Modification possibiliste de connaissances et de préférences

Salem Benferhat, Didier Dubois, Souhila Kaci, Henri Prade
Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (I.R.I.T.)–C.N.R.S.
Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne 31062 TOULOUSE Cedex 4, FRANCE
E-mail:{benferhat, dubois, kaci, prade}@irit.fr

Résumé *La fusion d'informations provenant de plusieurs sources est un problème où la prise en compte de niveaux de certitude explicites facilite le traitement des informations contradictoires. Les auteurs ont développé récemment une approche générale pour la fusion de bases propositionnelles avec priorités explicites où ces dernières sont représentées dans le cadre de la logique possibiliste. Il a d'ailleurs été montré que ce cadre permet de retrouver des approches sémantiques récemment proposées pour la fusion des bases propositionnelles classiques. Après avoir rappelé le cadre général formel de la fusion de connaissances ou de préférences en logique possibiliste (aux plans sémantique et syntaxique), cet article discute les classes d'opérateurs conjonctifs et disjonctifs et illustre leur usage sur un exemple. Différentes formes de révision à l'arrivée d'une nouvelle information sont analysées dans le cadre possibiliste, et on met en évidence que la révision peut être vue comme une fusion avec normalisation (pour rétablir la cohérence). Enfin différentes modifications de distributions de possibilité, au delà de la fusion et de la révision, prenant en compte des niveaux de fiabilité ou d'acceptabilité sont introduites, et l'utilisation de certaines formes de modifications est illustrée sur un exemple de marchandage entre deux agents.*

1 Introduction

La fusion d'informations provenant de différentes sources est un problème important dans de nombreux domaines comme la robotique, les bases de données, la sécurité informatique, etc [Ba 92, Ch 98, Li 96a, Cu 00b]. Le but de la fusion est d'extraire de chacune des bases le maximum d'informations fournies par les sources. Ainsi, si les différentes bases réunies sont cohérentes, leur intégration consiste simplement à prendre leur union. Cependant, les informations sont souvent en partie contradictoires, et prendre simplement l'union des bases dans ce cas n'est pas approprié. La fusion peut également porter sur les préférences, ou sur les buts poursuivis par différents agents. La fusion a alors, en général, pour fonction de proposer un "compromis" entre des préférences partiellement contradictoires. Les problèmes de fusion de connaissances et de fusion de préférences ne doivent pas être confondus pour autant (en effet, localiser l'état réel du monde n'est pas une question de recherche de compromis en général mais de classement des localisations possibles selon leur plausibilité), même si l'intelligence artificielle peut proposer des outils et des approches analogues dans les deux cas (qui mettront alors en œuvre des opérations d'agrégation éventuellement différentes).

Lorsqu'aucune relation de priorité (qu'elle soit à l'intérieur de la base et/ou entre les différentes sources) n'est disponible, alors on est limité par le choix d'opérateurs d'agrégation : la conjonction classique (inefficace en présence d'incohérence), la disjonction classique (peut s'avérer extrêmement prudente, voire conduire à des situations d'ignorance totale), ou la sélection de sous-bases maximales cohérentes. Ces modes d'agrégation sont insuffisants pour exploiter efficacement les informations fournies par les différentes sources.

Très récemment de nombreux auteurs [Ko 98, Ko 99, Li 96a, Li 96b, Me 00, Re 93, Re 97] ont proposé des techniques de fusion de bases de connaissances classiques se basant sur un ordre implicite entre les informations. Cet ordre est souvent obtenu à partir de la distance de Hamming (connue aussi dans ce contexte sous le nom de distance de Dalal [Da 88]). L'idée est de voir une formule comme un ensemble de sous-buts indépendants à atteindre. Une solution est complètement satisfaisante dès que tous les sous-buts sont satisfaits, et une solution est préférée à une autre dès qu'elle satisfait plus de sous-buts. Par exemple, si un professeur souhaite donner des TD ou des cours la matinée, alors il sera moins mécontent si on lui donne des TP le matin (où nous satisfaisons l'un de ses deux sous-buts puisqu'il satisfait l'horaire demandé), que de lui donner des TP l'après-midi (où aucun de ses sous-buts n'est satisfait).

De plus les techniques de fusion de bases de connaissances classiques proposées dans la littérature sont généralement définies au seul niveau sémantique (à l'exception des travaux de Lin [Li 96a]) ce qui les rend difficilement représentables dès que le nombre de variables manipulées est grand. Dans un travail récent [Be 00a], nous avons montré comment coder les techniques de fusion classiques en logique possibiliste. Ceci a l'avantage de fournir des méthodes syntaxiques pour la fusion de bases de connaissances classiques et de garantir l'itération et la décomposition du processus de fusion d'une manière cohérente.

Dans ce papier, nous nous intéressons à la fusion d'informations pour lesquelles les priorités sont données explicitement et codées en logique possibiliste. Dans la suite, nous proposons une classification générale des opérateurs de fusion possibilistes selon les différentes formes de situations que l'on peut avoir [Be 99, Be 00b]. Les liens entre fusion et révision, ainsi que d'autres formes de modifications de connaissances ou de préférences sont ensuite discutés dans le cadre possibiliste.

2 Rappel sur la fusion en logique possibiliste

Avant de rappeler la fusion d'informations avec priorités en logique possibiliste, nous commençons d'abord par rappeler les notions de base de cette logique.

2.1 Logique possibiliste

Nous considérons un langage propositionnel $\mathcal{L}$ sur un alphabet fini $\mathcal{P}$ d'atomes. Ω est l'ensemble de toutes les interprétations. L'équivalence classique est notée $\equiv$. $\vdash$ est le symbole de l'inférence classique. Soit ψ formule, $[\psi]$ est l'ensemble de tous ses modèles. $\omega \models \psi$ signifie que ω est un modèle de ψ.

Au niveau sémantique, la notion de base en logique possibiliste est ce qu'on appelle la *distribution de possibilitité*, notée π, qui est une fonction de Ω à $[0, 1]$. $\pi(\omega)$ représente le degré de compatibilité de l'interprétation ω avec les croyances disponibles sur le monde réel si on représente des connaissances incertaines, ou un degré de satisfaction si on représente des préférences. Par convention, $\pi(\omega) = 1$ signifie qu'il est totalement possible que ω soit le monde réel (ou totalement satisfaisante), $1 > \pi(\omega) > 0$ signifie que ω est seulement possible qu'elle soit le monde réel (ou satisfaisante), alors que $\pi(\omega) = 0$ signifie que ω n'est certainement pas le monde réel (ou est totalement insatisfaisante).
A partir d'une distribution de possibilité π, on définit deux évaluations pour une formule : le degré de cohérence, et le degré de certitude (ou de nécessité) :
- le degré de cohérence de ϕ, $\Pi(\phi) = max\{\pi(\omega) : \omega \in [\phi]\}$, évalue dans quelle mesure ϕ est cohérente avec les croyances disponibles exprimées par π.
- le degré de certitude (ou de nécessité) $N(\phi) = 1 - \Pi(\neg\phi)$ évalue dans quelle mesure ϕ peut être déduite à partir des croyances disponibles.

Au niveau syntaxique, les informations incertaines sont représentées par une *base propositionnelle avec priorités*, ou *base possibiliste*, qui est un ensemble de formules munies d'un poids $B = \{(\phi_i, a_i) : i = 1, n\}$, où ϕ_i est une formule classique et a_i appartient à $[0, 1]$. (ϕ_i, a_i) signifie que le degré de certitude de ϕ_i est au moins égal à a_i ($N(\phi_i) \geq a_i$). On note par B^* la base classique correspondante à B, obtenue à partir de B en ignorant les poids.
Etant donnée B, on peut générer une distribution de possibilité unique, notée π_B telle que toutes les interprétations satisfaisant toutes les formules auront le plus grand degré de possibilité, à savoir 1, et chaque autre interprétation sera rangée selon la formule falsifiée de plus grand poids. Ainsi on obtient [Du 94] :

Définition 1 $\forall \omega \in \Omega$,

$$\pi_B(\omega) = \begin{cases} 1 & si\ \forall(\phi_i, a_i) \in B, \omega \in [\phi_i]. \\ 1 - max\{a_i : (\phi_i, a_i) \in B\ \ et\ \omega \notin [\phi_i]\} & sinon. \end{cases}$$

Exemple 1 *Considérons l'exemple suivant inspiré de Cuppens [Cu 00a] sur un exemple de sécurité et qui concerne le classement de dossiers, selon leur niveau de confidentialité : "secret professionnel", "échange avec partenaires", et "public". Supposons que les règles de classement soient : "tout dossier concernant un nouveau produit est*

ω	$\pi_B(\omega)$
$N \wedge O \wedge \neg C \wedge D$	1
$N \wedge O \wedge C \wedge D$	1
$N \wedge \neg O \wedge \neg C \wedge D$	1
$N \wedge \neg O \wedge C \wedge D$	1
$N \wedge \neg O \wedge \neg C \wedge \neg D$	.7
$N \wedge O \wedge \neg C \wedge \neg D$	.4
$N \wedge O \wedge C \wedge \neg D$	.1
$N \wedge \neg O \wedge C \wedge \neg D$	.1
autres interprétations	0

TAB. 1:

classé secret professionnel", "les dossiers sont classés en échange avec partenaire sur ordre du conseil de l'entreprise", et "un dossier est classé public dès qu'il devient caduc". Soient les variables propositionnelles suivantes N, O, C, D qui désignent respectivement "nouveau produit", "ordre du conseil d'entreprise", "produit caduc", et "un dossier donné". Aux règles données ci-dessus est ajouté le fait suivant : "le dossier D concerne un nouveau produit".
Soit $B = \{(N \Rightarrow D, .3), (O \Rightarrow D, .6), (C \Rightarrow D, .9), (N, 1)\}$ la base codant l'ensemble des règles et des faits donné précédemment. Ici les niveaux de certitude codent des niveaux de priorité associés aux formules. Les niveaux de confidentialité "secret professionnel", "partagé" et "public" sont par convention codés par les degrés (d'accessibilité) 0.3, 0.6, 0.9 (plus le degré est petit, plus l'accès au dossier est restreint). La distribution de possibilité associée à cette base est donnée dans TAB. 1.

On donne maintenant quelques définitions nécessaires pour la suite du papier :

Définition 2 *Soit B une base de connaissance possibiliste, et $\mathbf{a} \in [0,1]$. On appelle $\mathbf{a}$-restriction de B, notée $B_{\geq \mathbf{a}}$, la base classique définie par $B_{\geq \mathbf{a}} = \{\phi_i : (\phi_i, a_i) \in B \text{et } a_i \geq \mathbf{a}\}$. $\mathbf{a}$-restriction stricte de B, notée $B_{>\mathbf{a}}$, est définie par : $B_{>\mathbf{a}} = \{\phi_i : (\phi_i, a_i) \in B \text{ et } a_i > \mathbf{a}\}$.*

$Inc(B) = max\{a_i : B_{\geq a_i} \textit{est incohérente}\}$ est le degré d'incohérence de B. Quand B est cohérente, on pose $Inc(B) = 0$. Etant donnée une base B, on définit la "partie utile" de B, notée $\rho(B)$, la base composée des formules classiques de B ayant un degré de certitude strictement supérieur à $Inc(B)$. Formellement,

$$\rho(B) = \{\phi_i : (\phi_i, a_i) \in B \text{ et } a_i > Inc(B)\}.$$

Notons que si B est cohérente alors $\rho(B) = B^*$.
Soit π_B la distribution de possibilité associée à B en utilisant Définition 1. Alors on peut facilement montrer que les modèles de $\rho(B)$ sont les interprétations ayant le plus grand degré de possibilité dans π_B.

Example 2 Reprenons l'exemple 2 ci-dessus. On peut facilement vérifier que B est cohérente, i.e. $Inc(B) = 0$, et que $\rho(B) = N \wedge D$.

On définit maintenant l'inférence en logique possibiliste.

Définition 3 *La formule (ϕ, a) est dite une conséquence de la base B si :*
i- Il existe $b \in [0,1]$ tel que $b \geq a$ et $B_{\geq b}$ est cohérente, et ii- $B_{\geq b} \vdash \phi$.

Exemple 2 La formule $(D, .1)$ est inférée de B car il existe $b = .3$ tel que $b \geq .1$, $B_{\geq b}$ est cohérente et $B_{\geq b} \vdash D$.

L'équivalence entre les bases possibilistes est définie comme suit :

Définition 4 *Soient B_1 et B_2 deux bases possibilistes.*
B_1 et B_2 sont dites équivalentes, notée $B_1 \equiv_s B_2$, ssi $\forall a \in [0,1]$, $B_{1 \geq a} \equiv B_{2 \geq a}$.
On peut facilement vérifier que si B_1 et B_2 sont équivalentes, alors $\pi_{B_1} = \pi_{B_2}$.

On définit maintenant la notion de subsomption dans les bases possibilistes.

Définition 5 *Soit (ϕ, a) une formule dans B. Alors, (ϕ, a) est dite subsumée par B si : $(B - \{(\phi, a)\})_{\geq a} \vdash \phi$.*

Lemme 1 *Soit (ϕ, a) une croyance subsumée de B. Alors B et $B' = B - \{(\phi, a)\}$ sont équivalentes, i.e. $\pi_B = \pi_{B'}$.*

2.2 Fusion en logique possibiliste

Soit $\mathcal{B} = \{B_1, \ldots, B_n\}$ un ensemble de n bases de croyances stratifiées provenant de n experts. Soient $\pi_1, \ldots, \pi_n$ leurs distributions de possibilité associées. Nous supposons que tous les experts utilisent le même langage pour exprimer leurs connaissances. Le but est de calculer à partir de ces n bases possibilistes (resp. distributions de possibilité) une base possibiliste (resp. une distribution de possibilité) représentant la fusion de ces n bases (resp. n distributions de possibilité). Un opérateur de fusion possibiliste, noté $\oplus$, est une fonction qui prend comme entrée un vecteur $\vec{v} = (v_1, \ldots, v_n)$ de réels dans [0,1], et rend comme résultat un réel dans [0,1]. Intuitivement, les entrées d'un opérateur de fusion sont soit un vecteur de degrés de possibilité (si on fusionne des distributions de possibilités), soit un vecteur de degrés de nécessité (si on fusionne des bases de croyances possibilistes).

Nous proposons d'analyser des classes d'opérateurs de fusion possibilistes pour agréger $(\pi_1, \ldots, \pi_n)$ (resp. des bases de croyances possibilistes cohérentes $(B_1, \ldots, B_n)$), en $\pi_\oplus(\omega) = \oplus(\pi_1(\omega), \ldots, \pi_n(\omega))$ (resp. en $\mathcal{B}_\oplus$). Quand on agrège des degrés de possibilité, les deux seules propriétés minimales souhaitables pour tout opérateur de fusion sont :
Si $\forall i, \pi_i(\omega) = 1$ alors $\pi_\oplus(\omega) = 1$. Si $\forall i, \pi_i(\omega) \geq \pi_i(\omega')$ alors $\pi_\oplus(\omega) \geq \pi_\oplus(\omega')$.

La première propriété, appelée *propriété de cohérence*, affirme que si toutes les sources conviennent que ω est entièrement possible, alors le résultat de la combinaison devrait aussi le confirmer. Cette propriété garantit que si l'union des bases est cohérente, alors le résultat de la fusion doit être cohérent. La seconde propriété, appelée *propriété de monotonie*, dit que si toutes les sources considèrent que ω est préférée à ω' alors le résultat de la fusion doit également conclure que ω est préférée à ω'.

A chaque opérateur de fusion possibiliste défini sémantiquement, on associe sa contrepartie syntaxique (voir Fig. 1). C'est-à-dire que si $(\pi_1, \ldots, \pi_n)$ sont des distributions de possibilité associées à $(B_1, \ldots, B_n)$, alors pour tout opérateur $\oplus$ appliqué à $(\pi_1, \ldots, \pi_n)$, on construit à partir de $(B_1, \ldots, B_n)$ une base possibiliste, que l'on notera $\mathcal{B}_\oplus$ telle que : $\pi_{\mathcal{B}_\oplus} = \pi_\oplus$.

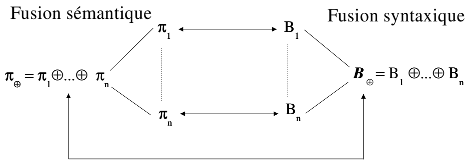

FIG. 1: Contrepartie syntaxique de la fusion sémantique

Dans [Be 99], il a été montré que $\mathcal{B}_\oplus$, la contrepartie syntaxique de la fusion de π_1 et π_2, est composée :
– des bases initiales, avec cependant de nouveaux poids définies comme suit :
$\{(\phi_i, 1 - \oplus(1 - a_i, 1)) : (\phi_i, a_i) \in B_1\} \cup \{(\psi_j, 1 - \oplus(1, 1 - b_j)) : (\psi_j, b_j) \in B_2\}$,
– et l'ensemble des connaissances communes à B_1 et B_2 définies par :
$$\{(\phi_i \vee \psi_j, 1 - \oplus(1 - a_i, 1 - b_j)) : (\phi_i, a_i) \in B_1 \text{ et } (\psi_j, b_j) \in B_2\}.$$
Il a été également montré que $\pi_{\mathcal{B}_\oplus}(\omega) = \oplus(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega))$ où $\pi_{\mathcal{B}_\oplus}$ est la distribution de possibilité associée à $\mathcal{B}_\oplus$. Lorsque $\oplus$ est associatif, cette fusion s'étend à n bases sans problème. Pour le cas non-associatif, voir [Be 00b].

3 Classification des opérateurs de fusion possibilistes

Dans cette section, nous distinguons différentes classes d'opérateurs qui sont appropriées à différentes classes de problèmes.

3.1 Opérateurs conjonctifs

Un des objectifs de la fusion d'informations incertaines est d'exploiter la complémentarité entre les sources. Pour les informations avec priorité, on distingue deux sortes de complémentarité : une concernant la partie symbolique de l'information représentée par les formules, et l'autre concernant les priorités attachées aux formules. Les opérateurs conjonctifs exploitent la complémentarité symbolique entre les sources. Formellement, nous avons :

Définition 6 *Si* $\forall a \in [0, 1], \oplus(a, 1) = \oplus(1, a) = a$, *$\oplus$ est dit conjonctif.*

Au niveau syntaxique, la forme générale de $\mathcal{B}_\oplus$ pour un tel opérateur est :
$$B_1 \cup B_2 \cup \{(\phi_i \vee \psi_j, 1 - \oplus(1 - a_i, 1 - b_j))\}.$$

La caractéristique principale des opérateurs conjonctifs est que dans le cas où l'union des sources est cohérente, l'opérateur conjonctif retrouve toutes les informations symboliques fournies par les sources. C'est-à-dire que si B_1 et B_2 sont telles que $B_1^* \wedge B_2^*$ est cohérente alors $\mathcal{B}_\oplus^* = B_1^* \wedge B_2^*$.
Par ailleurs, les opérateurs conjonctifs favorisent les informations les plus spécifiques. Par exemple, si une source S_1 contient toutes les informations fournies par S_2, alors le résultat de la combinaison conjonctive de S_1 et S_2 est S_1.
En fusion d'informations multi-sources, face à des informations redondantes, deux attitudes sont possibles : soit ignorer les redondances, ce qui est approprié quand les sources peuvent ne pas être indépendantes, ou bien voir dans la redondance une raison de renforcement et de confirmation des informations. Les opérateurs (ici, conjonctifs) sont dits *idempotents* si : $\forall \alpha \in [0,1], \oplus(\alpha, \alpha) = \alpha$.
Il est évident que les opérateurs idempotents ignorent les redondances directes, c'est-à-dire que si deux sources fournissent la même distribution de possibilité π, alors le résultat de la fusion est simplement cette même distribution π. Un exemple d'opérateur conjonctif idempotent est le *minimum* défini par $\pi_\oplus(\omega) = min(\pi_1(\omega), \pi_2(\omega))$.
Nous étudions maintenant le cas où la redondance est vue comme un renforcement. Autrement dit, si une information est plus au moins affirmée par deux sources différentes alors la priorité associée à cette information doit être strictement supérieure à celles fournies individuellement par les sources.
Un opérateur $\oplus$ appliqué sur des degrés de possibilité est dit de *renforcement progressif* si $\forall \alpha, \beta \neq 1, \forall \alpha, \beta \neq 0$,
(i) $\oplus(\alpha, \beta) < min(\alpha, \beta)$, et (ii) $\oplus(\alpha, \alpha) \neq 0$.

La deuxième condition signifie que si les deux sources considèrent qu'une interprétation est quelque peu possible, alors cette interprétation ne doit pas devenir impossible après la fusion. En terme de degrés de priorité, cette propriété signifie que si deux experts considèrent qu'une information n'est que quelque peu certaine, alors cette information ne doit pas devenir complètement certaine après la fusion. Nous pouvons alors montrer dans le cas de sources cohérentes que si une formule est une conséquence plausible de chaque source, alors elle est présente dans le résultat de la fusion avec un degré de priorité supérieur. La proposition suivante montre, à une condition près, que les opérateurs de renforcement progressifs sont majoritaires [Ko 98], i.e. que si la même formule est répétée suffisamment de fois alors elle apparaît dans le résultat de la fusion.

Proposition 1 *Soient B_1 et B_2 deux bases ne contenant pas de formules complètement certaines et $\oplus$ un opérateur de renforcement progressif. Alors, il existe n t.q :*

$$B_1 \oplus B_2^n \vdash_\pi B_2,$$

où B_2^n est la combinaison de B_2 n fois avec $\oplus$.

Les preuves sont omises faute de place.

3.2 Opérateurs disjonctifs

La résolution des conflits est la question clé en fusion d'informations multi-sources. Quand toutes les sources ont le même degré de fiabilité, il est imprudent de choisir arbitrairement des informations en favorisant une source plutôt qu'une autre. Autrement dit, si l'union de B_1 et B_2 est incohérente alors le résultat de la combinaison de B_1 et B_2 ne doit inférer ni B_1 ni B_2. Cependant, une telle contrainte ne peut être satisfaite par aucun opérateur conjonctif. Elle est satisfaite par des opérateurs appelés *disjonctifs* définis par :

Définition 7 *Si* $\forall a \in [0,1], \oplus(a,1) = \oplus(1,a) = 1$, $\oplus$ *est dit disjonctif.*

La base $\mathcal{B}_\oplus$ est de la forme suivante :

$$\mathcal{B}_\oplus = \{(\phi_i \vee \psi_j, 1 - \oplus(1-a_i, 1-b_j))\}.$$

La proposition suivante montre que si B_1 et B_2 sont incohérentes, alors le résultat de la fusion n'infère ni B_1 ni B_2.

Proposition 2 *Si* B_1 *et* B_2 *sont incohérentes, alors il existe* $(\phi, a) \in B_1$ *et* $(\psi, b) \in B_2$ *telles que* $\mathcal{B}_\oplus \not\vdash_\pi (\phi, a)$ *et* $\mathcal{B}_\oplus \not\vdash_\pi (\psi, b)$.

Les opérateurs disjonctifs ne sont pas tous intéressants, car ils peuvent conduire à des situations d'ignorance totale. On définit une classe d'opérateurs disjonctifs appelés *réguliers* qui satisfait la condition suivante :

$$\forall \alpha \neq 1, \forall \beta \neq 1, \oplus(\alpha, \beta) \neq 1.$$

Cette condition signifie qu'une interprétation qui n'est pas considérée totalement possible par les deux sources ne doit pas devenir complètement possible après le résultat de la fusion. En terme de priorité, cette propriété signifie que si une information est considérée quelque peu certaine par les deux sources, alors elle ne doit pas devenir complètement incertaine après le résultat de la fusion. Rajouter cette condition garantit que le résultat de la fusion en cas d'incohérence préserve toujours la partie commune des deux bases. Ainsi, pour tout opérateur disjonctif régulier $\oplus$, nous avons $\mathcal{B}^*_\oplus \equiv B^*_1 \vee B^*_2$.
Les opérateurs disjonctifs réguliers ne sont pas appropriés en cas de sources cohérentes puisqu'ils favorisent les informations les moins précises.

3.3 Discussions du choix des opérateurs et exemple

Nous avons passé en revue différentes classes d'opérateurs de fusion de bases de connaissances possibilistes. Les opérateurs disjonctifs sont appropriés quand les bases sont fortement conflictuelles. Les opérateurs conjonctifs quant à eux sont appropriés quand les bases sont cohérentes, ou si leur niveau de conflit est faible : si ces bases ne sont pas indépendantes, alors une information qui apparaît plus d'une fois est considérée comme redondante. Dans ce cas un opérateur conjonctif idempotent (i.e. le minimum) est à employer. Par contre si ces bases sont indépendantes alors la présence d'une information répétée plusieurs fois, ainsi défendue par plusieurs sources, doit être interprétée comme une confirmation et la crédibilité donnée à cette information doit augmenter. Ce sont alors les opérateurs conjonctifs de renforcement qui conviennent le mieux.

Considérons un exemple très simplifié d'application à la localisation d'un robot dans un environnement incertain. Voir [Be 98, Bi 97] pour une description plus détaillée de l'application. Dans cet exemple, l'environnement est décrit par un ensemble de points pertinents $p_1, \cdots, p_n$, qui représentent par exemple couloir, porte, coin, etc. Nous supposons qu'il existe seulement deux capteurs SEN et CAM qui ont des fonctionnalités complètement différentes. Nous nous intéressons dans cet exemple à savoir si un robot se trouve dans le coin Nord-Ouest dans une pièce donnée. Soit :
$A = SEN(mur, ouest)$, $B = SEN(obstacle, nord)$,
$C = SEN(obstacle, ouest)$, $D = SEN(coin, nord, ouest)$,
$E = SEN(proche, mur, ouest)$, $F = SEN(proche, mur, nord)$,
$G = CAM(p_1)$, $H = coin\ nord - ouest$
des variables propositionnelles qui signifient respectivement que le capteur SEN a observé un mur en direction ouest(A), un obstacle en direction Nord(B), un obstacle en direction ouest(C), un coin en direction nord-ouest(D), et proche du mur côté ouest(E), côté nord(F), que le capteur CAM a observé le robot en point p_1 (G), et H signifie que le robot se trouve dans le coin nord-ouest.
Soient les deux bases suivantes associées à chacune des sources :

- $B_{SEN} = \{(D \wedge E \wedge F \Rightarrow H, 1), (B \wedge C \Rightarrow D, .5), (A \wedge B \Rightarrow D, .8)\}$,
  où $\Rightarrow$ est l'implication matérielle. Ces règles signifient :
  - Si un coin est perçu en direction Nord-Ouest et que le robot est proche des murs Ouest et Nord, alors on peut conclure que le robot est dans le coin Nord-Ouest,
  - Si des obstacles sont perçus en direction Nord et Ouest alors on peut dire que le capteur a perçu le robot en direction Nord-Ouest (avec un degré de certitude faible),
  - Si un obstacle est perçu en direction Nord et que le mur est perçu en direction Ouest, alors on peut dire que le capteur a perçu le robot en direction Nord-Ouest (avec une certitude élevée).
- $B_{CAM} = \{(G \Rightarrow H, 1)\}$
  Cette règle signifie que si le capteur CAM perçoit le robot en point p_1, alors on peut conclure de façon certaine que le robot est en coin Nord-Ouest.

Supposons que nous disposons des faits suivants :
$Faits_{SEN} = \{(A, .4); (B, .5); (C, .8); (E, .7); (F, .4)\}$, et $Faits_{CAM} = \{(G, .6)\}$.
Notons $B_{fSEN} = Faits_{SEN} \cup B_{SEN}$, $B_{fCAM} = Faits_{CAM} \cup B_{CAM}$.
La question est de voir si le robot se trouve bien dans le coin Nord-Ouest, et avec quel degré ? Remarquons d'abord que $B_{fSEN} \cup B_{fCAM}$ est cohérent, par conséquent il faut utiliser un opérateur conjonctif. Le choix de l'opérateur conjonctif dépend de l'indépendance des sources CAM et SEN.
Si les sources sont dépendantes, alors il faut utiliser l'opérateur conjonctif idempotent, à savoir le min. On peut montrer alors que le résultat obtenu est que le robot se trouve dans le coin Nord-Ouest avec le degré de certitude .6.
Si les sources CAM et SEN sont indépendantes, il faut utiliser un opérateur qui permet le renforcement (ici les deux sources confirment individuellement que le robot est sur le coin Nord-Ouest). Si on utilise le produit, la combinaison de

B_{fSEN} et B_{fCAM} donne :
$\mathcal{B}_{f*} = B_{fSEN} \cup B_{fCAM} \cup \{(B \wedge C \Rightarrow D \wedge G, .8), (A \wedge B \Rightarrow D \wedge G, .92), (A \vee G, .76), (B \vee G, .8), (C \vee G, .92), (E \vee G, .88), (F \vee G, .76)\}$.
A partir de cette base, on peut facilement montrer que $\mathcal{B}_{f*} \vdash_\pi (H, .76)$, alors que l'usage de l'opérateur min donnerait seulement $(H, .6)$, ce qui ne mettrait pas en évidence l'effet de complémentarité entre les sources (la première source qui déduit H avec .4 est subsumée).
Par contre, si on utilisait un renforcement plus fort comme la t-norme de Lukasiewicz ($\oplus(a, b) = max(, a + b - 1)$) alors on obtiendrait $\mathcal{B}_{fL} \vdash_\pi (H, 1)$, qui donne une conclusion qui bannit toute incertitude. Ici, c'est l'opérateur produit qui apparaît donc le plus approprié. Malgré tout on doit s'interroger sur le sens de la valeur numérique .76, qui est plutôt ici à interpréter comme un niveau intermédiaire qui est "rajouté" dans une échelle qualitative [Mo 00].

4 Révision et fusion

La révision est un processus qui consiste à intégrer une nouvelle information, considérée comme prioritaire, dans les croyances actuelles d'un agent. Dans le cadre de la logique possibiliste, la révision des croyances consiste à transformer une distribution de possibilité π, représentant les croyances actuelles et une nouvelle information ϕ (on se limite ici au cas où ϕ est une formule propositionnelle), en une nouvelle distribution π' qui doit satisfaire au moins les deux conditions suivantes : $N_{\pi'}(\phi) > 0$, π' est normalisée.

La première condition signifie que la nouvelle information ϕ est au moins quelque peu acceptée dans π', et la deuxième condition signifie que le nouvel état de croyances est cohérent. La normalisation d'une distribution de possibilité signifie ramener au moins une interprétation au degré 1. Cela correspond, au niveau sémantique, à rétablir en logique possibiliste la cohérence de la contrepartie syntaxique de la distribution. En théorie des possibilités, il existe deux façons de normaliser une distribution de possibilité π, la première qualitative, l'autre nécessitant une échelle numérique pour les niveaux de possibilités :
Soit $h = max_{\omega \in \Omega}(\pi(\omega))$

- *M-normalisation* qui consiste à remonter uniquement les meilleurs éléments de π à 1, on obtient :
$$\pi_M(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \pi(\omega) = h \\ \pi(\omega) & \text{sinon.} \end{cases}$$
- *P-normalisation* qui consiste à remonter proportionnellement tous les éléments de Ω, on obtient :
$$\pi_P(\omega) = \frac{\pi(\omega)}{h}.$$

Le but de cette section est de montrer que certains opérateurs de révision se présentent comme une combinaison d'opérateurs de fusion et d'opérations de normalisation. L'intérêt de ce résultat est que l'on peut exploiter les résultats de la fusion syntaxique pour fournir des contreparties syntaxiques pour la révision sémantique. Nous proposons de discuter trois opérateurs de révision qui sont la révision à base de conditionnement, la révision naturelle de Boutilier [Bo 93], et la révision avec mémoire de Papini [Pa 01].

4.1 Révision à base de conditionnement

Cet opérateur de révision consiste simplement à considérer toute interprétation falsifiant la nouvelle information comme impossible. Notons :

$$\pi_\phi(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \models \phi \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Nous pouvons facilement vérifier que la révision à base de conditionnement est le résultat de la fusion conjonctive, avec l'opérateur minimum, de π et π_ϕ. En effet, normaliser $min(\pi, \pi_\phi)$ avec la M-normalisation revient à appliquer sur π le conditionnement, dit basé sur le min, et défini par :

$$\pi(\omega \mid_M \phi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \pi(\omega) = \Pi(\phi) \text{ et } \omega \models \phi \\ \pi(\omega) & \text{si } \pi(\omega) < \Pi(\phi) \text{ et } \omega \models \phi \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

De façon similaire, normaliser $min(\pi, \pi_\phi)$ avec la P-normalisation revient à appliquer à π le conditionnement basé sur le produit défini par (pour $\Pi(\phi) > 0$) :

$$\pi(\omega \mid_P \phi) = \begin{cases} \frac{\pi(\omega)}{\Pi(\phi)} & \text{si } \omega \models \phi \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

4.2 Révision naturelle de Boutilier

La révision naturelle de Boutilier [Bo 93], également suggérée par Spohn [Sp 88], consiste à changer de façon minimale l'ordre entre les interprétations. Dans le cadre de la théorie des possibilités, la révision naturelle d'une distribution de possibilité π par une nouvelle information ϕ, que l'on notera $\pi^n_\phi(\omega)$, peut être décrite comme suit :

- si ϕ est accepté (c'est-à-dire que $\Pi(\phi) > \Pi(\neg\phi)$) alors on n'effectue aucun changement sur π,
- si $\Pi(\neg\phi) = 1$ alors on décroît le degré de possibilité de tous les contremodèles de ϕ qui sont complèment possibles vers un degré b. Ce degré b doit être strictement supérieur au degré de possibilité de la meilleure interprétation qui n'est pas totalement possible, i.e., b est tel que : $b > max\{\pi(\omega) : \pi(\omega) \neq 1\}$.
- si $\Pi(\phi) < 1$ alors les meilleurs modèles de ϕ auront le degré maximal 1.

La révision naturelle de Boutilier procède à un changement minimal nécessaire pour accepter ϕ. Le codage de la révision naturelle de π par ϕ, avec le conditionnement basé sur le min et les opérateurs de fusion, est comme suit :

$$\begin{aligned} \pi^n_\phi(\omega) &= \pi(\omega) && \text{si } \Pi(\phi) > \Pi(\neg\phi) \\ &= max(\pi(\omega \mid_M \phi), min((1-b), \pi(\omega \mid_M \neg\phi))) && \text{sinon.} \end{aligned}$$

Il est clair que l'intérêt de cette écriture est que nous obtenons directement la contrepartie syntaxique de la révision naturelle de Boutilier.

4.3 Révision avec mémoire

Dans la révision naturelle de Boutilier, la nouvelle information est considérée avec une très faible certitude. Nous présentons maintenant un opérateur de révision, appelé opérateur de révision avec mémoire, où la nouvelle information est vue comme fortement certaine (mais sans que pour autant qu'elle soit totalement certaine) [Pa 01]. L'opérateur de révision avec mémoire peut-être codé de façon très similaire au codage de la révision naturelle de Boutilier, mais avec le conditionnement basé sur le produit. Nous supposons que la distribution de possibilité à réviser est positive. Une distribution de possibilité π est dite positive si $\forall\omega, \pi(\omega) > 0$.
Soit $\Delta(\phi) = \min\{\pi(\omega) : \omega \vDash \phi\}$, et b t.q. $1 - b < \Delta(\phi)$. Alors la révision avec mémoire d'une distribution de possibilité π par l'information ϕ se décrit par :

$$\pi'(\omega) = max(\pi(\omega \mid_P \phi), (1-b) * \pi(\omega \mid_P \neg\phi)).$$

On peut montrer alors que :

1. $\forall\omega_1, \omega_2, \omega_1 \models \phi, \omega_2 \models \phi, \pi(\o mega_1) > \pi(\omega_2)$ ssi $\pi'(\omega_1) > \pi'(\omega_2)$
2. $\forall\omega_1, \omega_2, \omega_1 \not\models \phi, \omega_2 \not\models \phi, \pi(\o mega_1) > \pi(\omega_2)$ ssi $\pi'(\omega_1) > \pi'(\omega_2)$
3. $\forall\omega_1, \omega_1 \models \phi, \forall\omega_2, \omega_2 \not\models \phi,\ \pi(\omega_1) > \pi(\omega_2)$.

Dans [Be 00c], on trouve une extension de cet opérateur de révision lorsque la nouvelle information est une distribution de possibilité et non pas une formule simple. La révision dans ce cas là peut être vue comme la fusion de sources d'inégales fiabilités, lorsque l'on dispose uniquement d'un classement relatif des sources. En particulier, ce mode de fusion ne suppose pas que les sources sont commensurables (c'est-à-dire que l'on ne regarde que la relation de plausibilité fournie par les experts).
Soient π_1 et π_2 deux distributions à fusionner, et supposons que la source S_1 est plus fiable que S_2. Ici prendre en compte la fiabilité, revient à garder toutes les informations de S_1 puis rajouter des informations de S_2 qui ne contredisent pas celles de S_1. Au niveau sémantique, la fusion de π_1 et π_2 est une distribution de possibilité $\pi_\oplus$ telle que :

$i)$ si $\pi_1(\omega) > \pi_1(\omega')$ alors $\pi_\oplus(\omega) > \pi_\oplus(\omega')$,
$ii)$ si $\pi_1(\omega) = \pi_1(\omega')$ alors $\pi_\oplus(\omega) \geq \pi_\oplus(\omega')$ ssi $\pi_2(\omega) \geq \pi_2(\omega')$.

C'est-à-dire, on ne prend en compte les informations données par S_2 que si S_1 n'arrive pas à départager deux solutions possibles. Il est clair que lorsque π_1 est une distribution de possibilité binaire (modèles et contremodèles) représentant une formule classique ϕ, on retrouve bien l'opérateur de révision avec mémoire.

5 Modifications avec priorités

5.1 Sources d'inégales fiabilités

La prise en compte des fiabilités des sources est importante dans la fusion des informations. Elle réajuste les jugements et les informations données par les experts. Elle indique aussi dans quel ordre les informations des sources doivent être agrégées, et en particulier comment résoudre les conflits.

La connaissance sur la fiabilité des sources peut s'exprimer de deux façons :
– soit on dispose d'une Èvaluation absolue sur la fiabilité de la source (probabilité, niveau de certitude,...)
– soit on dispose d'un classement relatif des sources selon leur fiabilité (et on peut procéder comme on vient de l'indiquer au 4.3).

Dans le premier cas, on procède à des modifications élémentaires des distributions de possibilité. On distingue deux formes principales :

- le déclassement (Discounting) qui consiste à affaiblir le degré de certitude des informations les plus certaines données par l'expert. Au niveau syntaxique, si λ est le degré de fiabilité de la source, alors toutes les formules de niveau supérieur à λ, sont ramenées à λ. Plus formellement, nous avons :
$$Discount(B,\lambda)=\{(\phi_i,\lambda):(\phi_i,a_i)\in B \text{ et } a_i\geq\lambda\} \cup\{(\phi_i,a_i):(\phi_i,a_i)\in B \text{ et } a_i\leq\lambda\}.$$
Au niveau sémantique, on peut montrer que :
$$\pi_{Discount(B,\lambda)}(\omega)=max(\pi(\omega),1-\lambda),$$
qui revient à remonter toutes les interprétations faiblement possibles au niveau $1-\lambda$. Il est facile de vérifier que si $\lambda=1$ alors $\pi_{Discount(B,\lambda)}=\pi$.
- La deuxième forme d'opérateur élémentaire consiste au niveau sémantique à voir le niveau de fiabilité comme un seuil, où toute interprétation ayant un degré de possibilité ou de satisfaction supérieur à λ est considérée comme complètement possible (satisfaisante). Plus formellement, la transformation de π par cette opération de seuillage de niveau λ donne :
$$\pi_\lambda(\omega)=\begin{cases}1 & \text{si } \pi(\omega)\geq\lambda\\ \pi(\omega) & \text{sinon.}\end{cases}$$
On peut vérifier que si $\lambda=1$, alors $\pi_\lambda=\pi$.

  Au niveau syntaxique, la prise en compte du seuil revient à ignorer toutes les formules de niveau de certitude inférieur ou égal à $1-\lambda$. Plus précisément :
$$Seuil(B,\lambda)=\{(\phi,a_i):(\phi_i,a_i)\in B \text{ et } a_i\leq 1-\lambda\}.$$

Ces deux opérations élémentaires permettent une prise en compte de la fiabilité des sources. Tous les opérateurs de fusion donnés dans les sections précédentes peuvent être étendus pour prendre en compte les niveaux de fiabilité des sources.

5.2 Exemple : Marchandage entre deux agents

L'utilisation de seuils dans la modification des distributions est intéressante lorsque l'on cherche à préviligier des solutions jugées suffisamment satisfaisantes. En effet, considérons un exemple de marchandage où le vendeur et l'acheteur ont en tête deux distributions de prix, où les interprétations préférées représentent les prix idéaux pour le vendeur (resp. l'acheteur).
Plus précisément, on peut concevoir le scénario suivant. Soit π_A (resp. π_V) la

distribution restreignant les valeurs plus ou moins acceptables pour l'acheteur à une étape donnée de la négociation (resp. le vendeur). Soit $\pi_{V(A)}$ (resp. $\pi_{A(V)}$) la distribution représentant à une étape donnée l'idée que se fait A (resp. V) des valeurs plus ou moins acceptables pour V (resp. A). π_A et $\pi_{A(V)}$ décroissent au sens large avec le prix ; π_V et $\pi_{V(A)}$ croissent. A ne connait que π_A et $\pi_{V(A)}$ et les propositions de V et V ne connait que π_V et $\pi_{A(V)}$ et les offres de A. Alors un cycle de marchandage peut être décrit de la façon suivante :

1- l'acheteur modifie l'ensemble flou des prix plus ou moins acceptables pour lui, π_A en π'_A sur la base de $\pi_{V(A)}$ en faisant une nouvelle offre,
2- le vendeur modifie l'idée qu'il se fait des intentions de l'acheteur c'est-à-dire $\pi_{A(V)}$ en $\pi'_{A(V)}$,
3- le vendeur modifie son ensemble flou de prix acceptables π_V en π'_V sur la base de $\pi'_{A(V)}$ et propose un nouveau prix,
4- l'acheteur modifie l'idée qu'il se fait du vendeur $\pi_{V(A)}$ en $\pi'_{V(A)}$ sur la base de la nouvelle proposition de prix.

Par symétrie, on peut supposer que les modifications aux étapes 1 et 3 d'une part et aux étapes 2 et 4 d'autre part sont de même nature.

La modification des étapes 1 et 3 consiste (à l'étape 1 pour l'acheteur), à concéder que, pour que la transaction ait lieu, le prix doit être au moins un peu satisfaisant pour le vendeur, et que donc lui, l'acheteur doit parmi les valeurs plus ou moins admissibles par lui (i.e., $\{u : \pi_A(u) > 0\}$) faire en sorte que

$$\{u, \pi'_A(u) = 1\} \cap \{u, \pi_{V(A)}(u) > 0\} \neq 0.$$

C'est-à-dire que les valeurs complètement acceptables par lui (qu'il est donc prêt à proposer) constituant le noyau de π'_A doit avoir une intersection non vide avec l'ensemble des prix plus ou moins acceptables pour V (selon ce que A croit de V). Comme bien sûr A ne veut pas payer plus cher que nécessaire, sa nouvelle offre u_0 correspond à $inf\{u, \pi_{V(A)}(u) > 0\}$, et

$$\pi'_A(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } \pi_A(u) \geq \lambda \text{ où } \lambda = \pi_A(u_0) \\ \pi_A(u) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Pour ce qui est des modifications aux étapes 2 et 4 elles sont vraisemblablement d'un type un peu différent. Sur la base de la nouvelle offre u_0 de A, V modifie sa perception des intentions de A en

$$\pi'_{A(V)}(u) = min(1, \frac{\pi_{A(V)}(u)}{\pi_{A(V)}(u_0)}).$$

Ce qui a pour but de prendre acte de la nouvelle offre de A en remontant le niveau d'acceptabilité de manière uniforme pour les valeurs au delà de u_0. Il peut même éventuellement élargir le support de ce qui lui semble acceptable pour A (selon lui V), c'est-à-dire par exemple

$$\pi'_{A(V)}(u) = \pi_{A(V)}(u - (u_0 - u'_0)),$$

où $u'_0 = sup\{u, \pi_{A(V)}(u) = 1\}$ si $u_0 > u'_0$.

Ce petit exemple n'a bien sûr pas l'ambition de modéliser de manière fine un processus de marchandage. Il veut juste suggérer l'intérêt de formes de "révision", au delà du sens spécialisé de la Section 4. Par ailleurs, l'exemple a été présenté de manière sémantique, en terme de distributions de possibilité ; on pourrait aussi en donner une contrepartie syntaxique.

6 Conclusion

Cet article a passé en revue différents opérateurs de fusion, de révision et de modifications de bases de connaissances ou de préférences dans le cadre de la logique possibiliste, où les priorités sont explicites. Ces opérateurs sont exprimables à la fois au plan sémantique et au plan syntaxique. Ils sont susceptibles d'être utilisés dans différents types d'applications comme le suggèrent les exemples utilisés.
Une perspective de recherche est le développement des algorithmes pour la fusion d'informations. En particulier, nous envisageons d'étudier des algorithmes orientés requêtes où il n'est pas nécessaire de générer la totalité de la base stratifiée résultante. L'idée est en présence de la requête, de localiser uniquement les informations pertinentes (par rapport à la requête) qu'il faut fusionner.
Une perspective applicative est de voir comment appliquer les techniques de fusion aux problèmes de la sécurité des informations et en particulier aux problèmes de détection d'intrusion [Cu 00b]. Le but est à partir d'alarmes (symbolisant des attaques contre le système) provenant de différentes sources, de proposer le scénario le plus plausible d'attaque (ou d'absence d'attaque qui correspond à une fausse alarme). Chaque alarme véhicule un ensemble d'informations (partie du système attaquée, provenance de l'attaque, niveau de certitude, etc). Ces ensembles peuvent être contradictoires et dans certains cas redondants. Le diagnostic ici qui consiste à donner le scénario le plus plausible nécessite une étape de fusion des informations données par chaque alarme.

Références

[Ba 92] C. Baral, S. Kraus, J. Minker, V.S. Subrahmanian. Combining knowledge bases consisting of first order theories. Computational Intelligence, 8 :45-71,1992.

[Be 00a] S. Benferhat, D. Dubois, S. Kaci, H. Prade. Encoding information fusion in possibilistic logic : A general framework for rational syntactic merging. Proc. 14^{th} European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'00), 3-7, 2000.

[Be 00b] S. Benferhat, D. Dubois, S. Kaci, H. Prade. A postulate-based analysis of merging operations in possibilistic logic. Proc. 16^{th} International Conference of Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI'00), 24-31, 2000.

[Be 99] S. Benferhat, D. Dubois, H. Prade, M. Williams. A practical approach to fusing and revising prioritized belief bases. Proc. EPIA 99. LNAI n^o 1695, Springer Verlag, 222-236, 1999.

[Be 00c] S. Benferhat, S. Konieczny, O. Papini, R.Pino Pérez. Iterated revision by epistemic states : Axioms, semantics and syntax. Proc. 14^{th} European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'00), 13-17, 2000.

[Be 98] S. Benferhat, C. Sossai. Merging uncertain knowledge bases in a possibilistic logic framework. Proc. 14^{th} International Conference of Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI'98), 8-15, 1998.

[Bi 97] P. Bison, G. Chemello, C. Sossai, G. Trainito. A possibilistic approach to sensor fusion in mobile robotics. Second Euromicro Workshop Advanced Mobile Robots (Eurobot'97), 73-79, 1997.

[Bo 93] C. Boutilier. Revision Sequences and Nested Conditionals. Proc. 13^{th} International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'93), 519-531, 1993.

[Ch 98] L.Cholvy. Reasoning about merging information. Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Sys., 233-263, 1998.

[Cu 00a] F. Cuppens. Modélisation formelle de la sécurité des systèmes d'informations. Thèse d'Habilitation de l'Université Paul Sabatier, 2000.

[Cu 00b] F. Cuppens, R. Ortalo. LAMBDA : A language to Model a Database for Detection of Attacks. Proc. 3^{th} International Workshop of Recent Advances in Intrusion Detection, LNCS 1907, 197-216, 2000.

[Da 88] M. Dalal, Investigations into a theory of knowledge base revision : preliminary report. Proc. 7^{th} National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'88),475-479, 1988.

[Du 94] D. Dubois, J. Lang, H. Prade, Possibilistic logic. Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming, Vol. 3, 439-513, 1994.

[Ko 98] S. Konieczny, R.Pino Pérez, On the logic of merging. Proc. 6^{th} International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'98), 488-498, 1998.

[Ko 99] S. Konieczny, R. Pino Pérez, Merging with integrity constraints. Proc. 15^{th} Eur. Conf. on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (ECSQARU'99), 233-244, 1999.

[Li 96a] J. Lin, Integration of weighted knowledge bases, Artificial Intelligence 83, 363-378, 1996.

[Li 96b] J. Lin, A.O. Mendelzon, Merging databases under constraints,1998. International Journal of Cooperative Information Systems, 7(1) :55-76, 1998.

[Me 00] T. Meyer. On the semantics of merging. Proc. of Non-Monotonic Reasoning workshop, 2000.

[Mo 00] J. Moura-Pires and H. Prade. Specifying fuzzy constraints interactions without using aggregation operators. Proc. 9^{th} IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZY-IEEE'00), 228-233, 2000.

[Pa 01] O. Papini. Iterated revision operations stemming from the history of an agent's observations. Frontiers of Belief Revision, to appear, 2001.

[Re 93] P. Z. Revesz. On the semantics of theory change : arbitration between old and new information. 12^{th} ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART symposium on Principles of Databases, 71-92, 1993.

[Re 97] P. Z. Revesz. On the semantics of arbitration. International Journal of Algebra and Computation, 7(2), 133-160, 1997.

[Sp 88] W. Spohn. Ordinal conditional functions : a dynamic theory of epistemic states. Causation in Decision, Belief Change, and Statistics, 2 :105-134, 1988.