduction aisée d'expressions algébriques et logiques

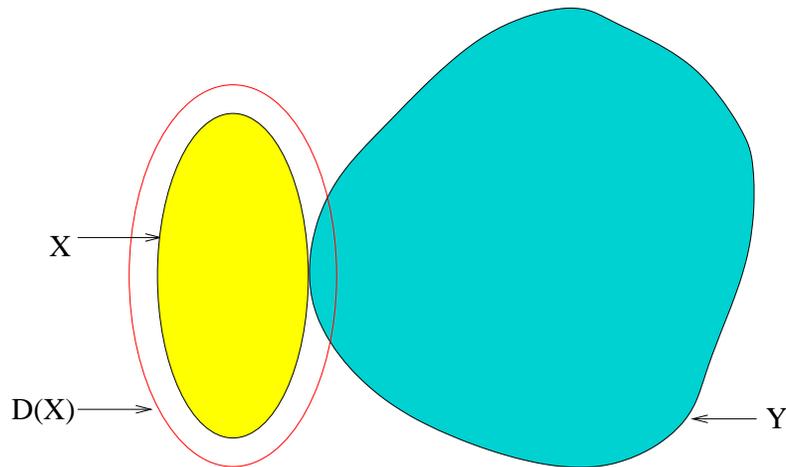
Ici : ensembles flous spatiaux $\mu : \mathcal{S} \rightarrow [0, 1]$

$\mathcal{S} : \mathbb{R}^3$ ou \mathbb{Z}^3 dans le cas discret

Adjacence binaire

Adjacence entre X et Y :

$$X \cap Y = \emptyset \text{ et } \exists x \in X, \exists y \in Y : n_c(x, y)$$



En termes morphologiques :

$$X \cap Y = \emptyset \text{ et } D_B(X) \cap Y \neq \emptyset, D_B(Y) \cap X \neq \emptyset$$

Adjacence floue

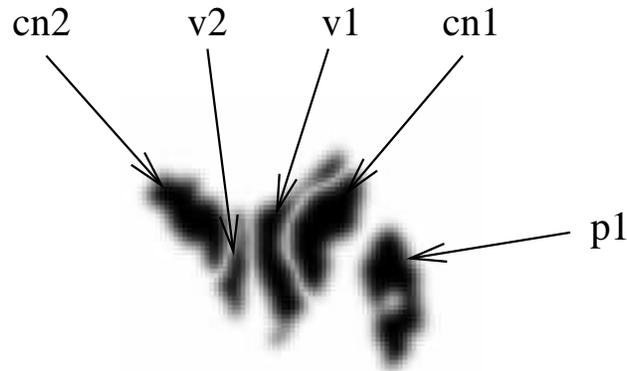
Traduction de tous les termes de l'équation en utilisant les équivalents flous :

$$\mu_{adj}(\mu, \nu) = t[\mu_{int}(\mu, \nu), \mu_{int}[D_B(\mu), \nu], \mu_{int}[D_B(\nu), \mu]]$$

Propriétés :

- symétrique
- cohérent avec la définition binaire si μ , ν et B sont binaires
- décroît si la distance entre μ et ν augmente
- invariant par transformations géométriques

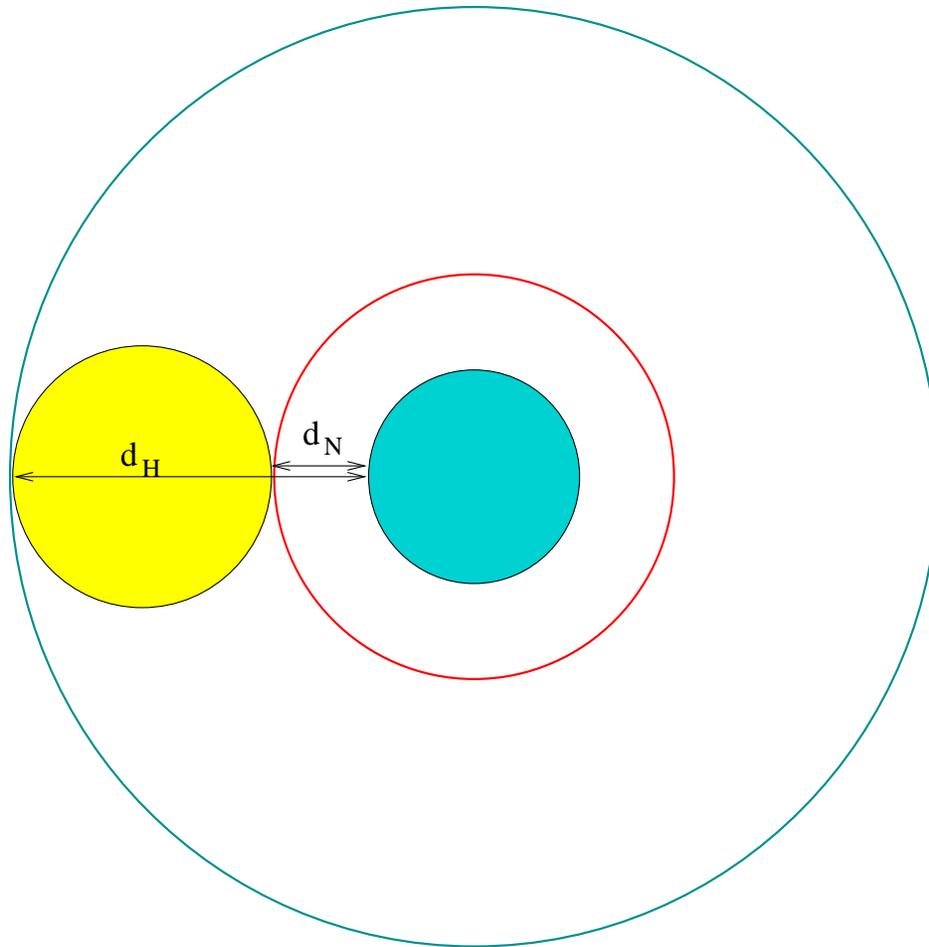
Adjacence floue : exemple



Objet flou 1	Objet flou 2	Degré d'adjacence	Adjacence dans le modèle (binaire)
v1	v2	0.368	1
v1	cn1	0.463	1
v1	p1	0.000	0
v1	cn2	0.035	0
v2	cn2	0.427	1
cn1	p1	0.035	0

Distances

Expression de distances (minimum, Hausdorff...) en termes morphologiques (i.e. algébriques) \Rightarrow traduction aisée vers le cas flou



Distribution de distance minimum (point le plus proche)

$$d_N(X, Y) = \inf\{n \in \mathbb{N}, X \cap D^n(Y) \neq \emptyset\} = \inf\{n \in \mathbb{N}, Y \cap D^n(X) \neq \emptyset\}$$

Degré avec lequel la distance entre μ et μ' est inférieure à n (distribution de distance) :

$$\Delta_N(\mu, \mu')(n) = f\left[\sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu(x), D_\nu^n(\mu')(x)], \sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu'(x), D_\nu^n(\mu)(x)]\right]$$

Distance de Hausdorff : équations similaires

Densité de distance minimum (point le plus proche)

$$d_N(X, Y) = n \Leftrightarrow D^n(X) \cap Y \neq \emptyset \text{ et } D^{n-1}(X) \cap Y = \emptyset$$

$$d_N(X, Y) = 0 \Leftrightarrow X \cap Y \neq \emptyset$$

Degré avec lequel la distance entre μ et μ' est égale à n (densité de distance) :

$$\delta_N(\mu, \mu')(n) = t[\sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu'(x), D_\nu^n(\mu)(x)], c[\sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu'(x), D_\nu^{n-1}(\mu)(x)]]]$$

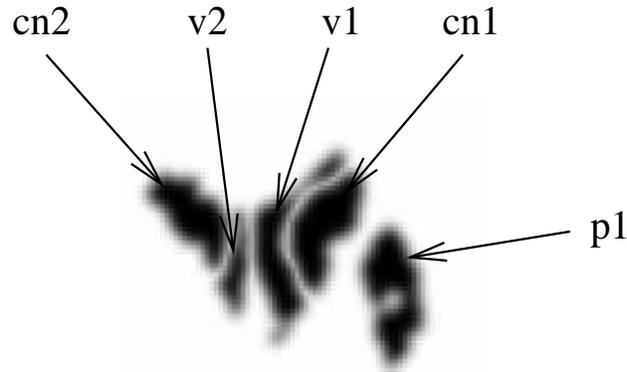
$$\delta_N(\mu, \mu')(0) = \sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu(x), \mu'(x)]$$

Distance de Hausdorff : équations similaires

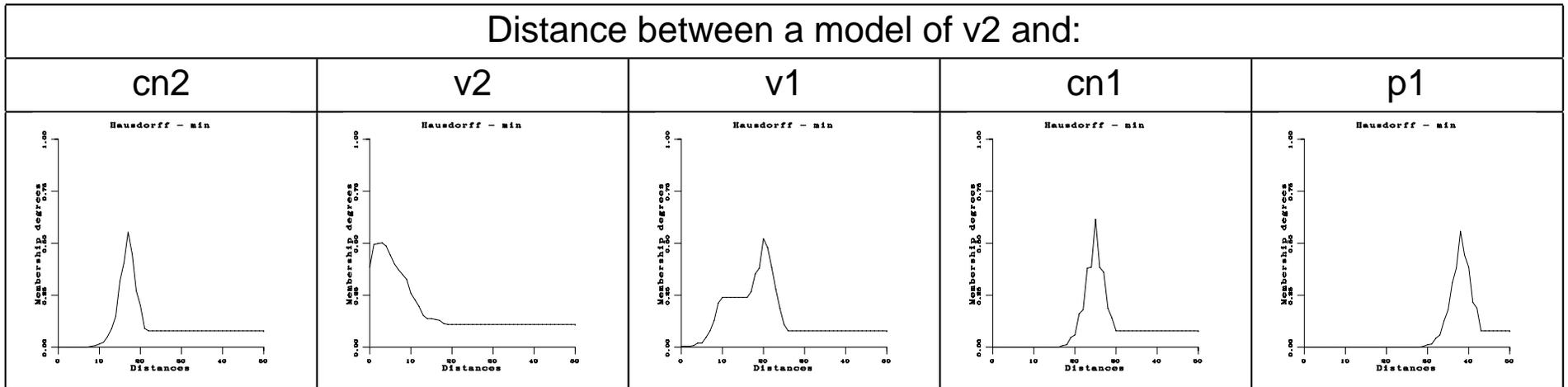
Propriétés des distances morphologiques

- Nombres flous.
- Positives : support inclus dans \mathbb{R}^+ .
- Symétriques en μ et μ' .
- Si μ est normalisé, $\delta_N(\mu, \mu)(0) = 1$ et $\delta_N(\mu, \mu)(n) = 0$ pour $n > 1$.
- $\delta_H(\mu, \mu')(0) = 1$ implique $\mu = \mu'$ pour $T(a, b) = \min(1, a + b)$, et implique μ et μ' binaires et égaux pour $T = \max$
- Egalité triangulaire non satisfaite en général.

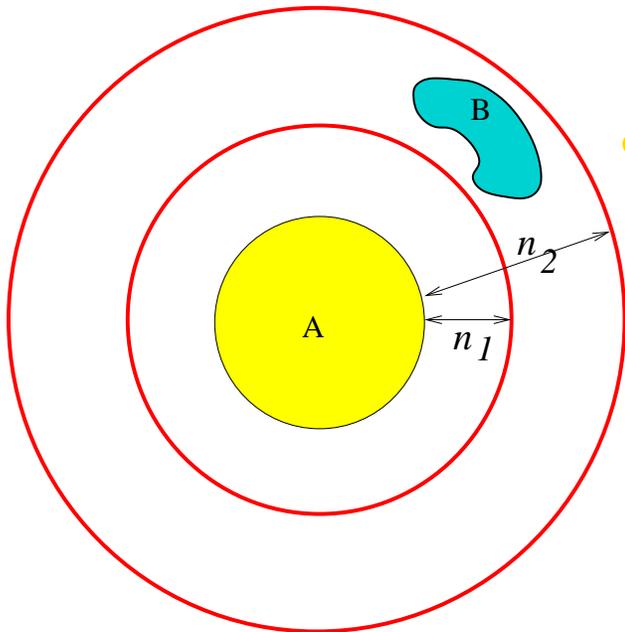
Distance floue : exemple



Distance between a model of v2 and:



Représentation spatiale de connaissances sur la distance



- Cas binaire : B doit être à une distance comprise entre n_1 et n_2 de $A \Rightarrow$ région d'intérêt pour B : $D^{n_2}(A) \setminus D^{n_1-1}(A)$

- Cas flou : distance approximative donnée par un intervalle flou \Rightarrow deux éléments structurants :

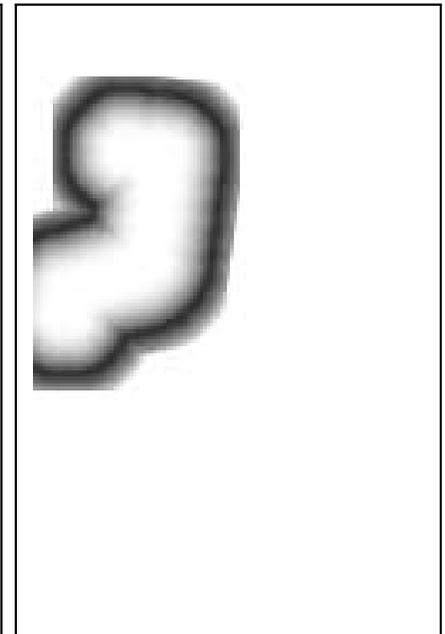
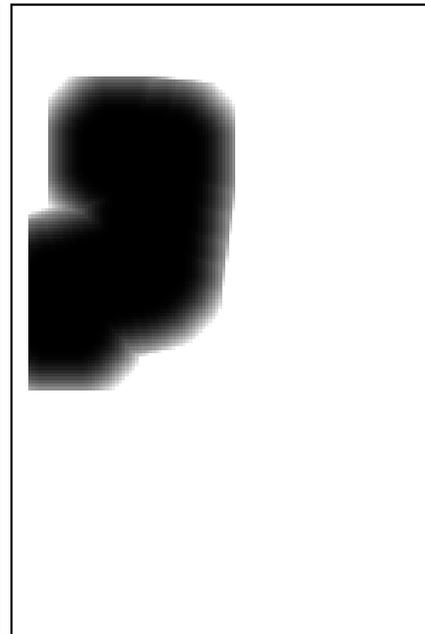
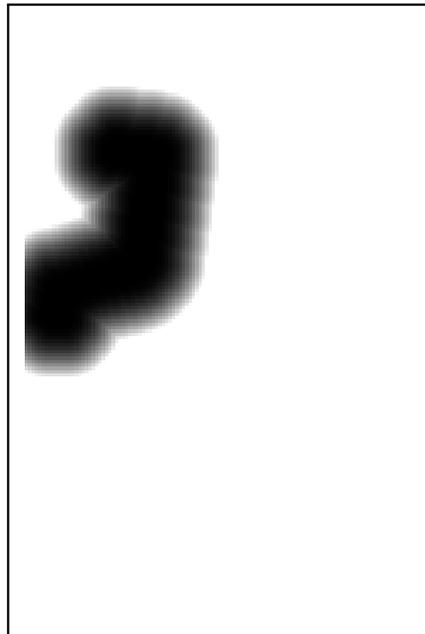
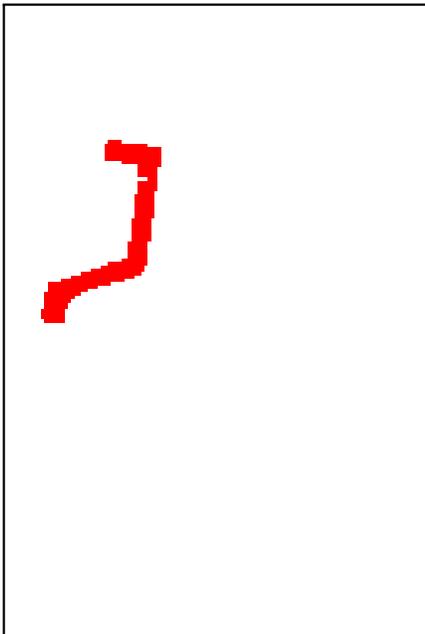
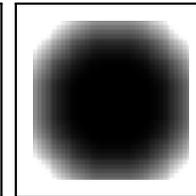
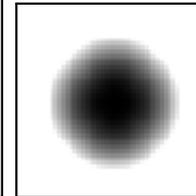
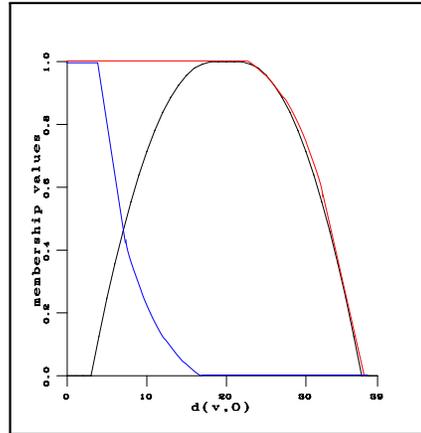
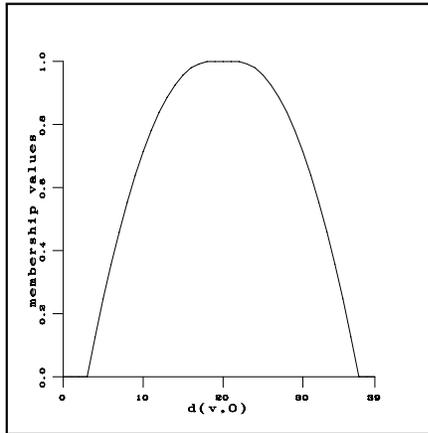
$$\nu_1(x) = 1 - \mu_n(d_E(x, 0)) \text{ si } d_E(x, 0) \leq n_1, \quad 0 \text{ sinon}$$

$$\nu_2(x) = 1 \text{ si } d_E(x, 0) \leq n_2, \quad \mu_n(d_E(x, 0)) \text{ sinon}$$

Région d'intérêt floue :

$$\mu_{distance} = t[D_{\nu_2}(\mu), 1 - D_{\nu_1}(\mu)]$$

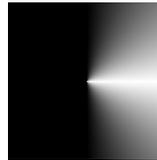
Représentation spatiale de connaissances sur la distance : exemple



Position relative directionnelle

- Région floue autour de R définie comme un ensemble flou tel que la valeur en chaque point corresponde au degré de satisfaction de la relation spatiale : dilatation par un élément structurant flou

$$\mu_\alpha(R) = D_\nu(\mu_R)$$



"à droite de"

- Evaluation de la relation de A à R :

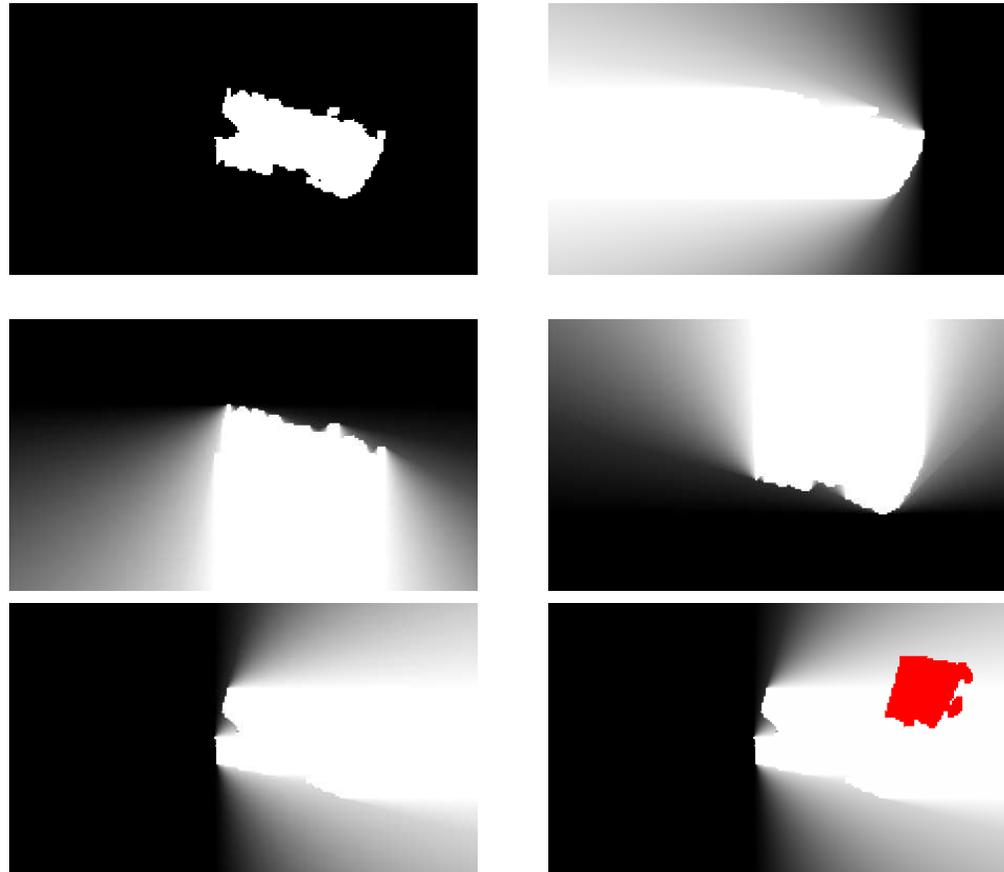
$$\Pi_\alpha^R(A) = \sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu_\alpha(R)(x), \mu_A(x)] \quad N_\alpha^R(A) = \inf_{x \in \mathcal{S}} T[\mu_\alpha(R)(x), 1 - \mu_A(x)]$$

(ou une valeur moyenne)

Position relative directionnelle : propriétés

- Evaluation dans le domaine spatial, et avec des informations plus riches (par rapport à d'autres méthodes).
- La possibilité a une propriété de symétrie.
- Invariance par translation, rotation et homothétie, pour des objets 2D et 3D (binaires et flous).
- Lorsque la distance entre les objets augmente, les objets sont vus comme des points.
- Bon comportement pour des objets avec concavités.

Position relative directionnelle : exemple

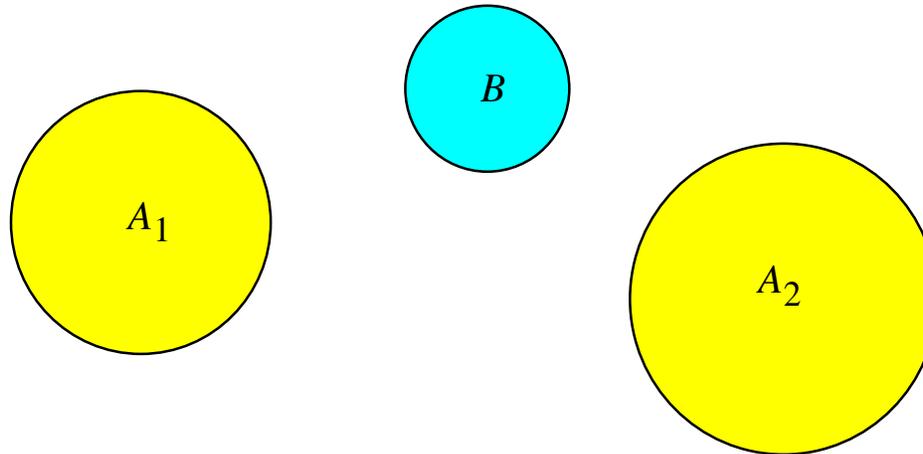


Une relation plus complexe : entre

- Plusieurs acceptions, de sémantiques différentes
- Dépend du contexte et de la forme des objets (concavités, etc.)
- Intrinsèquement floue

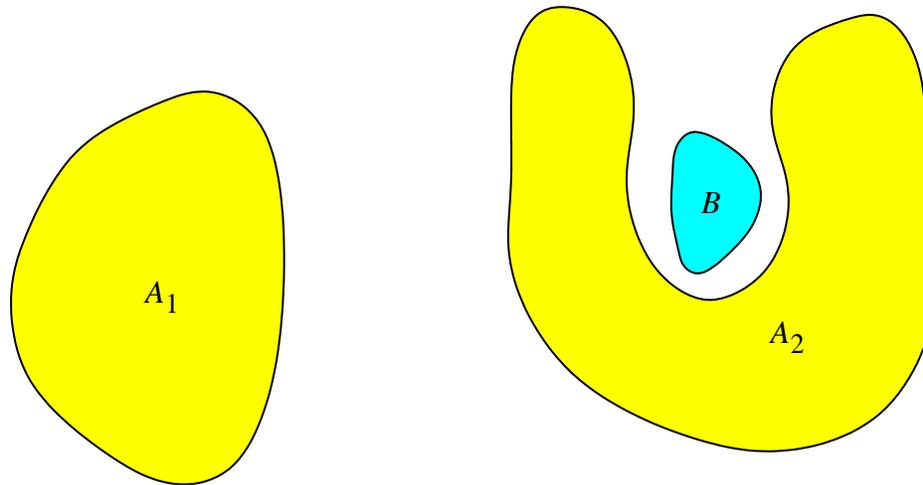
Une relation plus complexe : entre

- Plusieurs acceptions, de sémantiques différentes
- Dépend du contexte et de la forme des objets (concavités, etc.)
- Intrinsèquement floue



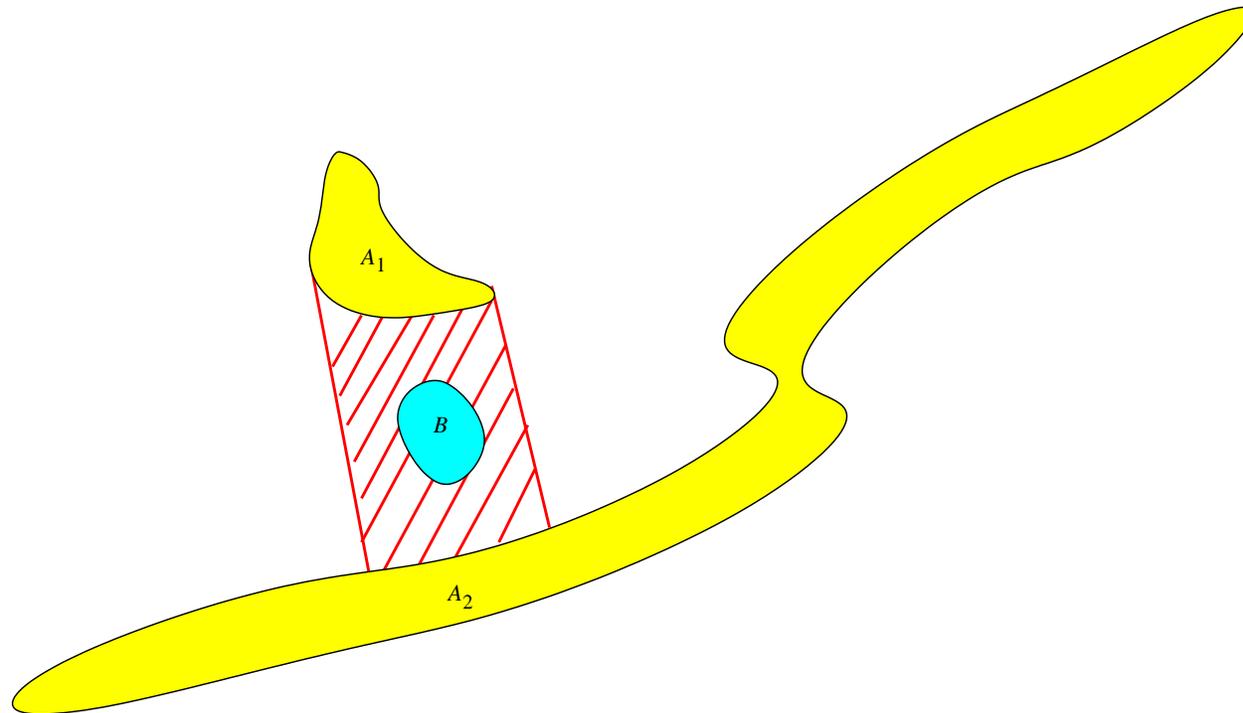
Une relation plus complexe : entre

- Plusieurs acceptions, de sémantiques différentes
- Dépend du contexte et de la forme des objets (concavités, etc.)
- Intrinsèquement floue



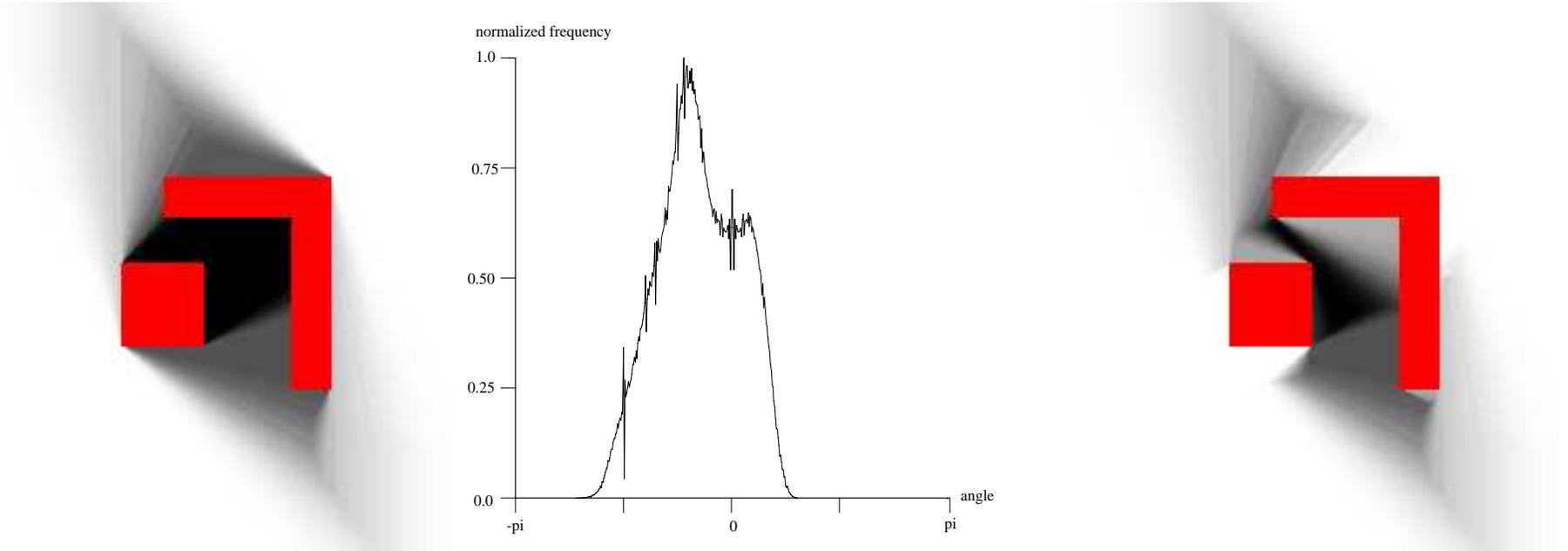
Une relation plus complexe : entre

- Plusieurs acceptions, de sémantiques différentes
- Dépend du contexte et de la forme des objets (concavités, etc.)
- Intrinsèquement flou



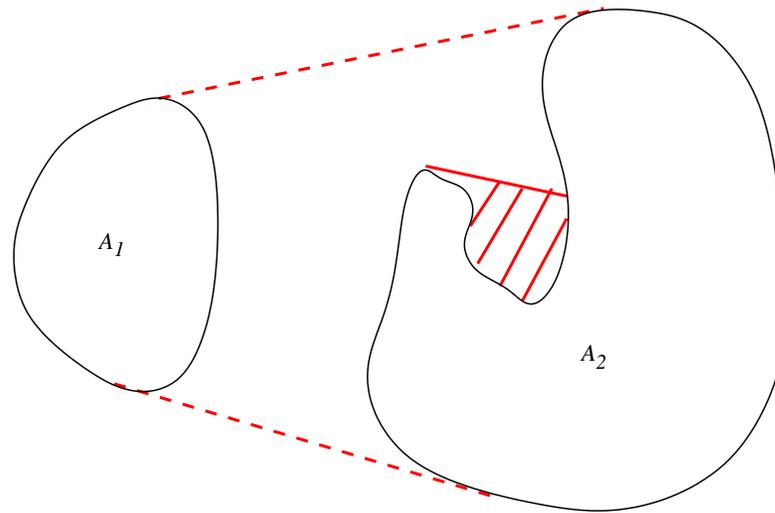
Quelques approches

Dilatation floue à partir de l'histogramme des angles



Quelques approches

Visibilité et segments admissibles



$]x_1, x_2[$ ($x_1 \in A_1$ et $x_2 \in A_2$) **admissible** : inclus dans $A_1^C \cap A_2^C$

Région entre A_1 et A_2 = réunion des segments admissibles

Quelques approches

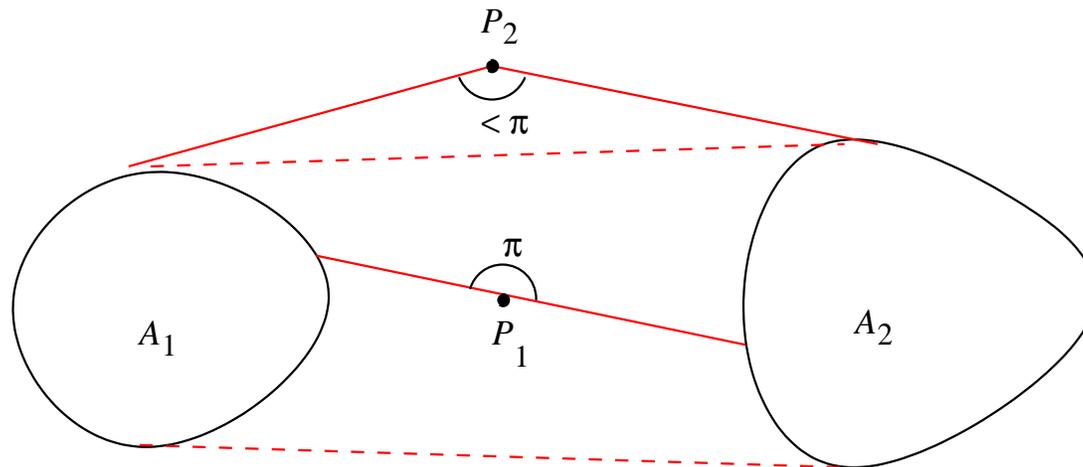
Visibilité floue et segments semi-admissibles

$]a_1, P]$ avec $a_1 \in A_1$ (respectivement $[P, a_2[$ avec $a_2 \in A_2$) **semi-admissible** : inclus dans $A_1^C \cap A_2^C$

$\theta_{min}(P) = \min\{|\pi - \theta|, \theta = \angle([a_1, P], [P, a_2]), a_1 \in A_1, a_2 \in A_2,]a_1, P] \text{ et } [P, a_2[\text{ semi-admissible}\}$

$$\beta_{FVisib}(P) = f(\theta_{min}(P))$$

avec $f : [0, \pi] \rightarrow [0, 1]$, $f(0) = 1$, décroissante, égale à 0 à partir de la plus grande distance acceptable à π

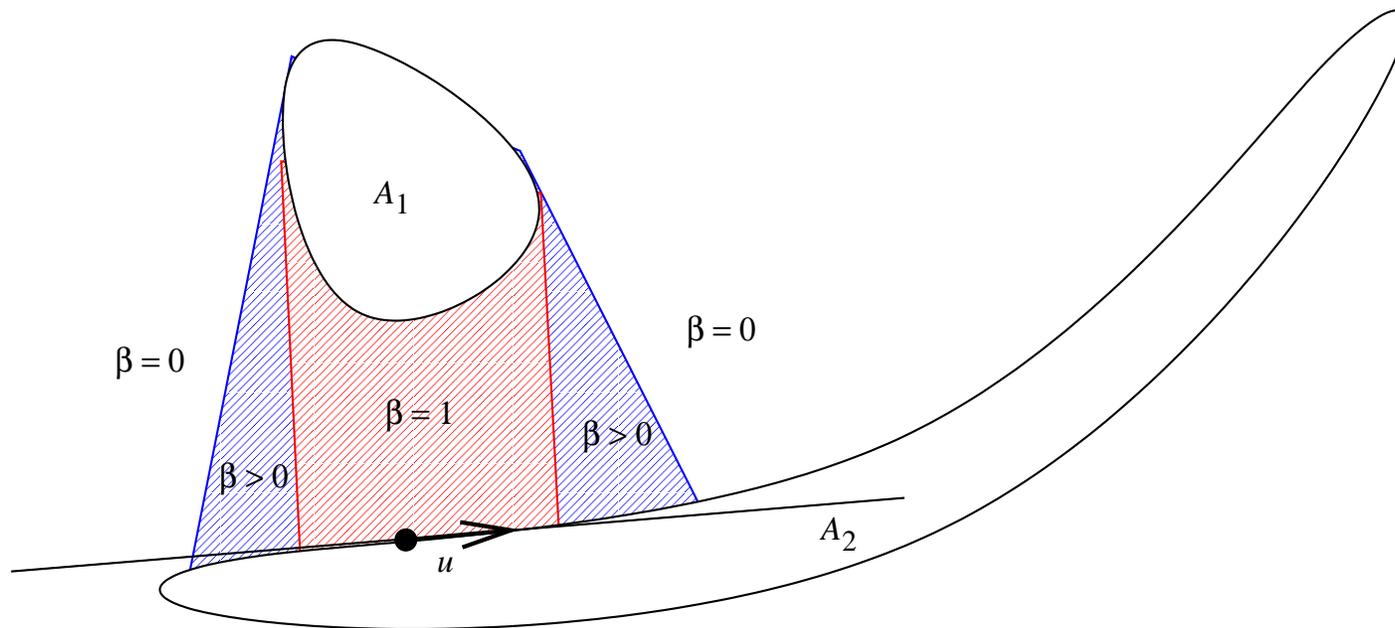


Quelques approches

Objets d'extensions spatiales différentes : vision myope

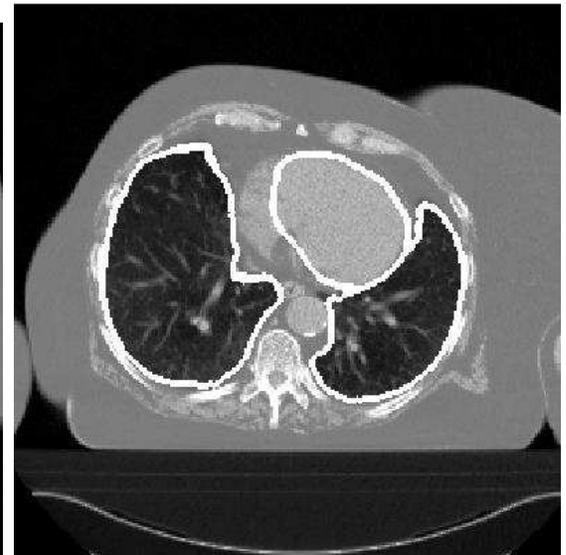
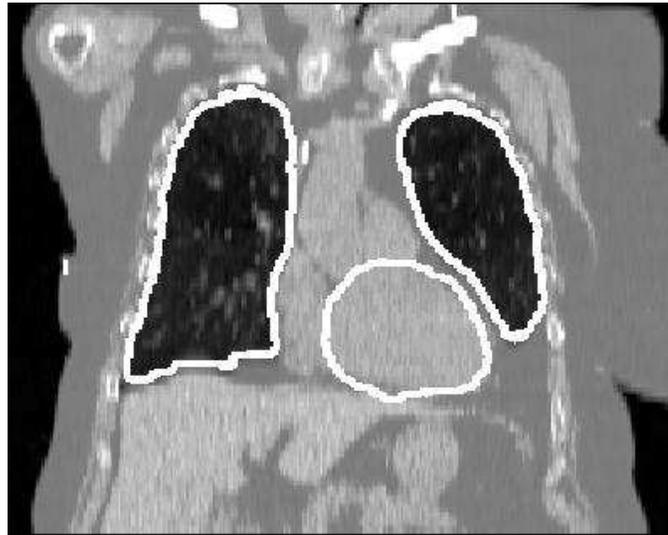
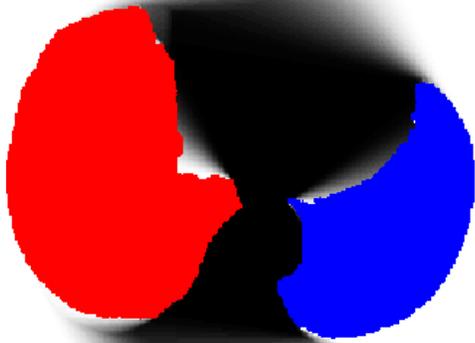
Exemple: *la fontaine est entre la maison et la route*

Contextualisation par projection : dilatation directionnelle floue



Quelques approches

- Extension au cas d'objets flous
- Définition du degré avec lequel un objet est dans la région entre deux autres objets
- Formalisme algébrique des ensembles flous et de la morphologie mathématique
⇒ bonnes propriétés
- Autres relations complexes : le long de, autour...
- Application : segmentation du cœur dans des images CT 3D



Représentation des connaissances anatomiques

- Relations spatiales
- Descriptions linguistiques
 - direction : *le thalamus est en dehors du troisième ventricule et en-dessous du ventricule latéral*
 - distance : *les ventricules latéraux sont loin de la surface du cerveau*
 - adjacence : *le thalamus est adjacent au troisième ventricule*
 - symétrie : *les structures homologues des deux hémisphères (par exemple les deux thalami) sont approximativement symétriques par rapport au plan inter-hémisphérique*
- Représentations floues (modélisation mathématique à partir d'outils de morphologie mathématique floue)
- Graphe hiérarchique synthétique attribué
- Ontologies

Connaissances anatomiques : exemple

[morphologie]

morphologie fonctionnel atlas animations vidéo reconstruction 3D liens

Noyau caudé

embryologie
histologie
crâne
méninges

moelle épinière
tronc cérébral

nerfs crâniens
cervelet
cortex cérébral

noyaux gris
substance blanche

v3
v4
ventricules latéraux

auteur : D Hasboun
illustrateur : H Fumic



Le noyau caudé est un noyaux gris central, en forme de **fer à cheval** ouvert en avant. Il s'enroule **autour du thalamus**, repose sur sa face supérieure, puis descend en arrière du thalamus.

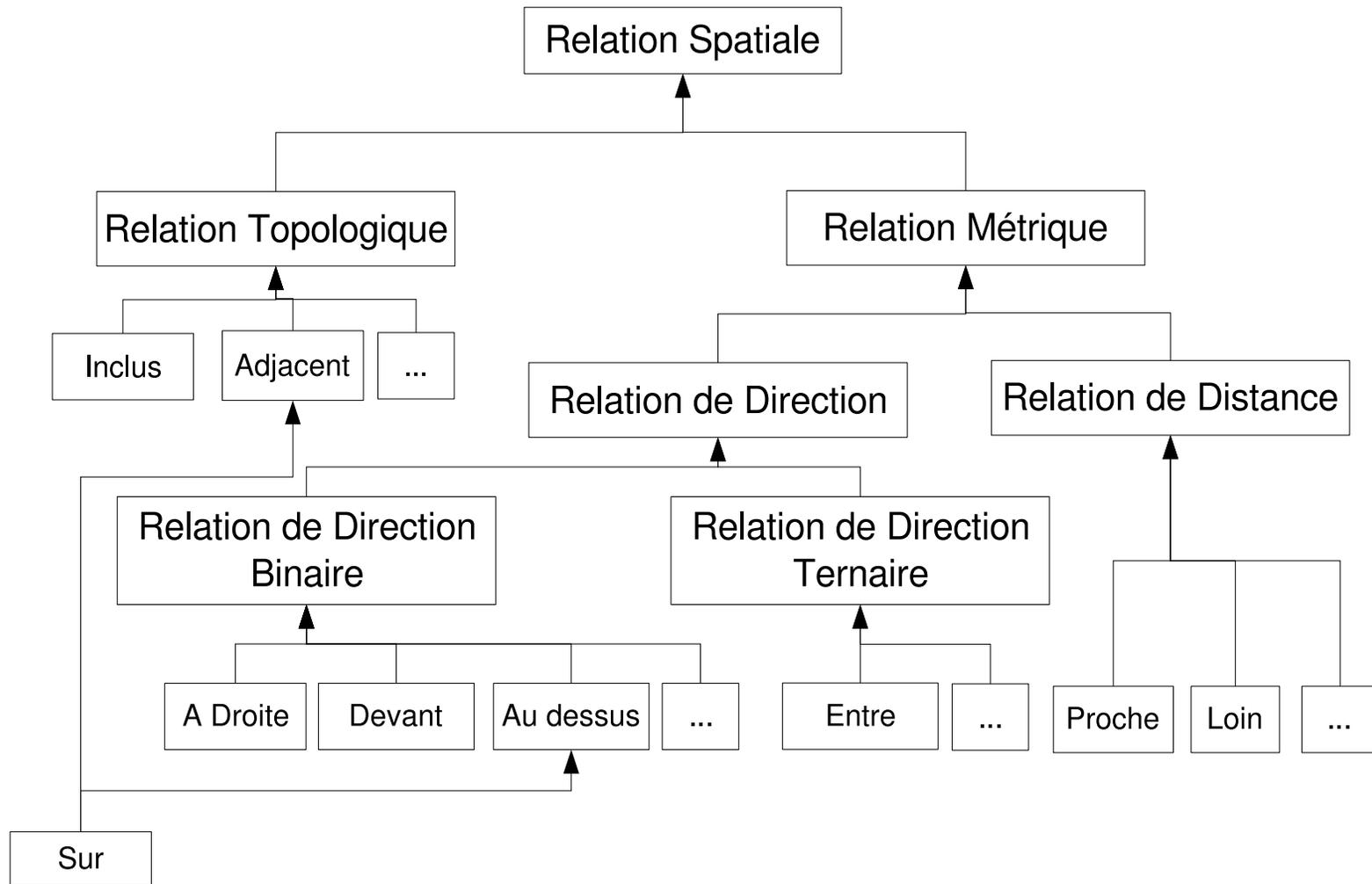
Il se continue en avant dans le lobe temporal. Il présente d'avant en arrière :

- une **tête** volumineuse située en dehors de la come frontale du ventricule latéral
- un **corps** dont le volume diminue d'avant en arrière. Il repose sur le thalamus puis descend en arrière du pulvinar.
- la **queue** du noyau caudé chemine dans le lobe temporal, au-dessus de la come temporale du ventricule latéral, dans la région sous lenticulaire.

Le noyau caudé constitue le **néostriatum** avec le putamen.



Ontologie relations spatiales et FMA



→ relation de hierarchie

Ontologie relations spatiales et FMA

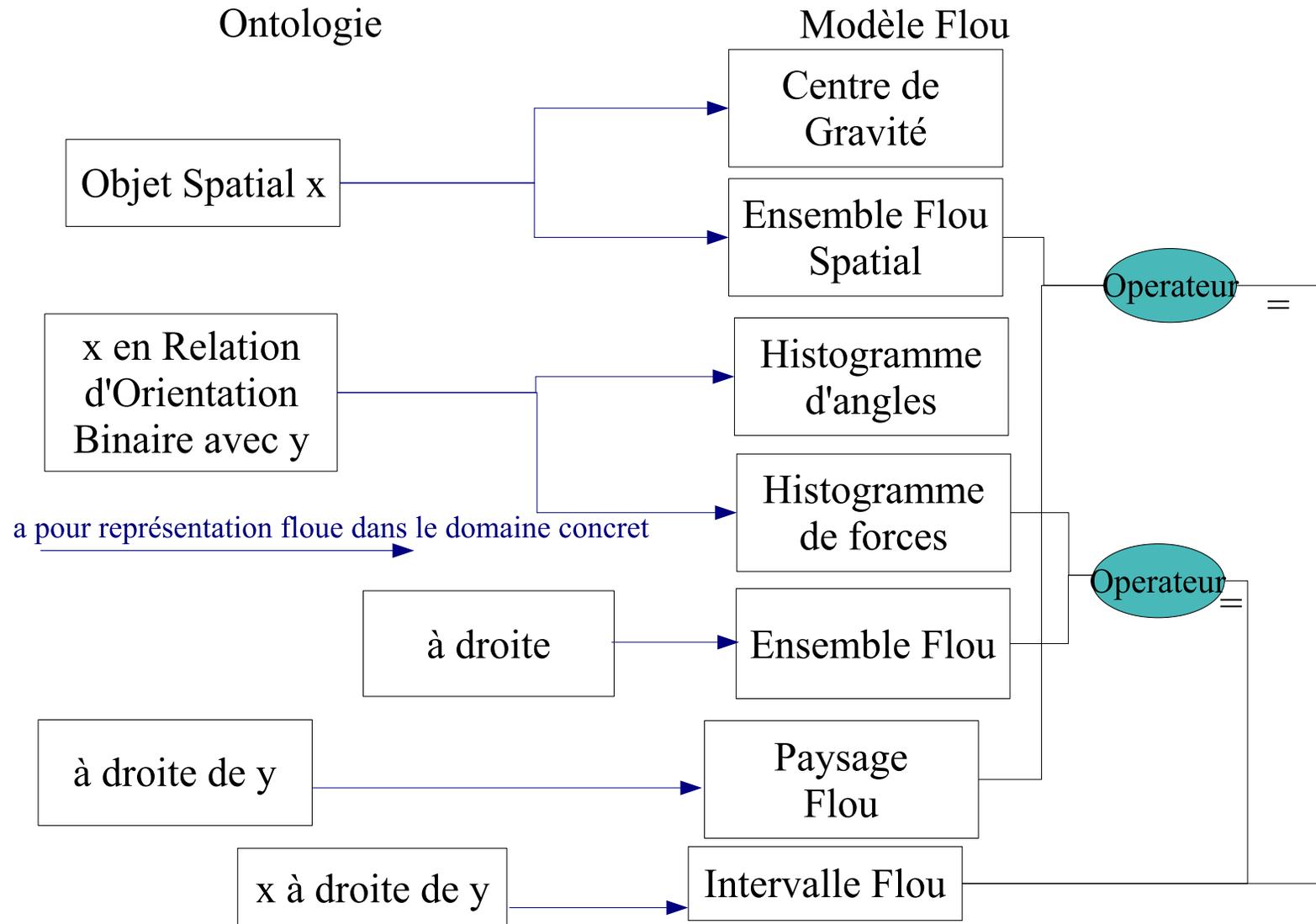
The screenshot displays the Protégé 3.2 beta interface for the 'FMAWithNeuranat' project. The main workspace shows a hierarchical ontology. On the left, the 'CLASS BROWSER' lists anatomical classes under 'Caudate_nucleus', with 'Right_caudate_nucleus' highlighted. The central workspace contains two main diagrams: a hierarchical tree of anatomical concepts and a network of spatial relation classes. The spatial relation classes include 'p1:BinaryDirectionalRelation', 'p1:BinarySpatialRelationWith', 'p1:Distance_Relation', 'p1:Right', 'p1:DirectionalBinarySpatialRelationWith', 'p1:DistanceRelationWith', 'p1:Close', 'p1:Right_Of', and 'p1:Close_To'. Below these, specific instances like 'Right_Of_Right_Lateral_ventricle' and 'Close_To_Right_Lateral_ventricle' are shown. A bottom panel displays the 'Instance' view for 'Right_caudate_nucleus', listing its spatial relations: 'Caudate_nucleus', '∃ p1:hasSpatialRelation Right_Of_Right_Lateral_ventricle', '∃ p1:hasSpatialRelation Close_To_Right_Lateral_ventricle', and '∃ p1:hasSpatialRelation Above_Of_Right_Thalamus'.

Spatial relation ontology concepts

Spatial relations between anatomical concepts

Brain anatomy concepts

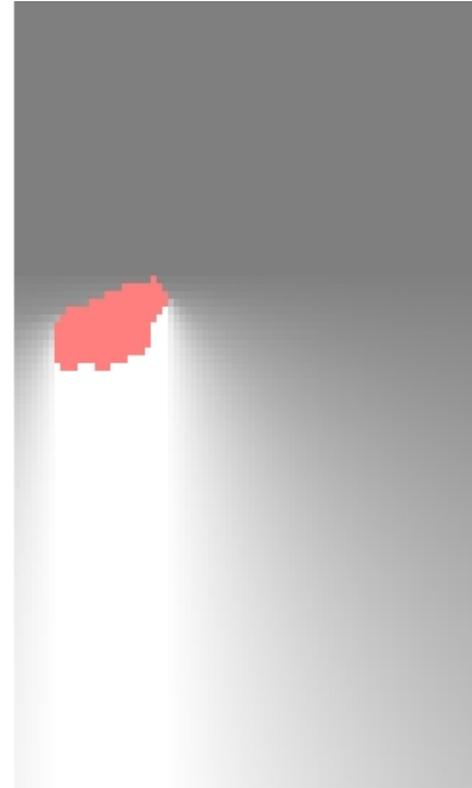
Ontologie enrichie par des modèles flous



Exemples de représentations spatiales de relations à des structures cérébrales



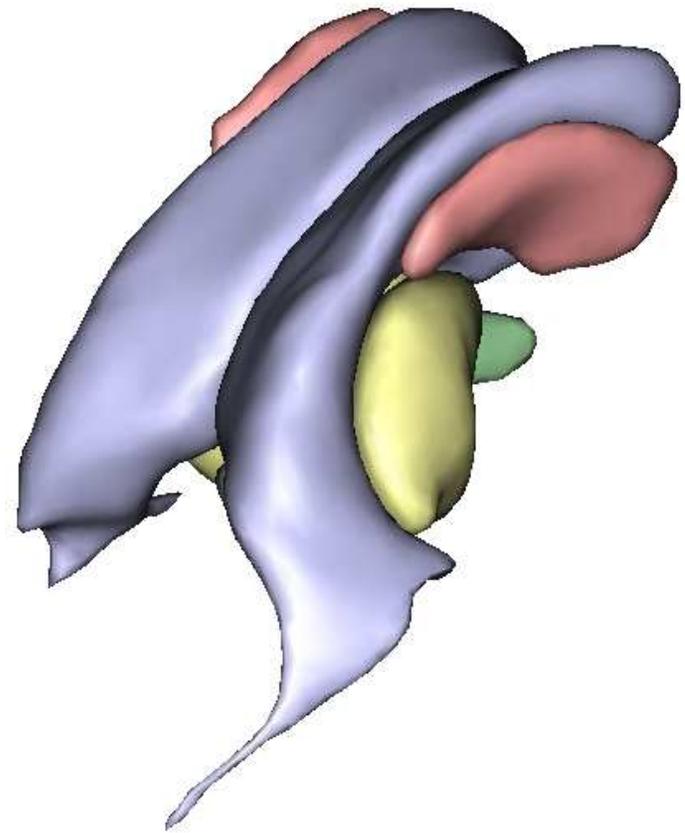
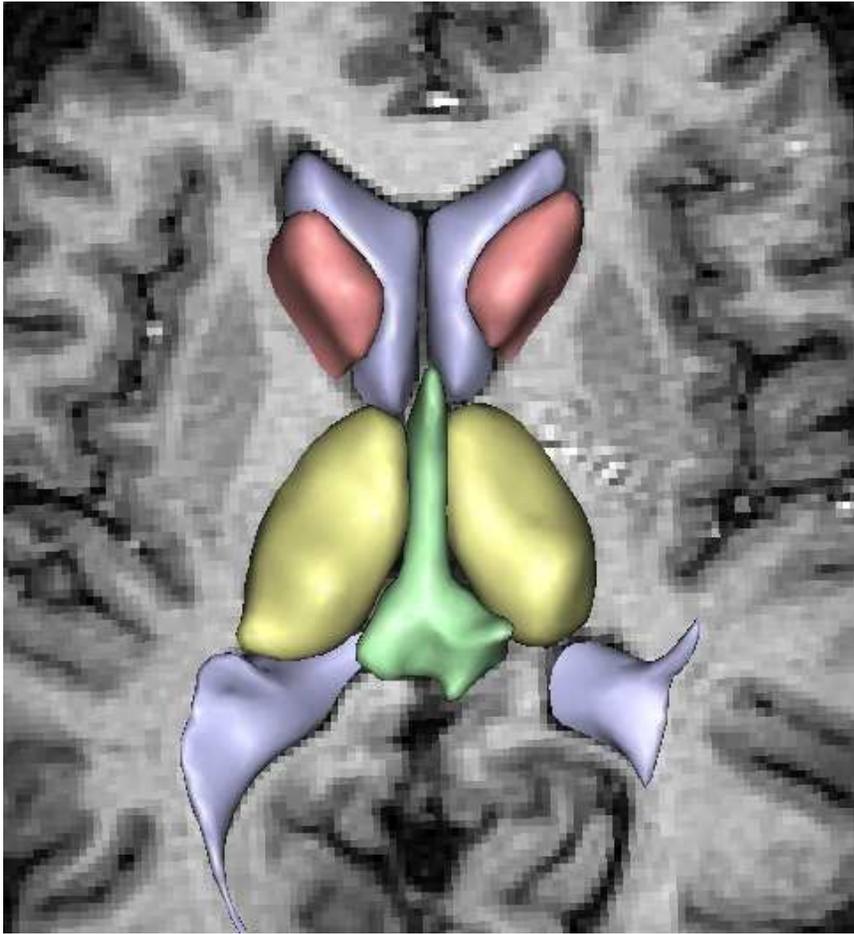
proche du ventricule latéral



en-dessous du ventricule latéral

Résultats

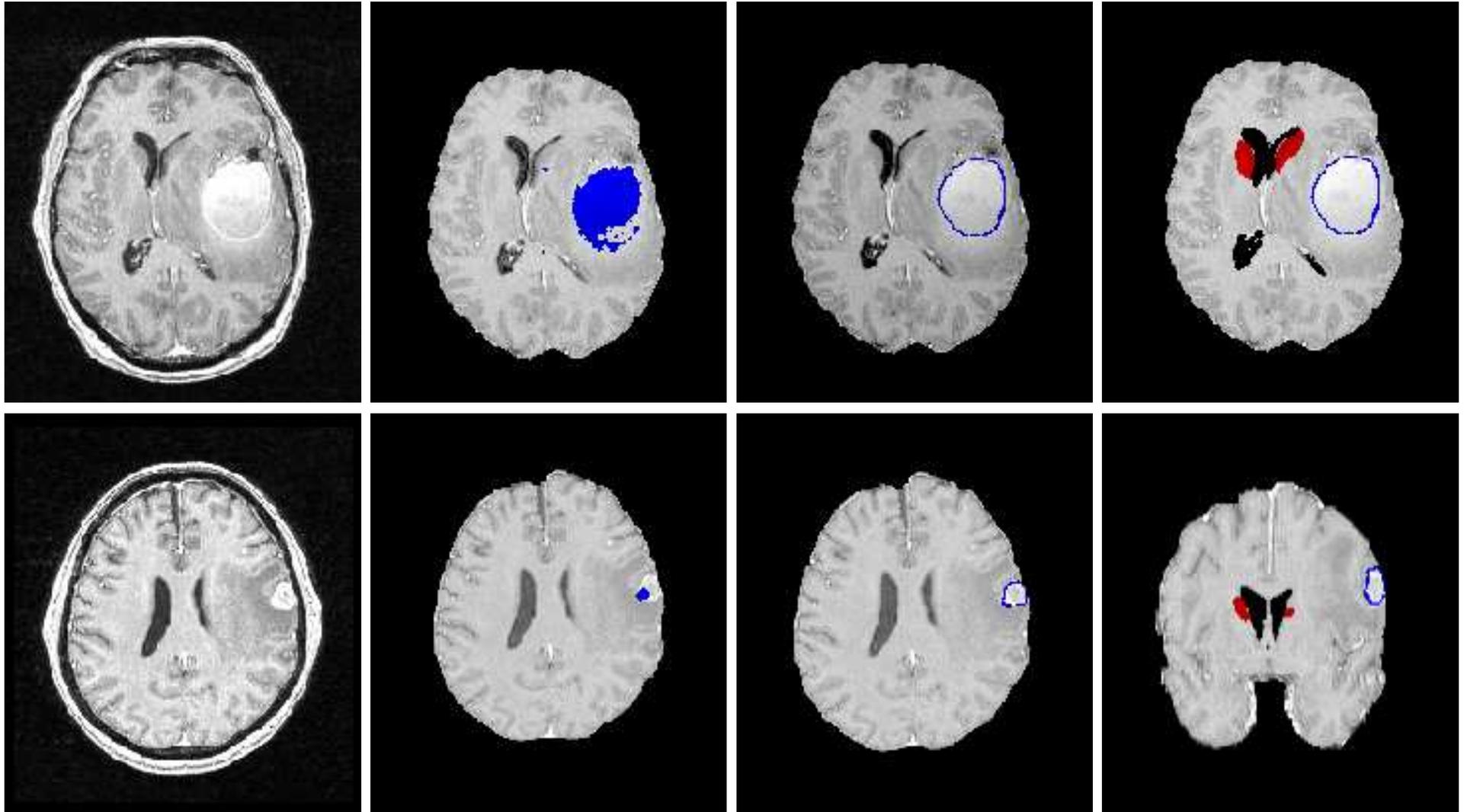
Modèles déformables + relations spatiales



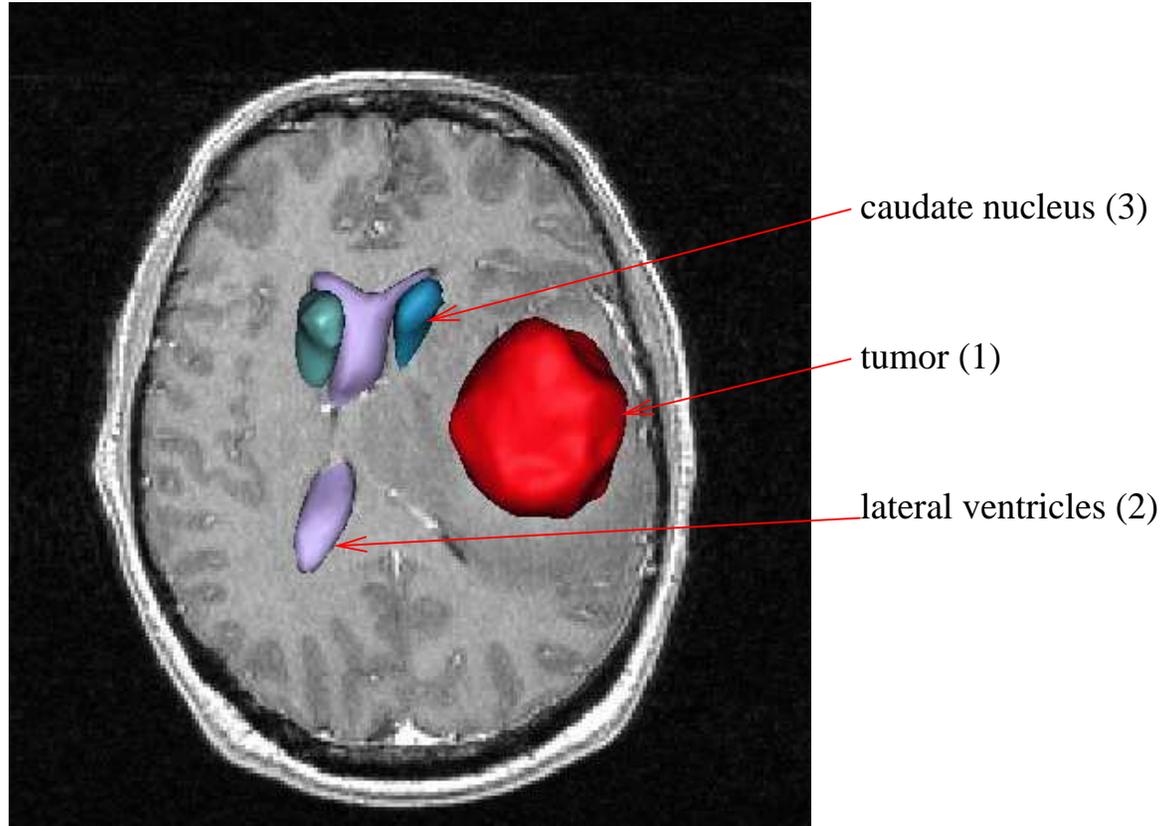
Résultats : importance des relations spatiales



Extension aux cas pathologiques



Extension aux cas pathologiques



Extension aux cas pathologiques

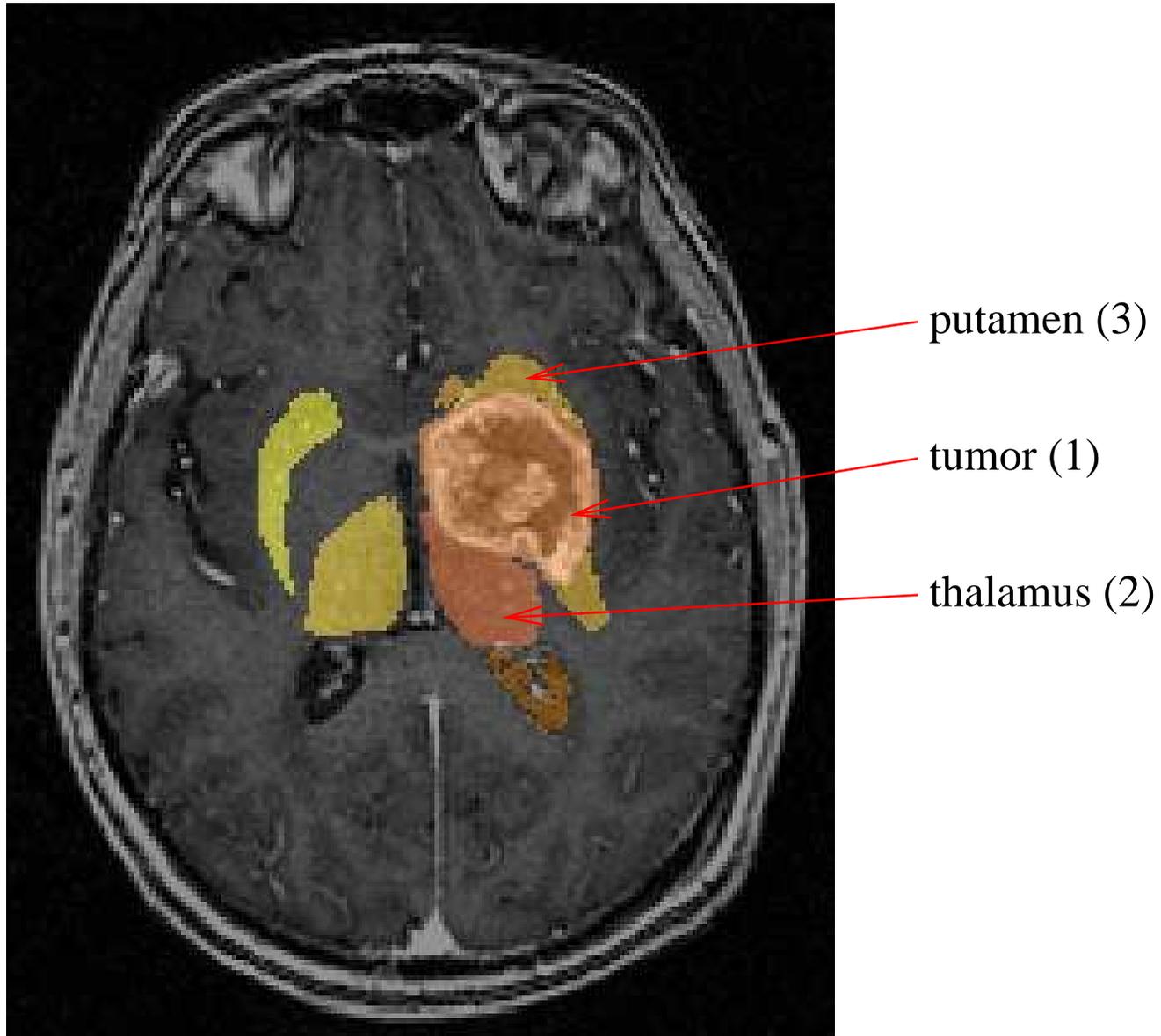
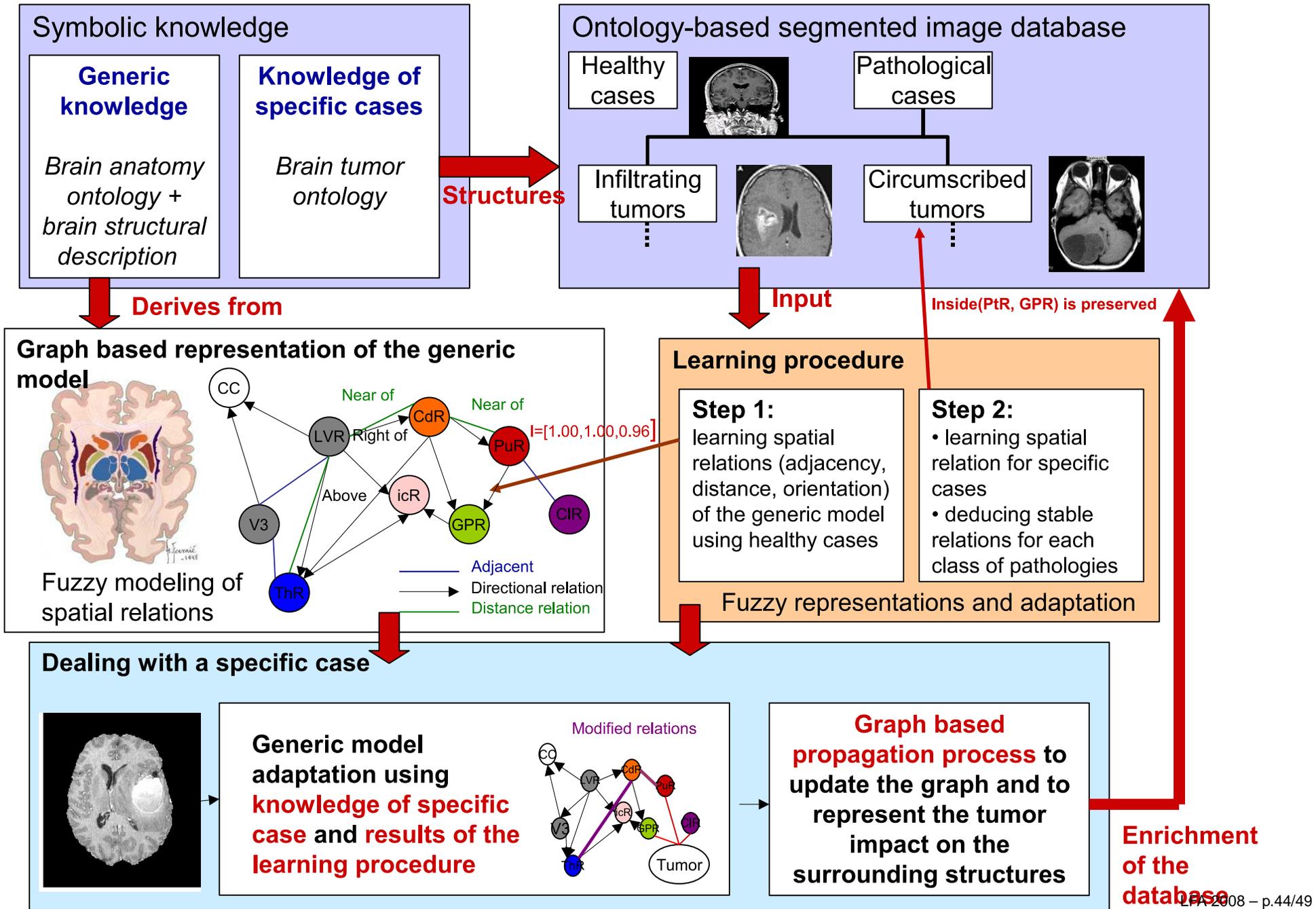


Schéma général



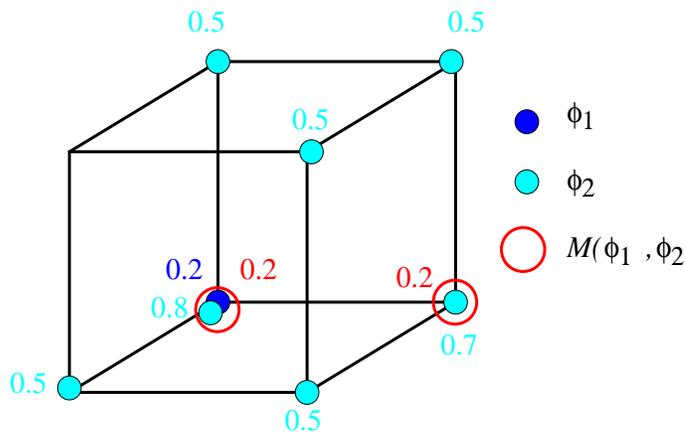
Morpho-logique

- Logique propositionnelle, treillis complet associé
- Dilatations et érosions morphologiques :

$$\llbracket D_B(\varphi) \rrbracket = \{\omega \in \Omega \mid \check{B}_\omega \wedge \varphi \text{ consistent}\} \quad \llbracket E_B(\varphi) \rrbracket = \{\omega \in \Omega \mid B_\omega \models \varphi\}$$

- Applications : révision, fusion, abduction, médiation
- Ensemble médian ($\mu_i = \llbracket \varphi_i \rrbracket$) :

$$M(\mu_1, \mu_2) = \sup_{\lambda} \top[\delta_{\lambda\nu}(\mu_1 \cap \mu_2), \varepsilon_{\lambda\nu}(\mu_1 \cup \mu_2)]$$



Modèles	abc	$\neg abc$	$a\neg bc$	$ab\neg c$	$\neg a\neg bc$	$\neg ab\neg c$	$a\neg b\neg c$	$\neg a\neg b\neg c$
φ_1	0	0	0	0	0	0.2	0	0
φ_2	0	0.5	0.5	0.5	0.5	0.8	0.5	0.7
$\delta_1(\varphi_1)$	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2
$\varepsilon_1(\varphi_2)$	0	0	0	0	0.5	0.5	0.5	0.5
$\delta_2(\varphi_1)$	0.2	0.2	0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$\varepsilon_2(\varphi_2)$	0	0	0	0	0	0	0	0.5
$M(\varphi_1, \varphi_2)$	0	0	0	0	0	0.2	0	0.2

Perspectives : vers la bipolarité

- Informations positives et négatives.
- Cohérence : pas d'intersection.
- Pas de dualité.
- Travaux récents (Dubois, Prade, Benferhat...) : formalisme flou et possibiliste.
- Importante dans le domaine spatial, mais encore peu de travaux :
 - seuillage d'images et détection de contours (Chaira et al., Couto et al., Vlachos et al.), avec une sémantique d'ensembles flous dont les valeurs sont des intervalles (ou ensembles flous *intuitionistes*...)
 - représentations spatiales pour la classification (Charlier et al., Malek)
 - morphologie mathématique (Bloch, Nachtegael et al.)

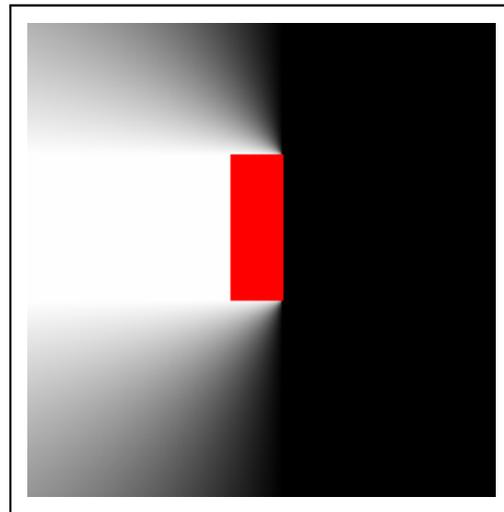
Exemple : information spatiale

- Information positive : positions possibles pour un objet.
- Information négative : positions impossibles.

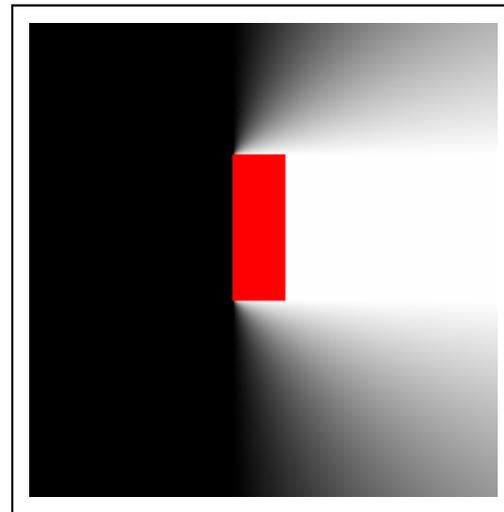
- Relations telles que gauche / droite : notions intuitivement opposées mais pas la négation l'une de l'autre.
- Autres exemples : loin / proche, etc.
- Indétermination (neutralité, indifférence).

Exemple : information spatiale

- Information positive : positions possibles pour un objet.
- Information négative : positions impossibles.
- Relations telles que gauche / droite : notions intuitivement opposées mais pas la négation l'une de l'autre.
- Autres exemples : loin / proche, etc.
- Indétermination (neutralité, indifférence).



information positive μ_L

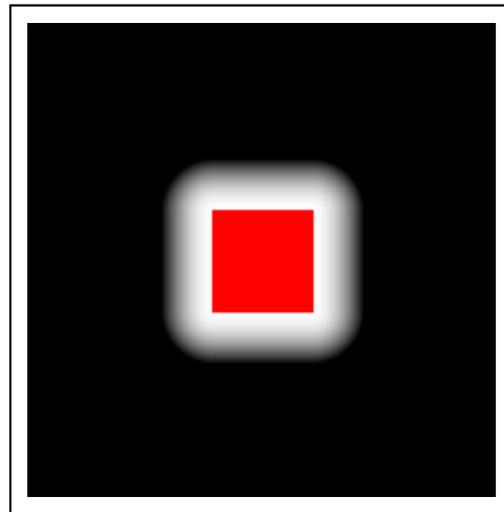


information négative μ_R

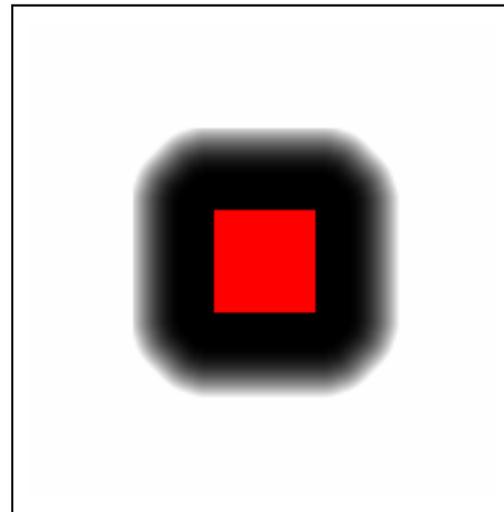
$$\forall x, \mu_L(x) + \mu_R(x) \leq 1$$

Exemple : information spatiale

- Information positive : positions possibles pour un objet.
- Information négative : positions impossibles.
- Relations telles que gauche / droite : notions intuitivement opposées mais pas la négation l'une de l'autre.
- Autres exemples : loin / proche, etc.
- Indétermination (neutralité, indifférence).



information positive μ_C



information négative μ_F

$$\forall x, \mu_C(x) + \mu_F(x) \leq 1$$

Morphologie floue bipolaire

- Importance de la bipolarité pour la représentation et le traitement de l'information spatiale.
- Pas encore exploré.
- Prise en compte de l'imprécision.
- Large utilisation de la morphologie mathématique en traitement d'images.
- Modélisation des relations spatiales dans divers formalismes.
- Cadre algébrique.

⇒ Morphologie mathématique sur des ensembles flous bipolaires

Remerciements

Participants : Elsa Angelini, Jamal Atif, Olivier Colliot, Geoffroy Fouquier, Céline Hudelot, Hassan Khotanlou, Antonio Moreno, Olivier Nempont.

Collaborations :

- CHU : Pitié-Salpêtrière, Sainte-Anne, Necker...
- Laboratoires : LENA (CNRS), LIMSI, IFR 49, universités de Sao Paulo, Bogota...
- Financements : Région Ile-de-France, ParisTech, INCA, ANR...