Diagnostic à base de réseaux bayésiens hiérarchiques[1].

V. Delcroix(1), S. Piechowiak(1), J. Rodriguez(2)

(1) LAMIH UMR CNRS 8530
Université de Valenciennes
59313 Valenciennes Cedex 9, France
Veronique.Delcroix@univ-valenciennes.fr
Sylvain.Piechowiak@univ-valenciennes.fr

(2) INRETS-ESTAS
20, rue Elysée Reclus
59650, Villeneuve d'Ascq, France
Joaquin.Rodriguez@inrets.fr

RÉSUMÉ : *Ce papier présente une méthode utilisant des réseaux bayésiens hiérarchiques pour le diagnostic de dispositifs de taille importante. On décrit un réseau hiérarchisé pour modéliser le dispositif à diagnostiquer. Ce modèle permet de prendre en compte la structure du dispositif mais aussi son comportement en fonction de l'état de ses composants. Nous proposons un algorithme de recherche des meilleurs diagnostics exploitant ces réseaux bayésiens hiérarchiques.*

MOTS-CLÉS : *réseaux bayésiens, diagnostic, raisonnement incertain*

1 Introduction

Le diagnostic d'un dispositif consiste à expliquer et à localiser les causes de son dysfonctionnement. Ce dysfonctionnement se manifeste par des symptômes qui se traduisent par des incohérences entre le comportement observé et le comportement attendu du dispositif.

Les connaissances des pannes des dispositifs très fiables sont difficiles à rassembler du fait de la rareté de leurs défaillances. De ce fait les méthodes classiques de diagnostic fondées sur ce type de connaissances sont mal adaptées. Le diagnostic à base de réseau bayésien exploite les modèles de bon fonctionnement, et peut aussi exploiter les modes de défaillance des composants lorsqu'on les connaît. Dans notre étude, les dispositifs sont décrits par des réseaux bayésiens qui intègrent les probabilités de défaillance des composants et les distributions de probabilités des valeurs aux entrées et aux sorties des composants.

[1] *Ce travail est mené dans le cadre d'une coopération entre le LAMIH, l'INRETS et CSEE-Transport et il est financé par la région Nord-Pas de Calais et le GRRT (Groupe régional de Recherche sur les transports).*

Les approches classiques à base de modèle [REI 87], [DeK 87] ont pour objectif d'expliquer les incohérences entre le comportement observé d'un dispositif et son comportement attendu. Les réseaux bayésiens permettent, eux, d'expliquer toutes les valeurs correspondant aussi bien à des situations de fonctionnement normal qu'à des situations anormales. Ils permettent, par exemple, de répondre à des questions telles que : « Est-il possible que telles observations soient normales ? », « Dans quelle mesure sont-elles compatibles avec le bon fonctionnement du dispositif ? » , etc. Ils trouvent donc des applications non-seulement en diagnostic [ROB 95], mais aussi en vision [HUA 94], en modélisation d'étudiants en phase d'apprentissage [CON 97], dans l'aide à la prescription d'antibiotiques [FRO 99], le « data-mining » ou la prédiction.

Dans les deux premières parties, nous rappelons brièvement en quoi consiste un diagnostic basé sur un réseau bayésien et nous donnons quelques hypothèses de travail. Dans les deux parties suivantes, nous présentons les réseaux bayésiens et leur construction puis nous présentons les réseaux hiérarchiques et leur utilisation pour le diagnostic. Enfin, nous proposons un algorithme de calcul des diagnostics capable d'exploiter un tel réseau hiérarchique.

2 Rappels et hypothèses de travail.

Nous adoptons la définition classique suivante du diagnostic : un *diagnostic* est une affectation d'un mode de fonctionnement à tous les composants constitutifs d'un dispositif de manière cohérente avec les observations. Nous désignerons parfois un diagnostic comme l'ensemble de ses composants défaillants, en sous-entendant que les autres composants fonctionnent correctement. On dira qu'un diagnostic est *minimal* s'il n'existe pas d'autre diagnostic dont les composants défaillants soient un sous-ensemble strict. Un diagnostic est *simple* s'il contient un seul composant défaillant, sinon, c'est un diagnostic *multiple*.

Le diagnostic à base de réseaux bayésiens consiste à rechercher les affectations les plus probables de l'ensemble des variables d'état des composants. Pour cela, on cherche généralement à calculer la probabilité *a posteriori* d'un diagnostic $P(D \mid Obs)$, où D est un diagnostic et Obs l'ensemble des observations sur le dispositif.

La nature des influences prises en compte dans le modèle utilisé pour le diagnostic définit le type des dysfonctionnements qui pourront être localisés lors du diagnostic. Dans notre étude, nous nous sommes limités au diagnostic de circuits combinatoires sans prendre en compte la dimension temporelle. Nous supposons l'indépendance des états des composants des dispositifs. Enfin, nous supposons que les variables sont à valeurs discrètes.

3 Présentation des réseaux bayésiens

3.1 Définition

Un réseau bayésien est un graphe orienté sans cycle dont les nœuds représentent les variables du dispositif. A chaque nœud est associé une distribution de probabilité conditionnelle qui définit la probabilité de la variable pour chacune de ses valeurs, connaissant les valeurs des variables prédécesseurs directs dans le graphe. La donnée de ces probabilités détermine complètement la distribution de probabilité globale sur l'ensemble des variables du graphe. On trouvera une introduction aux réseaux bayésiens dans [CHA 91], [GAA 96], [PEA 93] ou [BN 99].

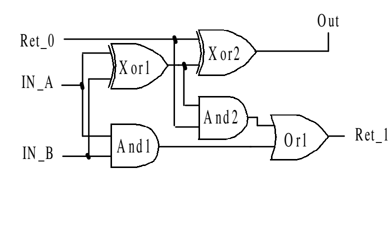
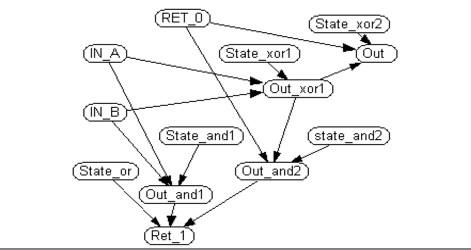
3.2 Probabilités

Avant de rappeler comment exploiter un réseau bayésien, nous rappelons plusieurs notations et définitions importantes. On note *P(X)* la *distribution de probabilités* de *X*, c'est à dire l'ensemble des probabilités $P(X{=}x_i)$ où les x_i sont les valeurs possibles de *X*. Ces valeurs sont mutuellement exclusives. L'ensemble des valeurs d'une variable doit être exhaustif : $\sum_i P(X = x_i) = 1$. On dit que *P(X)* est une probabilité *a priori* : elle est donnée sans information sur les autres variables. On note $P(X|Y)$ la *distribution de probabilité conditionnelle* de *X sachant Y*, c'est à dire l'ensemble des probabilités $P(X{=}x_i\,|\,Y{=}y_i)$. Il s'agit d'une probabilité *a posteriori* car elle prend en compte l'information $Y{=}y_i$. On a aussi $\sum_i P(X = x_i | Y = y_k) = 1$. Le calcul des probabilités a posteriori est fastidieux : il repose sur la règle de Bayes qui met en relation les probabilités a posteriori avec les probabilités a priori et les probabilités conditionnelles; *Obs* désigne l'ensemble des observations; ce sont des variables dont la valeur est connue avec certitude :

$$P(X = x_k \,|\, Obs) = \frac{P(Obs | X = x_k) \cdot P(X = x_k)}{\sum_i P(Obs | X = x_i) \cdot P(X = x_i)} \qquad (1)$$

3.3 Exemple de réseau bayésien

Dans ce paragraphe, nous donnons l'exemple d'un réseau bayésien (Figure 2) qui modélise un additionneur un bit (figure 1). A chaque composant de ce dispositif est associé un nœud dans le réseau bayésien pour représenter son état. Les autres variables sont associées aux entrées-sorties et aux variables intermédiaires.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Figure 1 : Circuit d'un additionneur un bit</td>
<td>Figure 2 : Graphe du réseau bayésien pour l’additionneur un bit</td>
</tr>
</table>

La définition complète du réseau bayésien inclut la description des valeurs possibles pour chaque nœud et les distributions de probabilité locales. Les nœuds représentant les états des composants ont, par exemple, quatre valeurs possibles : *ok, stuck0, stuck1, ab.*

3.4 Elaboration du modèle

L’élaboration du réseau bayésien se fait en deux étapes : la construction de la structure du graphe puis la définition des probabilités. La structure d’un réseau bayésien est un graphe orienté sans cycle dont les nœuds représentent deux types de variables :

- les variables associées aux états des composants. Leurs valeurs sont, dans la version minimale, « état normal» et « état anormal ». D’autres valeurs sont possibles si les composants ont plusieurs modes de fonctionnement correct ou plusieurs mode de dysfonctionnement.
- celles associées aux entrées et sorties des composants. Elles peuvent être inter-dépendantes.

La structure complète d’un réseau bayésien s’obtient par l’assemblage de réseaux bayésiens élémentaires qui modélisent chaque composant (Figure 3).

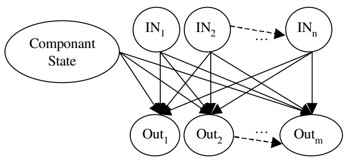


Figure 3 : Graphe du réseau bayésien d’un composant

Une distribution de probabilité est attribuée à chaque variable. Pour les nœuds sans prédécesseur, il s'agit une distribution de probabilité a priori. Pour les autres nœuds, c'est une distribution de probabilité conditionnelle par rapport aux prédécesseurs immédiats. Dans la Figure 3, la distribution de probabilité attachée au nœud Out_1 est $P(Out_1 \mid$ *« Componant State »*, $IN_1, IN_2, \ldots IN_n)$. Ces distributions de probabilité décrivent exactement le comportement des composants. Inversement, si on dispose d'une description complète des comportement normaux et défaillants des composants, par exemple sous forme de règles, ou de tables de vérité, on en déduit sans difficulté les tables des probabilités. Sans informations sur le(s) mode(s) de défaillance, on peut supposer que les valeurs de sorties sont équiprobables. Lorsque l'état d'un composant est défaillant, les dépendances entre les variables ne sont pas déterministes.

4 Le modèle hiérarchique

Le traitement de dispositifs de grande taille ou complexes pose des problèmes. Certains d'entre eux sont liés à la complexité temporelle des algorithmes de recherche des diagnostic. Cette complexité est généralement exponentielle par rapport au nombre de nœuds du réseau. D'autres facteurs tels que le degré de connexité du réseau ou le nombre des valeurs pour les nœuds à valeurs discrètes influencent également cette complexité. Pour remédier à ce problème, on peut construire un réseau hiérarchique et adapter les algorithmes pour tirer profit de cette hiérarchisation.

4.1 Utilisation du modèle hiérarchique pour le diagnostic

Chaque niveau correspond à un ensemble de réseaux bayésiens qui définissent les sur-composants du niveau supérieur. Le niveau 0 (le plus détaillé) correspond au niveau de réparation. Il est constitué des réseaux bayésiens élémentaires des composants de base.

Cette hiérarchisation permet d'établir un diagnostic par étapes en se focalisant progressivement sur les sur-composants désignés comme défaillants. Le schéma ci-dessous résume notre démarche, depuis la conception du réseau bayésien jusqu'à son utilisation pour le diagnostic.

Le modèle comportemental est construit par décomposition du dispositif en sur-composants qui sont interconnectés. Le dispositif de chaque sur-composant est à son tour décomposé jusqu'au niveau de réparation souhaité. A ce niveau, on définit les réseaux bayésiens élémentaires des composants de base. On les assemble ensuite et on utilise le réseau ainsi obtenu pour définir la structure et les probabilités du réseau bayésien élémentaire du sur-composant correspondant. Ce procédé est répété jusqu'à obtenir un modèle du niveau le plus général qui sera utilisé pour la première étape du diagnostic.

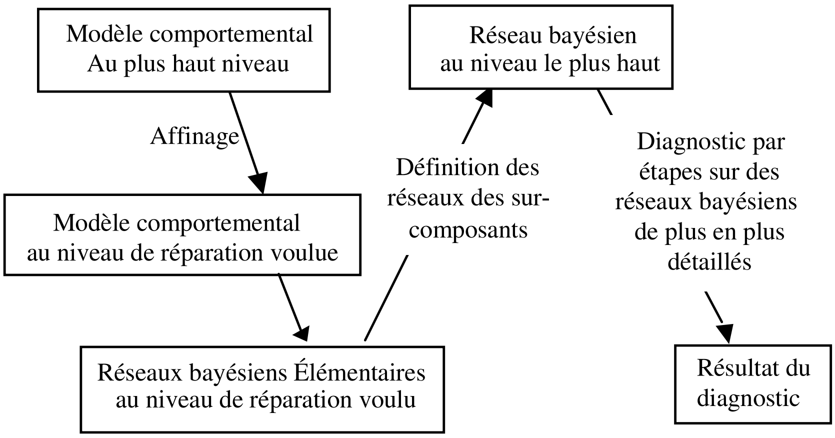


Figure 4 : Conception et utilisation du modèle

4.2 Exemple de réseau hiérarchique

Nous suivons le schéma de la Figure 4 sur un exemple détaillé. Considérons le dispositif composé de trois multiplieurs et de deux additionneurs de la figure 5. Chaque composant arithmétique est construit à partir de portes logiques de base (et, ou, …). Supposons enfin que l'on souhaite obtenir des diagnostics non pas au niveau des composants arithmétiques mais au niveau des composants logiques. Vu sous cet angle, ce dispositif devient complexe. Il contient quelques centaines de composants logiques si on considère des nombres entiers sur 2 octets.

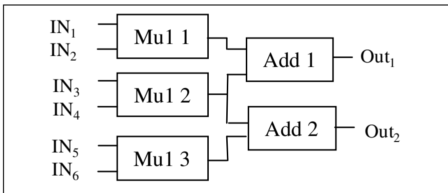


Figure 5 : Description du dispositif (niveau 2)

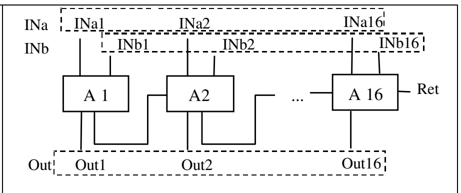


Figure 6 : Description de l'additionneur 16 bits (niveau 1)

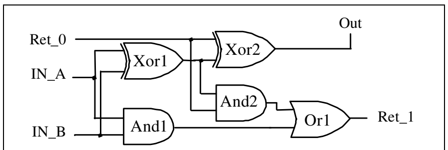


Figure 7 : Description de l'additionneur 1 bit (niveau 0)

A ce niveau apparaissent seulement deux types de (sur)-composants : les additionneurs et les multiplieurs. Le dispositif d'un additionneur 16 bits est décrit Figure 6.

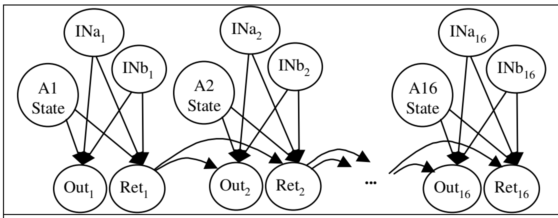


Figure 8 : Réseau bayésien du dispositif composant d'un additionneur 16 bits

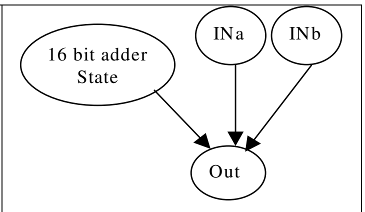


Figure 9 : Réseau bayésien élémentaire de l'addition-neur 16 bits

Au niveau 1, le dispositif contient 16 additionneurs un bit. Les entrées et sorties INa_1,... INb_{16}, Out_1, ... Out_{16} et *Ret* sont des booléens. La description d'un additionneur 1 bit est donnée Figure 7. Ses composants appartiennent au niveau de réparation (niveau 0).

La construction des réseaux bayésiens commence au niveau de réparation (cf Figure 2 pour l'additionneur un bit). On utilise les variables et les probabilités de ce modèle pour définir le réseau bayésien élémentaire du sur-composant additionneur un bit. Seize instances de ce réseaux sont ensuite assemblées pour constituer le modèle d'un additionneur 16 bits (Figure 8). De nouveau, on utilise ce modèle pour définir les caractéristiques du réseau bayésien élémentaire du sur-composant de niveau supérieur (Figure 9). Une fois assemblés, les réseaux élémentaires des deux additionneurs et des trois multiplieurs définissent le modèle qui sera utilisé pour la première itération de la recherche de diagnostics.

5 Elaboration d'un diagnostic

Lors du dysfonctionnement d'un dispositif, on dispose d'un ensemble d'observations qui révèlent un dysfonctionnement : elles sont incompatibles avec l'état normal du dispositif. Le problème est de déterminer les diagnostics les plus probables pour ces observations.

5.1 Définitions et notations probabilistes

Voici quelques notations et la traduction de plusieurs notions en terme de probabilités :

- $\mathfrak{C}$: l'ensemble des composants du dispositif
- $\mathfrak{C}_K$: un sous-ensemble de $\mathfrak{C}$: $\mathfrak{C}_K = \{C_k \in \mathfrak{C}, k \in K\}$ *et* $\mathfrak{C}_{NK}$ est son complémentaire
- *ab*($\mathfrak{C}_K$) : l'événement « tous les composants de $\mathfrak{C}_K$ sont dans l'état *anormal* »
- *ok*($\mathfrak{C}_K$) : l'événement « tous les composants de $\mathfrak{C}_K$ sont dans l'état *normal*»

- D_K *: le diagnostic* $ab(\mathfrak{C}_K) \wedge ok(\mathfrak{C}_{NK})$
- $P_{DK} = P(D_K \mid Obs)$ *:* la probabilité a posteriori du diagnostic.
- *Obs* : un ensemble d'observations (affectations de variables du dispositif).
- P_C : la probabilité de défaillance a posteriori du composant C : $P_C = P(ab(C) \mid Obs)$

Un ensemble d'observations est dit *incompatible* avec l'état normal du dispositif lorsque $P(OK(\mathfrak{C}), Obs) = 0$. Dans ce cas, les observations révèlent un dysfonctionnement du dispositif car elles signifient qu'au moins un composant est dans l'état anormal. Soit *Obs* un tel ensemble d'observations et *D* un ensemble d'affectations des états de tous les composants; on rappelle qu'un *diagnostic* est une affectation de tous les états des composants *consistante* avec les observations [DeK 87], [DAR 95]. Ce qui se traduit par : *D* est un *diagnostic* pour *Obs* si $P(D \mid Obs) > 0$.

5.2 Les meilleurs diagnostics au moindre coût

Le nombre de diagnostics potentiels pour un dispositif de n composants est 2^n. Nous ne nous intéressons qu'aux diagnostics minimaux, ce qui est pertinent si on suppose qu'un diagnostic minimal est plus probable qu'un diagnostic non minimal qui l'inclut. Ainsi, si un composant constitue un diagnostic simple, on peut écarter tous autres diagnostics (multiples) qui le concernent. En revanche, un même composant peut appartenir à plusieurs diagnostics multiples.

Lorsque les probabilités de défaillance a priori sont équiprobables, les pannes simples sont les plus probables a priori. Nous considérons ici le cas général et il est donc possible qu'une panne double soit plus probable qu'une pane simple. Cependant, nous commençons par la recherche des diagnostics simples les plus probables avant de rechercher les diagnostics multiples. Cet ordre des calculs et l'approche par granularité variable permettent une utilisation "anytime" de l'algorithme.

5.3 Estimer la probabilité a posteriori des diagnostics

Le calcul direct de la probabilité a posteriori d'un diagnostic par le réseau bayésien est extrêmement coûteux. En effet, la propagation dans le réseau des observations ne permet pas d'obtenir la probabilité conjointe $P_{DK} = P(ab(\mathfrak{C}_K) \wedge ok(\mathfrak{C}_{NK}) \mid Obs)$. Pour un diagnostic simple, il faudrait pouvoir calculer $P_{DK} = P(ab(C_k) \wedge ok(Ci)$ *pour tout* $i \neq k \mid Obs)$, *i.e.*

$$P_{DK} = P(\,ab(C_k)\,|\,Obs).\prod_{\mathrm{i}\neq \mathrm{k}} P(ok(C_i)\,|\,ab(C_k) \wedge ok(\mathrm{C_j}) \text{ pour tout } \mathrm{j} < i)\,.$$

Ce calcul nécessite d'effectuer autant de propagations qu'il y a de composants en bon état. Une autre solution consiste à ajouter un nœud au réseau bayésien qui aurait pour parents tous les nœuds états des composants et pour valeurs toutes les combinaisons possibles de diagnostics (simples ou multiples). Ceci n'est pas envisageable dès que le nombre de composants devient important.

Les approches proposées dans [KOH 98], [DeK 91] pour évaluer les probabilités a posteriori des diagnostics n'utilisent pas les réseaux bayésiens. Ici, nous faisons un calcul approché de la probabilité a posteriori des diagnostics à partir des probabilités de défaillance a posteriori *de chaque composant.* Pour cela, nous supposons l'assertion suivante : étant donnés un dispositif, un ensemble d'observations *Obs* incompatibles avec l'état normal de tous les composants, et D_K un diagnostic minimal pour *Obs* : *« Le fait d'observer un comportement anormal du dispositif (Obs) et de savoir en même temps que les composants responsables de ce comportement sont défaillants (ab($\mathfrak{C}_K$)), ce fait ne modifie pas notre opinion sur l'état des autres composants (ok($\mathfrak{C}_{NK}$))».* Ceci revient à approcher $P(ok(\mathfrak{C}_{NK}) \mid ab(\mathfrak{C}_K), Obs)$ par $P(ok(\mathfrak{C}_{NK}))$ et donne une approximation de P_{DK}. En multipliant par $P(ab(\mathfrak{C}_K) \mid Obs)$, on a :

$$P_{DK} \cong P(ab(\mathcal{C}_K) \mid Obs) \cdot \prod_{C_k \in \mathcal{C}_{NK}} P(ok(C_k)) \cdot$$

Dans le cas d'un diagnostic simple on a : $P_{Di} \cong P_{Ci} \cdot \prod_{k \neq i} P(ok(C_k)) \cdot$

Cette approximation peut être exploitée à deux niveaux pour limiter les calculs dans un algorithme de recherche des diagnostics.

Le premier niveau consiste à ordonner les composants dans une liste LCS, en plaçant devant les composants les plus suspects. Cet ordre se fait selon les valeurs décroissantes de P_D avec $D = ab(C) \wedge ok(\mathfrak{C} - \{C\})$. Ce premier niveau ne permet pas de savoir si un composant appartient un diagnostic simple ou multiple, ou à aucun. Plusieurs auteurs tels que [DeK 91] et [KOH 98] ordonnent les composants en utilisant leur probabilité de défaillance a priori. Cette approche comporte le risque d'éliminer des composants appartenant à des diagnostics intéressants (probables). Pour diminuer ce risque, [SRI 94] considère les probabilités de défaillance a posteriori P_C de chaque composant.
La solution que nous proposons va plus loin et consiste à classer les composants par ordre décroissant du produit $P_C \times P(ok(\mathfrak{C} - \{C\}))$. Ce classement des composants permet de placer en tête de liste les composants appartenant le plus probablement à un diagnostic, qu'il soit simple ou multiple. Il tient compte à la fois de la probabilité de défaillance a posteriori du composant et des autres composants.

Le second niveau d'utilisation de l'approximation consiste à calculer les diagnostics minimaux (simples et multiples) et de les classer par ordre décroissant de probabilité a posteriori. Pour cela, on traite d'abord les diagnostics simples et ensuite les diagnostics multiples :

- on repère les composant de LCS qui constituent à eux seuls un diagnostic simple. Ces composants ne peuvent appartenir à d'autres diagnostics.
- les composants restants sont traités pour construire des diagnostics de taille croissante. La probabilité a posteriori des diagnostics est calculée grâce à

l'approximation ci-dessus. La recherche de chaque nouveau diagnostic nécessite une exécution de l'algorithme d'inférence sur le réseau bayésien.

5.4 Algorithme de diagnostic à l'aide de réseaux bayésiens

L'algorithme calcule et ordonne des diagnostics simples et multiples pour un dispositif modélisé par des réseaux bayésiens hiérarchiques. Il nécessite de connaître un ensemble d'observations qui révèle la défaillance du dispositif. La procédure principale calcule les diagnostics à tous les niveaux de détail. A chaque niveau, on détermine les composants suspects, on calcule les diagnostics simples, puis les diagnostics multiples. La liste des composants suspects est triée et tronquée de façon à réaliser ensuite la recherche des diagnostics sur un ensemble restreint de composants. De ce fait, certains diagnostics très peu probables peuvent ne pas être calculés. Le tri des diagnostics est une heuristique puisqu'il repose sur une estimation des probabilités a posteriori des diagnostics.

Les deux états possibles d'un composant C, notés ok(C) et ab(C), avec ab(C) = ¬ok(C) peuvent se déclinés en plusieurs états, dans la réalité comme dans le réseau bayésien.

Lorsque le dispositif est hiérarchisé, le diagnostic est d'abord effectué au niveau le plus général. Tant que le niveau de réparation du dispositif n'est pas atteint, le processus de diagnostic est répété sur les réseaux bayésiens de niveaux inférieurs des sur-composants retenus. Des composants au niveau de réparation peuvent apparaître à tous les niveaux de détail.

Dans les algorithmes suivants on désigne par *BN* le réseau bayésien du dispositif et par *Obs* l'ensemble des observations. On rappelle que $P_C = P(\ ab(C)\ |Obs)$ et $P_D = P(D\ |Obs)$

DiagnosticTousNiveaux(BN, Obs, p, LD)

p (donnée) est la taille maximale des diagnostics pour un niveau donné ; *LD* (résultat) est la liste ordonnée des diagnostics pour *Obs* avec leur probabilité a posteriori et *LCS* est la liste des composants suspects au niveau traité avec leurs probabilités P_C et $P_{\{C\}}$

1. $LD = \{\};$ $\mathfrak{C}$ = ensemble des composants de BN
2. ***ComposantsSuspects****(BN, Obs,* $\mathfrak{C}$*, LCS)*
3. ***Diagnostics*** *(BN, Obs, LCS, p, LD)*
4. Pour tout composant *C* d'un diagnostic dans *LD* n'appartenant pas au niveau de réparation,
   a) Soit BN_C, le réseau bayésien décrivant *C*
   b) Définir Obs_C : les observations au niveau de BN_C.
   c) ***DiagnosticsTousNiveaux****(*BN_C *,* Obs_C *, p ,* LD_C*)*

Dans la liste *LD,* remplacer les diagnostics $D=\{C,C',\ldots\}$ par les éléments du produit cartésien $LD_C \times \{C'\} \times \ldots$ et attribuer à chaque nouveau diagnostic la probabilité $P_D . P_{Dc}$ où $P_{Dc} = P(Dc\ |Obs_c)$ et $Dc \in LD_C$ ♦

ComposantsSuspects(BN, Obs, $\mathfrak{C}$, LCS)
$\mathfrak{C}$ (donnée) est l'le des composants à considérer (cibles) ; *LCS* (résultat) est la liste triée des composants *C* suspects et des probabilités P_C et $P_D = P_{\{C\}}$.
1. *LCS = {}*
2. Pour tous les composants C ∈ $\mathfrak{C}$, calculer P_C :
   a) Entrer les observations *Obs* dans le réseau bayésien
   b) Propager les observations dans *BN* avec comme cibles les états des composants de $\mathfrak{C}$.
3. Estimer les probabilités a posteriori $P_D \cong P_C \cdot \prod_{C' \neq C} P(ok(C'))$

Ordonner les composants par P_D décroissant et ne conserver dans LCS que les composants du début de la liste ainsi que leurs probabilités P_C et P_D ♦

Diagnostics(BN, Obs, LCS, p, LD)
LCS (donnée) est la liste des composants suspects *C* et des probabilités P_C et $P_D = P_{\{C\}}$;
p (donnée) st la profondeur, c'est la taille maximale des diagnostics
LD (résultat) est la liste triée des diagnostics *D* pour *Obs* et de leur probabilité a posteriori P_D.
LCSM ⊂ *LCS* : liste des composants *C* susceptibles d'appartenir à des diagnostics multiples et leur probabilités P_C et $P_{\{C\}}$.
LCS_C : liste des composants suspects (dans LCS) sachant le composant C défaillant.
LCD : 1[er] composant d'un diagnostic incomplet et sa probabilité de défaillance a posteriori.
1. Pour tout composant *C* dans *LCS*, Tester si *{C}* est un diagnostic simple :
   a) ajouter dans *BN* les observations *ab(C)* et ok*(C')* pour tous les composants *C' ≠ C*.
   b) Lors de l'ajout des observations,
      Si *BN* détecte que ces observations sont incohérentes, (C ne suffit pas à les expliquer)
      Alors ajouter *C* à *LCSM* ainsi que les probabilités P_C .
      Sinon ajouter *{C}* et la probabilité $P_{\{C\}}$ à la liste triée *LD.*
2. Pour tous les composants C dans *LCSM,* calculer les diagnostics multiples contenant C :
   a) $Obs_C = Obs \cup ab(C)$.
   b) ***ComposantsSuspects****(BN, Obs_C, LCS, LCSc)*
   c) *LCD* = {C} et sa proba P_C.
   d) ***CompléterDiagnMult****(BN, Obs, LCSM, p, LCD, LCSc, LD)* ♦

CompléterDiagnMult(BN, Obs, LCSM, p, LCD, LCS_D, LD)
LCSM : (donnée) liste des composants suspects pour les diagnostics multiples.
p : (donnée) profondeur : taille maximale des diagnostics.
LCD : (donnée) liste des composants d'un diagnostic incomplet, avec pour chaque $Ci \in LCD$, $P(ab(Ci) \mid ab(C_J), Obs)$ où $C_J = \{Cj \in LCD, j < i\}$.
LCS_D : (donnée) composants susceptibles de compléter *LCD* et $P(ab(C) \mid ab(LCD), Obs)$.
LCD' : *LCD* complétée par un composant *C'*.
LD : (résultat) liste triée des diagnostics complétée par les diagnostics multiples incluant LCD
Pour chaque composant *C'* dans LCS_D ,
1. soit $LCD' = LCD \cup \{C'\}$, et *LCD'* mémorise aussi $P(ab(C') \mid ab(LCD), Obs)$, calculé pour les composants de LCS_D dans *ComposantsSuspects*.
2. tester si *LCD'* est un diagnostic pour Obs :
 a) Entrer $Obs \cup ab(LCD') \cup OK(\mathfrak{C} \setminus LCD')$ dans le réseau bayésien
 b) Lors de l'ajout des observations,
 si *BN* détecte que ces observations sont incohérentes, (*LCD'* ne suffit pas à les expliquer)
 Alors (chercher à compléter LCD') :
 $Obs_{LCD'} = Obs \cup ab(LCD')$
 ComposantsSuspects*(BN, $Obs_{LCD'}$,LCSM, $LCS_{LCD'}$)*
 CompléterDiagnMult*(BN, Obs, LCSM, p, LCD', $LCS_{LCD'}$, LD)*
 Sinon, *LCD'* est un diagnostic pour Obs :
 Calculer sa proba a posteriori avec $C_J = \{Cj \in LCD, j < i\}$

$$P_{LCD'} = \prod_{C_i \in LCD'} P\left(ab(C_i) \; \middle| ab(C_J), Obs\right) \cdot \prod_{C_k \notin LCD'} P\left(ok(C_k)\right)$$

Ajouter *LCD'* et la probabilité $P_{LCD'}$ à la liste triée *LD* ♦

6 Comparaisons et discussions

D'une façon générale, dans la littérature, les auteurs cherchent à calculer ou à estimer les probabilités a posteriori en utilisant la règle de bayes, à partir des probabilités a priori de défaillance des composants. Pour évaluer les probabilités conditionnelles nécessaires au calcul ou pallier à leur manque, différentes approches sont utilisées.

Dans [LL 89] on trouve une description de l'utilisation de la théorie de Shafer-Dempster dans un ATMS (assumption based truth maintenance system). Cette approche utilise la logique propositionnelle et est étendue dans [KOH 98]. Ces derniers utilisent une description logique du dispositif en plus des probabilités de défaillance des composants pour calculer la probabilité a posteriori d'un diagnostic candidat.

Dans [SRI 95], l'auteur définit la notion de réseau bayésien élémentaire de manière proche de la notre. Cependant, il considère que l'ensemble des probabilités de défaillances a posteriori constitue le diagnostic. Dans [SRI 94], l'auteur détaille comment construire un réseau bayésien sur plusieurs niveaux. Il passe d'un niveau de détail à un autre en substituant le sous-réseau d'un composant par son réseau bayésien élémentaire. Notre approche diffère en ce que nous utilisons une série de réseaux bayésiens à chaque niveau alors que Srinivas transforme un même réseau.

Dans [DeK 90], l'auteur utilise les probabilités pour sélectionner les meilleurs diagnostics parmi ceux calculés, mais elles n'interviennent pas dans l'élaboration des diagnostics. Dans [DeK 91], les diagnostics sont générés un à un par ordre de probabilité a priori décroissante puis, un ATMS (Assumption Truth Maintenance System) hybride est utilisé pour générer les prédictions et les conflits relatifs au diagnostic traité, ce qui permet d'évaluer la probabilité a posteriori. Pour limiter les composants suspectés, De Kleer calcule les probabilités a priori des diagnostics multiples en utilisant les probabilités de défaillance a priori des composants. Le calcul des probabilités a posteriori ne sera fait que pour ces composants. L'auteur propose plusieurs choix pour limiter la recherche des diagnostics. Ces méthodes peuvent être utilisées dans notre procédure de sélection des composants suspects mais sur une estimation de la probabilité a posteriori des diagnostics simples et non les probabilités a priori.

La méthode de De Kleer permet d'obtenir un nombre "raisonnable" de diagnostics possibles; mais le risque d'éliminer certains diagnostics plus probables que les autres a posteriori reste présent. Ce risque est écarté de notre algorithme car nous utilisons les probabilités a posteriori et en tenant compte de tous les composants.

Les travaux présentés dans [POO 96] visent à estimer les probabilités a posteriori dans un réseau bayésien discret. Pour cela, le réseau est simulé avec ses valeurs "normales" (celles dont la probabilité a priori est proche de 1). Lorsque les valeurs prédites contredisent les observations, la simulation se poursuit avec différentes valeurs pour les variables des conflits (définis dans [REI 87]). Ces simulations donnent lieu à différents "univers" possibles à partir desquels sont estimées les probabilités a posteriori des diagnostics.

Dans [DAR 95], l'influence des variables du dispositif les unes par rapports aux autres est modélisée par un réseau bayésien. Ce réseau ne modélise pas l'état des composants mais seulement les variables du dispositif. Il sert à calculer les conséquences des observations sous forme d'une expression booléenne dont les termes sont du type « $ab(C_i)$ » qui signifie que le composant C_i est dans un état défaillant (abnormal). Cette expression est représentée sous forme d'un arbre « et-ou ». Il sert à évaluer les diagnostics « préférés » en utilisant un coût pour chaque littéral « $ab(C_i)$ ».

7 Conclusion et Perspectives

Bien que de nombreux articles utilisent des informations probabilistes pour le diagnostic, l'ensemble des techniques disponibles n'avait jamais été réuni pour décrire le cheminement complet de la réalisation d'un diagnostic entièrement à l'aide de réseaux bayésiens.

Nous avons présenté un algorithme pour obtenir les diagnostics simples ou multiples par ordre décroissant de probabilité. L'ordre des diagnostics obtenus dépend de l'approximation que nous faisons pour évaluer les probabilités a posteriori des diagnostics. En pratique, notre hypothèse est d'autant mieux vérifiée que le diagnostic concerné est plus probable. L'ordre des diagnostics obtenus par notre algorithme est donc fiable pour les diagnostics les plus probables (ce qui est l'essentiel, d'un point de vue pratique).

L'étude doit maintenant se poursuivre pour cerner les limites de la proposition, sur la nature des dispositifs considérés, leur taille et autres caractéristiques. D'autre part, la possibilité de traiter des « évidences incertaines » est une perspective intéressante. Cela permet de prendre en compte certains problèmes d'acquisition des observations (par ex. la mauvaise vision d'un témoin lumineux).

Nous envisageons d'appliquer notre approche sur un cas réel de grande taille et de comparer avec une approche à base de modèle [LEF 00]. Cela permettra de mesurer l'apport de l'information probabiliste sur le diagnostic et le coût de cette méthode. Il est à noter qu'il n'existe pas actuellement de travaux pour prédire la vitesse des algorithmes d'inférence. Ce traitement dépend fortement de la structure du réseau bayésien.

8 Réferences

[BN 99] A. Becker, P. Naim, Les réseaux bayésiens, Modèlegraphique de connaissance, *Eyrolles*, 1999.

[CHA 91] E. Charniak, Bayesian Networks Without Tears, *AI Magazine*, **12**(4), 50-63, 1991.

[CON 97] C. Conati, A.S. Gertner, K. Van Lehn, M.J. Druzdzel, On-line student modeling for coached problem solving using Bayesian networks. In Proceedings of UM97, 6th International Conference on User Modeling, 231-242, 1997.

[DAR 95] A. Darwiche, Model-based Diagnosis using Causal Networks, *In Proceedings of the 14th IJCAI*, 211-217, 1995.

[DeK 87] J. De Kleer and B.C. Williams, Diagnosing multiple faults. *A.I.*, **32**(1), 97-130, 1987.

[DeK 90] J. De Kleer. Using crude probability estimates to guide diagnosis. *Artificial Intelligence,* **45**:381-391, 1990.

[DeK 91] J. De Kleer. Focusing on probable diagnoses. *Proc. 9th National Conf. On AI,* 842-848, 1991.

[FRO 99] V. Froidure, R. Beuscart, H. Bezzazi, C. Beuscart, Un réseau bayésien pour la prescription d'antibiotiques dans le cas des infections urinaires, *Innovations Technologiques Biologie et Médecine, ITBM*, **20**(6), 307-318, 1999.

[GAA 96] L. C. van der Gaag, Bayesian Belief Network: Odds and Ends, *The Computer Journal*, **39**(2), 97-112, 1996.

[GP 87] H. Geffner and J. Pearl. An improved constraint propagation algorithm for diagnosis. *In Proceedings of the 10th IJCAI*, pp 1105-111, Milan, Italy, 1987.

[HUA 94] T. Huang, D. Koller, J. Malik, G. Ogasawara, B. Rao, S. Russell, J. Weber, Automatic symbolic traffic scene analysis using belief networks, *AAAI*, 966-972, 1994.

[KOH 98] J. Kholas, B. Anrig, R. Haenni and P.A. Monney. Model based diagnostics and probabilistic assumption-based reasoning. *Artificial Intelligence* **104**:71-106, 1998.

[LEF 00] F. Lefebvre, *Contribution à la modélisation pour le diagnostic des systèmes complexes : application à la signalisation des lignes à grande vitesse*, Thèse en automatique, Univ. de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, INRETS, CSEE-Transport, juin 2000.

[LL 89] K. Laskey and P. Lehner. Assumption, beliefs and probabilities. *Artificial Intelligence,* **41** :65-77, 1989.

[LD 99] Y. Lin and M. J. Druzdzel. Relevance-based incremental belief updating in bayesian networks. *IJ. Pattern Recognition and Artificial Intelligence,* **13** :285-295, 1999.

[PEA 91]J. Pearl, Probabilistic reasoning in Intelligent Systems : networks of plausible Inference, 2nd ed., Morgan kaufmann, San Mateo, CA, 1991.

[PEA 93]J. Pearl, Belief Network revisited, *Artificial Intelligence*, **59**(1-2), 49-56, 1993.

[POO 96] D. Poole. Probabilistic conflicts in search algorithm for estimating posterior probabilities in Bayesian networks. *A.I.*, **88**, 69-100, 1996.

[REI 87] R. Reiter, A theory of diagnosis from first principle. *A.I.*, **32**(1), 57-95, 1987.

[ROB 95] LM. Roberts, CE. Kahn Jr, P. haddawy, Development of a bayesian network for diagnosis of breast cancer, *IJCAI*, 1995.

[SRI 94] S. Srinivas. A probabilistic approach to hierarchical model-based diagnosis. *10th conf. on UAI, 538-545, Seattle,* 1994.

[SRI 95] S. Srinivas. Modeling techniques and algorithms for probabilistic model-based diagnosis and repair. *Ph.D. dissertation*, Knowledge systems laboratory, Stanford University, 1994.

9 Annexe

Nous donnons ici une autre formulation de notre hypothèse pour le calcul d'une approximation de la probabilité a posteriori d'un diagnostic P_{DK} en fonction des probabilités de défaillance a posteriori des composants. Soit un dispositif, un ensemble d'observations *Obs* incompatibles avec le bon état de tous les composants, et D_K un diagnostic minimal pour *Obs*. Dans ce contexte nous exprimons l'assertion suivante : « Sachant que tous les composants dans D_K sont défaillants, le fait d'apprendre que tous les autres composants sont en bon état ne modifie pas (ou très peu) mon opinion sur les chances d'observer Obs. » Ce qui se traduit par l'approximation : $P(Obs|ab(\mathfrak{C}_K)) \cong P(Obs \mid ok(\mathfrak{C}_{NK}), ab(\mathfrak{C}_K))$.

Par définition : $P_{DK} = P(ab(\mathfrak{C}_K),ok(\mathfrak{C}_{NK}) \mid Obs)$,

d'où: $P_{DK} = P(ab(\mathfrak{C}_K)/ok(\mathfrak{C}_{NK}),Obs)\times P(ok(\mathfrak{C}_{NK}) \mid Obs)$

D_K est un diagnostic minimal pour Obs on a donc : $P(ab(\mathfrak{C}_K)/OK(\mathfrak{C}_{NK}),Obs)=1$

La règle de Bayes permet de déduire:

$P_{DK} = P(Obs|OK(\mathfrak{C}_{NK}))\times P(OK(\mathfrak{C}_{NK})) / P(Obs)$

En décomposant on a :

$$P(Obs|ok(\mathfrak{C}_{NK})) = P(Obs|ok(\mathfrak{C}_{NK}),ab(\mathfrak{C}_K))\times P(ab(\mathfrak{C}_K)/ok(\mathfrak{C}_{NK})) + P(Obs|ok(\mathfrak{C}_{NK}),\neg ab(\mathfrak{C}_K))\times P(\neg ab(\mathfrak{C}_K)|ok(\mathfrak{C}_{NK}))$$

De nouveau, le 2ème terme est nul car D_K est un diagnostic minimal pour *Obs*. Les états des composants étant indépendants entre eux, on déduit :

$P(ab(\mathfrak{C}_K) / ok(\mathfrak{C}_{NK})) = P(ab(\mathfrak{C}_K))$.

Avec l'approximation $P(Obs \mid ab(\mathfrak{C}_K)) \cong P(Obs \mid ok(\mathfrak{C}_{NK}), ab(\mathfrak{C}_K))$,

on obtient : $P_{DK} \cong P(Obs|ab(\mathfrak{C}_K))\times P(ab(\mathfrak{C}_K))\times P(ok(\mathfrak{C}_{NK}))/P(Obs)$

Par la règle de Bayes , on a : $P_{DK} \cong P(ab(\mathfrak{C}_K)|Obs)\times P(ok(\mathfrak{C}_{NK}))$

Les états des composants sont a priori indépendants, d'où :

$$P_{DK} \cong P(ab(C_K)|Obs \times \prod_{k\in K} P(ok(C_k))$$

Ce qui donne, dans le cas d'un diagnostic simple :

$$P_{Di} \cong P_{Ci} \times \prod_{k\neq i} P(ok(C_k))$$