

Raisonnement & Incohérence

Sébastien Konieczny

Habilitation à diriger des recherches

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

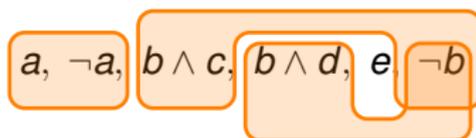
$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules



Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

Révision

- nouvelle information

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

Révision

- nouvelle information

$$a, \boxed{\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e} \neg b$$

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

Révision

- nouvelle information

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e \mid \neg b$

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

Fusion

- ensemble de bases

Révision

- nouvelle information

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

Fusion

- ensemble de bases

Révision

- nouvelle information

a , $\neg a$, $b \wedge c$, $b \wedge d$, e , $\neg b$

Raisonnement & Incohérence

- Comment raisonner en présence d'un ensemble de formules incohérent ?
 - Résolution de conflits logiques
 - Logique propositionnelle

Incohérence

- ensemble de formules

Fusion

- ensemble de bases

Révision

- nouvelle information

Négociation

- ensemble d'agents

a , $\neg a$, $b \wedge c$, $b \wedge d$, e , $\neg b$

① Spécification

① Spécification

- Définition formelle du problème

① Spécification

- Définition formelle du problème

② Résolution

① Spécification

- Définition formelle du problème

② Résolution

- Recherche de solutions *ad hoc*

Démarche scientifique

① Spécification

- Définition formelle du problème

② Résolution

- Recherche de solutions *ad hoc*

③ Caractérisation

Démarche scientifique

① Spécification

- Définition formelle du problème

② Résolution

- Recherche de solutions *ad hoc*

③ Caractérisation

- Etude des propriétés logiques des solutions
- Recherche de caractérisations logiques

① Spécification

- Comment permettre l'inférence (de “*sens commun*”) à partir d'informations simplement plausibles ou de règles générales (du genre *normalement les oiseaux volent*) ?

② Résolution

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment permettre l'inférence (de “*sens commun*”) à partir d'informations simplement plausibles ou de règles générales (du genre *normalement les oiseaux volent*) ?

② Résolution

- Logique des défauts [1980]
- Circonscription [1980]
- Réseaux d'héritage [1986]
- ...

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment permettre l'inférence (de “*sens commun*”) à partir d'informations simplement plausibles ou de règles générales (du genre *normalement les oiseaux volent*) ?

② Résolution

- Logique des défauts [1980]
- Circonscription [1980]
- Réseaux d'héritage [1986]
- ...

③ Caractérisation

- Gabbay [1985]
- Makinson [1994]
- Kraus-Lehmann-Magidor [1990,1992]

Raisonnement sous incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- Deux questions :

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- Deux questions :

Inférence

- Que peut-on conclure à partir de cette base ?

- Connecteur virgule [JCAI'05]
- Logiques tri-valuées [JELIA'02]
- Bi-treillis et bipolarité [JIS-08]
- Logique quasi-possibiliste [Fundamenta Informaticae-03]

► Plus sur l'Inférence

Mesure de l'incohérence

- A quel point cette base est-elle incohérente ?

Mesure de l'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)

Mesure de l'incohérence

(équiprobabilité) $a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$min = \frac{1}{4}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------------

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)

Mesure de l'incohérence

	a	$\neg a$	$b \wedge c$	$b \wedge d$	e	$\neg b$	
(équiprobabilité)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$min = \frac{1}{4}$
(maximal)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$min = \frac{1}{2}$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)

Mesure de l'incohérence

	a	$\neg a$	$b \wedge c$	$b \wedge d$	e	$\neg b$	
(équiprobabilité)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$min = \frac{1}{4}$
(maximal)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$min = \frac{1}{2}$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Hunter [2002] : *coherence* (modèles quasi-classiques)
 - ▶ Mesures d'incohérence à base de plans de tests [IJCAI'03]

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e
B	B	1	1	1

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Hunter [2002] : *coherence* (modèles quasi-classiques)
 - ▶ Mesures d'incohérence à base de plans de tests [IJCAI'03]

Mesure de l'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e	
B	B	1	1	1	coherence=3/5

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Hunter [2002] : *coherence* (modèles quasi-classiques)
 - ▶ Mesures d'incohérence à base de plans de tests [IJCAI'03]

Mesure de l'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e	
B	B	1	1	1	coherence=3/5

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Hunter [2002] : *coherence* (modèles quasi-classiques)
 - ▶ Mesures d'incohérence à base de plans de tests [IJCAI'03]
 - Comment prendre en compte ces 2 dimensions ?

Mesure de l'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e	
B	B	1	1	1	coherence=3/5

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Hunter [2002] : *coherence* (modèles quasi-classiques)
 - ▶ Mesures d'incohérence à base de plans de tests [JCAI'03]
 - Comment prendre en compte ces 2 dimensions ?
 - ▶ [KR'06]

Mesure de l'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e	
B	B	1	1	1	coherence=3/5

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Hunter [2002] : *coherence* (modèles quasi-classiques)
 - ▶ Mesures d'incohérence à base de plans de tests [IJCAI'03]
 - Comment prendre en compte ces 2 dimensions ?
 - ▶ [KR'06]
 - ▶ Valeur d'incohérence : mesurer l'incohérence des formules

Mesure de l'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e	
B	B	1	1	1	coherence=3/5

- **Mesure d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une base
 - Mesures basées sur les formules
 - ▶ Plus il faut de formules pour générer l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Knight [2001] : η -cohérence maximale (distribution de probabilités)
 - Mesures basées sur les variables
 - ▶ Moins il y a de variables concernées par l'incohérence, moins celle-ci est grave
 - ▶ Hunter [2002] : *coherence* (modèles quasi-classiques)
 - ▶ Mesures d'incohérence à base de plans de tests [IJCAI'03]
 - Comment prendre en compte ces 2 dimensions ?
 - ▶ [KR'06]
 - ▶ Valeur d'incohérence : mesurer l'incohérence des formules
 - ▶ Agréger ces valeurs (max) pour définir une mesure d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule
 - Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule
 - Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]
 - ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$$I_d(C) = \begin{cases} 0 & \text{si } C \not\perp \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$$S_{I_d}^K = \left(\frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad 0 \quad \frac{11}{30} \right)$$

$$I_d(C) = \begin{cases} 0 & \text{si } C \not\perp \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

Mesure de l'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$$S_{I_d}^K = \left(\frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad 0 \quad \frac{11}{30} \right) \quad \hat{S}_I(K) = \max = \frac{11}{30}$$

$$I_d(C) = \begin{cases} 0 & \text{si } C \not\perp \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

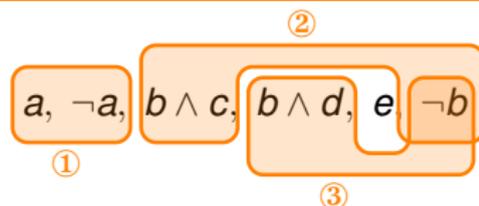
- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

- Valeurs basées sur les ensembles minimaux incohérents [KR'08]

$$MIV^K(\alpha) = f(\text{MI}(K), \alpha)$$



- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

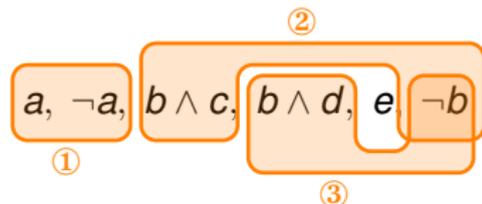
$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

- Valeurs basées sur les ensembles minimaux incohérents [KR'08]

$$\begin{aligned} MIV^K(\alpha) &= f(\text{MI}(K), \alpha) \\ &= f(\{\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}\}, \alpha) \end{aligned}$$

Mesure de l'incohérence



$$MIV_C^K(\alpha) = \sum_{\{M \in MI(K) \mid \alpha \in M\}} \frac{1}{|M|}$$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

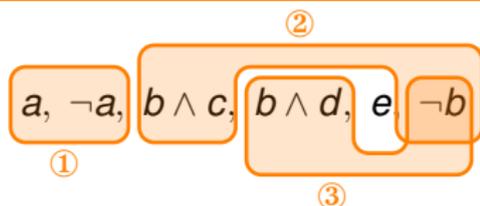
$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

- Valeurs basées sur les ensembles minimaux incohérents [KR'08]

$$\begin{aligned} MIV^K(\alpha) &= f(MI(K), \alpha) \\ &= f(\{\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}\}, \alpha) \end{aligned}$$

Mesure de l'incohérence



$$MIV_C^K = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 1 \right)$$

$$MIV_C^K(\alpha) = \sum_{\{M \in MI(K) \mid \alpha \in M\}} \frac{1}{|M|}$$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

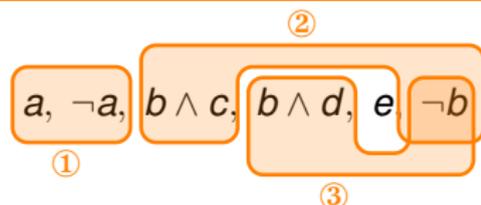
$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

- Valeurs basées sur les ensembles minimaux incohérents [KR'08]

$$\begin{aligned} MIV^K(\alpha) &= f(MI(K), \alpha) \\ &= f(\{\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}\}, \alpha) \end{aligned}$$

Mesure de l'incohérence



$$MIV_C^K = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 1 \right)$$

$$MIV_C^K(\alpha) = \sum_{\{M \in MI(K) \mid \alpha \in M\}} \frac{1}{|M|}$$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

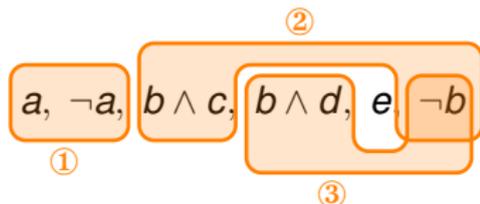
- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

- Valeurs basées sur les ensembles minimaux incohérents [KR'08]

$$\begin{aligned} MIV^K(\alpha) &= f(MI(K), \alpha) \\ &= f(\{\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}\}, \alpha) \end{aligned}$$

- ▶ Calcul pratique des MI (MUS - Grégoire-Mazure-Piette [2007,2009])

Mesure de l'incohérence



$$MIV_C^K = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 1 \right)$$

$$MIV_C^K(\alpha) = \sum_{\{M \in MI(K) \mid \alpha \in M\}} \frac{1}{|M|} = S_{I_{MI}}^K(\alpha)$$

- **Valeur d'incohérence** : mesurer l'incohérence d'une formule

- Valeurs d'Incohérence de Shapley [KR'06,AIJ-10]

- ▶ Utiliser une mesure d'incohérence I
- ▶ Utiliser la valeur de Shapley [1953]

$$S_I^K(\alpha) = \sum_{C \subseteq K} \frac{(|C|-1)! (|K|-|C|)!}{|K|!} (I(C) - I(C \setminus \{\alpha\}))$$

- ▶ Contribution marginale moyenne de la formule à l'incohérence de la base

- Valeurs basées sur les ensembles minimaux incohérents [KR'08]

$$\begin{aligned} MIV^K(\alpha) &= f(MI(K), \alpha) \\ &= f(\{\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}\}, \alpha) \end{aligned}$$

- ▶ Calcul pratique des MI (MUS - Grégoire-Mazure-Piette [2007,2009])

① Spécification

- Comment mesurer l'incohérence d'une base ?
- Comment mesurer la responsabilité d'une formule dans l'incohérence d'une base ?

② Résolution

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment mesurer l'incohérence d'une base ?
- Comment mesurer la responsabilité d'une formule dans l'incohérence d'une base ?

② Résolution

- Knight [2001]
- Hunter [2002], Grant [1978], Grant-Hunter [2006]
- Plans de test [IJCAI'03]
- Valeurs d'incohérence de Shapley [KR'06]
- Valeurs basées sur les minimaux incohérents [KR'08]

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment mesurer l'incohérence d'une base ?
- Comment mesurer la responsabilité d'une formule dans l'incohérence d'une base ?

② Résolution

- Knight [2001]
- Hunter [2002], Grant [1978], Grant-Hunter [2006]
- Plans de test [IJCAI'03]
- Valeurs d'incohérence de Shapley [KR'06]
- Valeurs basées sur les minimaux incohérents [KR'08]

③ Caractérisation

- Propriétés des mesures et des valeurs d'incohérence [KR'06]
- Caractérisation d'une valeur d'incohérence de Shapley [KR'08,AIJ-10]

Caractérisation logique

Chaque Valeur d'Incohérence de Shapley vérifie :

- $\sum_{\alpha \in K} S_I(\alpha) = I(K)$ *(Distribution)*
- Si $\forall K' \subseteq K$ t.q. $\alpha, \beta \notin K'$, $I(K' \cup \{\alpha\}) = I(K' \cup \{\beta\})$,
alors $S_I(\alpha) = S_I(\beta)$ *(Symétrie)*
- Si α est une formule libre de K , alors $S_I(\alpha) = 0$ *(Minimalité)*
- Si $\alpha \vdash \beta$ et $\alpha \not\vdash \perp$, alors $S_I(\alpha) \geq S_I(\beta)$ *(Dominance)*

Caractérisation logique

Chaque Valeur d'Incohérence de Shapley vérifie :

- $\sum_{\alpha \in K} S_I(\alpha) = I(K)$ *(Distribution)*
- Si $\forall K' \subseteq K$ t.q. $\alpha, \beta \notin K'$, $I(K' \cup \{\alpha\}) = I(K' \cup \{\beta\})$,
alors $S_I(\alpha) = S_I(\beta)$ *(Symétrie)*
- Si α est une formule libre de K , alors $S_I(\alpha) = 0$ *(Minimalité)*
- Si $\alpha \vdash \beta$ et $\alpha \not\vdash \perp$, alors $S_I(\alpha) \geq S_I(\beta)$ *(Dominance)*

Soient les propriétés supplémentaires :

- Si $MI(K \cup K') = MI(K) \oplus MI(K')$, alors
 $S_\alpha^I(K \cup K') = S_\alpha^I(K) + S_\alpha^I(K')$ *(Décomposabilité)*
- Si $M \in MI(K)$, alors $I(M) = 1$ *(MinInc)*

Caractérisation logique

Chaque Valeur d'Incohérence de Shapley vérifie :

- $\sum_{\alpha \in K} S_I(\alpha) = I(K)$ (Distribution)
- Si $\forall K' \subseteq K$ t.q. $\alpha, \beta \notin K'$, $I(K' \cup \{\alpha\}) = I(K' \cup \{\beta\})$,
alors $S_I(\alpha) = S_I(\beta)$ (Symétrie)
- Si α est une formule libre de K , alors $S_I(\alpha) = 0$ (Minimalité)
- Si $\alpha \vdash \beta$ et $\alpha \not\vdash \perp$, alors $S_I(\alpha) \geq S_I(\beta)$ (Dominance)

Soient les propriétés supplémentaires :

- Si $MI(K \cup K') = MI(K) \oplus MI(K')$, alors
 $S'_\alpha(K \cup K') = S'_\alpha(K) + S'_\alpha(K')$ (Décomposabilité)
- Si $M \in MI(K)$, alors $I(M) = 1$ (MinInc)

Théorème

Une valeur d'incohérence satisfait Distribution, Symétrie, Minimalité, Décomposabilité et MinInc si et seulement si c'est la valeur d'incohérence de Shapley $S_{I_M} (= MIV_C)$.

Caractérisation logique

Chaque Valeur d'Incohérence de Shapley vérifie :

- $\sum_{\alpha \in K} S_I(\alpha) = I(K)$ *(Distribution)*
- Si $\forall K' \subseteq K$ t.q. $\alpha, \beta \notin K'$, $I(K' \cup \{\alpha\}) = I(K' \cup \{\beta\})$,
alors $S_I(\alpha) = S_I(\beta)$ *(Symétrie)*
- Si α est une formule libre de K , alors $S_I(\alpha) = 0$ *(Minimalité)*
- Si $\alpha \vdash \beta$ et $\alpha \not\vdash \perp$, alors $S_I(\alpha) \geq S_I(\beta)$ *(Dominance)*

Soient les propriétés supplémentaires :

- Si $MI(K \cup K') = MI(K) \oplus MI(K')$, alors
 $S'_\alpha(K \cup K') = S'_\alpha(K) + S'_\alpha(K')$ *(Décomposabilité)*
- Si $M \in MI(K)$, alors $I(M) = 1$ *(MinInc)*

Théorème

Une valeur d'incohérence satisfait Distribution, Symétrie, Minimalité, Décomposabilité et MinInc si et seulement si c'est la valeur d'incohérence de Shapley $S_{I_M} (= MIV_C)$.

① Spécification

- Comment définir les nouvelles croyances d'un agent à partir de ses anciennes croyances et d'une nouvelle information **plus fiable** ?

② Résolution

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir les nouvelles croyances d'un agent à partir de ses anciennes croyances et d'une nouvelle information **plus fiable** ?

② Résolution

- Dalal [1988]
- Borgida [1985]
- Satoh [1988], Winslett [1988]
- ...

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir les nouvelles croyances d'un agent à partir de ses anciennes croyances et d'une nouvelle information **plus fiable** ?

② Résolution

- Dalal [1988]
- Borgida [1985]
- Satoh [1988], Winslett [1988]
- ...

③ Caractérisation

- Postulats AGM (Alchourrón-Gärdenfors-Makinson)
- Théorèmes de représentation :
 - Fonctions de contraction par intersection
 - Assignements fidèles / Systèmes de sphères
 - ...

But Incorporer une nouvelle information plus fiable que les croyances courantes de l'agent

3 principes :

- Primauté de la nouvelle information
- Cohérence
- Changement minimal

But Incorporer une nouvelle information plus fiable que les croyances courantes de l'agent

3 principes :

(R1) $K \star \alpha \vdash \alpha$

(R2) Si $K \wedge \alpha \not\vdash \perp$ alors $K \star \alpha \equiv K \wedge \alpha$

(R3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $K \star \alpha \not\vdash \perp$

(R4) Si $K_1 \equiv K_2$ et $\alpha_1 \equiv \alpha_2$ alors $K_1 \star \alpha_1 \equiv K_2 \star \alpha_2$

(R5) $(K \star \alpha) \wedge \beta \vdash K \star (\alpha \wedge \beta)$

(R6) Si $(K \star \alpha) \wedge \beta \not\vdash \perp$ alors $K \star (\alpha \wedge \beta) \vdash (K \star \alpha) \wedge \beta$

- Primauté de la nouvelle information
- Cohérence
- Changement minimal

Révision

But Incorporer une nouvelle information plus fiable que les croyances courantes de l'agent

3 principes :

(R1) $K \star \alpha \vdash \alpha$

(R2) Si $K \wedge \alpha \not\vdash \perp$ alors $K \star \alpha \equiv K \wedge \alpha$

(R3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $K \star \alpha \not\vdash \perp$

(R4) Si $K_1 \equiv K_2$ et $\alpha_1 \equiv \alpha_2$ alors $K_1 \star \alpha_1 \equiv K_2 \star \alpha_2$

(R5) $(K \star \alpha) \wedge \beta \vdash K \star (\alpha \wedge \beta)$

(R6) Si $(K \star \alpha) \wedge \beta \not\vdash \perp$ alors $K \star (\alpha \wedge \beta) \vdash (K \star \alpha) \wedge \beta$

- Primauté de la nouvelle information
- Cohérence
- Changement minimal

Théorème (Katsuno-Mendelzon [1991])

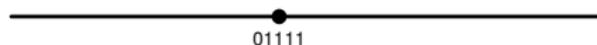
Un opérateur \star est un opérateur de révision AGM (il vérifie (R1)-(R6)) si et seulement si il existe un assignement fidèle qui associe à chaque base K un pré-ordre total \leq_K sur les interprétations tel que

$$\text{mod}(K \star \alpha) = \min(\text{mod}(\alpha), \leq_K)$$

But Incorporer une nouvelle information plus fiable que les croyances courantes de l'agent

3 principes :

- Primauté de la nouvelle information
- Cohérence
- Changement minimal

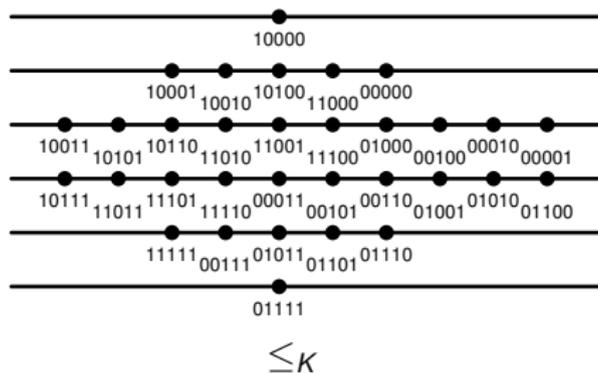


$a, \boxed{\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e}, \neg b$
 K

But Incorporer une nouvelle information plus fiable que les croyances courantes de l'agent

3 principes :

- Primauté de la nouvelle information
- Cohérence
- Changement minimal



$a, \boxed{\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e}, \neg b$

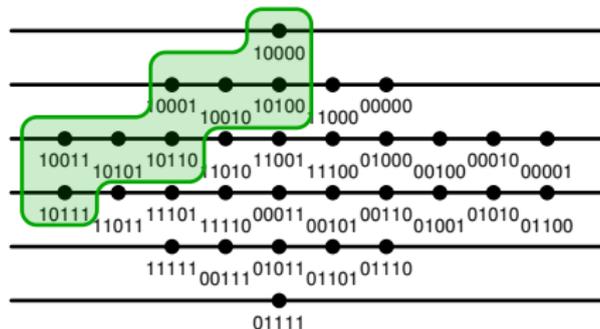
K

Révision

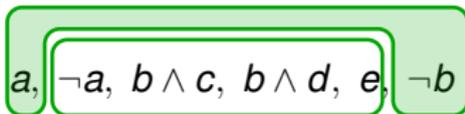
But Incorporer une nouvelle information plus fiable que les croyances courantes de l'agent

3 principes :

- Primauté de la nouvelle information
- Cohérence
- Changement minimal



$\leq K$

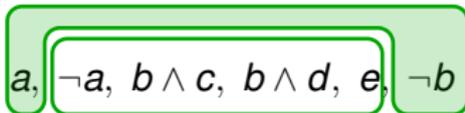
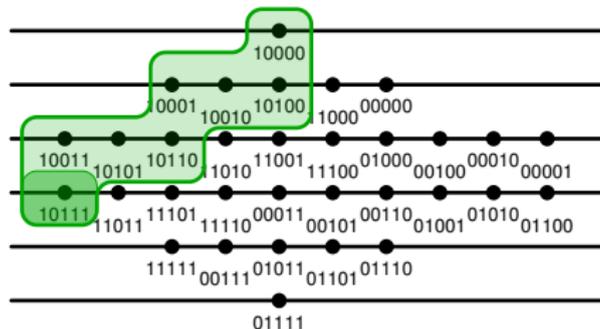


$K \quad \alpha$

But Incorporer une nouvelle information plus fiable que les croyances courantes de l'agent

3 principes :

- Primauté de la nouvelle information
- Cohérence
- Changement minimal



$$K \star \alpha \equiv a \wedge \neg b \wedge c \wedge d \wedge e$$

① Spécification

- Comment définir des opérateurs de révision avec un bon comportement après plusieurs itérations ?

② Résolution

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir des opérateurs de révision avec un bon comportement après plusieurs itérations ?

② Résolution

- Spohn [1988], Williams [1995]
- Boutilier [1993], Nayak [1994], Lehmann [1995]
- Révision à mémoire [JANCL-00,ECSQARU'01,ECAI'00]
- ...

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir des opérateurs de révision avec un bon comportement après plusieurs itérations ?

② Résolution

- Spohn [1988], Williams [1995]
- Boutilier [1993], Nayak [1994], Lehmann [1995]
- Révision à mémoire [JANCL-00,ECSQARU'01,ECAI'00]
- ...

③ Caractérisation

- Darwiche-Pearl [1994,1997]
- Jin-Thielscher [2007], Booth-Meyer [2006]
- Itération dans le cadre AGM [ECSQARU'03]
- Opérateurs d'amélioration [KR'08,KR'10]

① Spécification

- Comment définir des opérateurs de révision avec un bon comportement après plusieurs itérations ?

② Résolution

- Spohn [1988], Williams [1995]
- Boutilier [1993], Nayak [1994], Lehmann [1995]
- Révision à mémoire [JANCL-00,ECSQARU'01,ECAI'00]
- ...

③ Caractérisation

- Darwiche-Pearl [1994,1997]
- Jin-Thielscher [2007], Booth-Meyer [2006]
- Itération dans le cadre AGM [ECSQARU'03]
- Opérateurs d'amélioration [KR'08,KR'10]

① Spécification

- Comment définir des opérateurs de révision avec un bon comportement après plusieurs itérations ?

② Résolution

- Spohn [1988], Williams [1995]
- Boutilier [1993], Nayak [1994], Lehmann [1995]
- Révision à mémoire [JANCL-00,ECSQARU'01,ECAI'00]
- ...

③ Caractérisation

- Darwiche-Pearl [1994,1997]
- Jin-Thielscher [2007], Booth-Meyer [2006]
- Itération dans le cadre AGM [ECSQARU'03]
- Opérateurs d'amélioration [KR'08,KR'10]

Opérateurs d'amélioration

- Idée :
 - Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
 - Pas de primauté de la nouvelle information

Opérateurs d'amélioration

- Idée :
 - Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
 - Pas de primauté de la nouvelle information
- Problème :
 - Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Opérateurs d'amélioration

- Idée :
 - Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
 - Pas de primauté de la nouvelle information
- Problème :
 - Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

Opérateurs d'amélioration

- Idée :
 - Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
 - Pas de primauté de la nouvelle information
- Problème :
 - Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$ **Primauté de la nouvelle information**

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

Opérateurs d'amélioration

- Idée :
 - Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
 - **Pas de primauté de la nouvelle information**
- Problème :
 - Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$ **Primauté de la nouvelle information**

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

Opérateurs d'amélioration

- Idée :
 - Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
 - **Pas de primauté de la nouvelle information**
- Problème :
 - Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$ **Primauté de la nouvelle information**

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

- Solution :
 - Assurer l'augmentation de la plausibilité de la nouvelle information

Opérateurs d'amélioration

- Idée :
 - Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
 - **Pas de primauté de la nouvelle information**
- Problème :
 - Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$ **Primauté de la nouvelle information**

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

- Solution :
 - Assurer l'augmentation de la plausibilité de la nouvelle information
 - Itérer cette opération conduira à une révision !

Opérateurs d'amélioration

- Idée :

- Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
- **Pas de primauté de la nouvelle information**

- Problème :

- Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$ **Primauté de la nouvelle information**

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

- Solution :

- Assurer l'augmentation de la plausibilité de la nouvelle information
- Itérer cette opération conduira à une révision !
 - ▶ **(I1)** Il existe un n tel que $\mathcal{K} \circ^n \alpha \vdash \alpha$

Opérateurs d'amélioration

- Idée :

- Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
- **Pas de primauté de la nouvelle information**

- Problème :

- Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models \mathcal{K} \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$ **Primauté de la nouvelle information**

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

- Solution :

- Assurer l'augmentation de la plausibilité de la nouvelle information
- Itérer cette opération conduira à une révision !
 - ▶ **(I1)** Il existe un n tel que $\mathcal{K} \circ^n \alpha \vdash \alpha$
 - ▶ $\mathcal{K} \star \alpha = \mathcal{K} \circ^n \alpha$
où n est le premier entier tel que $\mathcal{K} \circ^n \alpha \vdash \alpha$

Opérateurs d'amélioration

- Idée :

- Augmenter la plausibilité de la nouvelle information
- **Pas de primauté de la nouvelle information**

- Problème :

- Les théorèmes de représentations pour la révision itérée utilisent l'équivalence suivante :

$$\omega \leq_{\mathcal{K}} \omega' \text{ ssi } \omega \models (\mathcal{K} \circ \alpha_{\{\omega, \omega'\}}) \star \alpha_{\{\omega, \omega'\}}$$

Nécessite les postulats (R*1) et (R*3) [et (R*4)] :

(R*1) $\mathcal{K} \star \alpha \vdash \alpha$ **Primauté de la nouvelle information**

(R*3) Si $\alpha \not\vdash \perp$ alors $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \perp$

- Solution :

- Assurer l'augmentation de la plausibilité de la nouvelle information
- Itérer cette opération conduira à une révision !
 - ▶ **(I1)** Il existe un n tel que $\mathcal{K} \circ^n \alpha \vdash \alpha$
 - ▶ $\mathcal{K} \star \alpha = \mathcal{K} \circ^n \alpha$
où n est le premier entier tel que $\mathcal{K} \circ^n \alpha \vdash \alpha$

Opérateurs d'amélioration

Un opérateur \circ est un opérateur d'amélioration faible si il vérifie **(I1-I6)** :

(I1) $\exists n \mathcal{K} \circ^n \alpha \vdash \alpha$

(I2) Si $\mathcal{K} \wedge \alpha \not\vdash \perp$, alors $\mathcal{K} \star \alpha \equiv \mathcal{K} \wedge \alpha$

(I3) Si $\alpha \not\vdash \perp$, alors $\mathcal{K} \circ \alpha \not\vdash \perp$

(I4) $\forall n$ si $\alpha_i \equiv \beta_i \forall i \leq n$ alors $\mathcal{K} \circ \alpha_1 \circ \dots \circ \alpha_n \equiv \mathcal{K} \circ \beta_1 \circ \dots \circ \beta_n$

(I5) $(\mathcal{K} \star \alpha) \wedge \beta \vdash \mathcal{K} \star (\alpha \wedge \beta)$

(I6) Si $(\mathcal{K} \star \alpha) \wedge \beta \not\vdash \perp$, alors $\mathcal{K} \star (\alpha \wedge \beta) \vdash (\mathcal{K} \star \alpha) \wedge \beta$

Un opérateur \circ est un opérateur d'amélioration si il vérifie **(I1-I9)** :

(I7) Si $\alpha \vdash \beta$ alors $(\mathcal{K} \circ \beta) \star \alpha \equiv \mathcal{K} \star \alpha$

(I8) Si $\alpha \vdash \neg\beta$ alors $(\mathcal{K} \circ \beta) \star \alpha \equiv \mathcal{K} \star \alpha$

(I9) Si $\mathcal{K} \star \alpha \not\vdash \neg\beta$ alors $(\mathcal{K} \circ \beta \star \alpha) \vdash \beta$

① Spécification

- Comment définir les croyances d'un groupe d'agents ?

$$\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow K$$

② Résolution

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir les croyances d'un groupe d'agents ?

$$\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow K$$

② Résolution

- Bases de données (HERMES [1996], TSIMMIS [1994])
- Revesz [1994,1997], Lin & Mendelzon [1999]
- Baral, Kraus, Minker, Subrahmanian [1991,1992]

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir les croyances d'un groupe d'agents ?

$$\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow K$$

② Résolution

- Bases de données (HERMES [1996], TSIMMIS [1994])
- Revesz [1994,1997], Lin & Mendelzon [1999]
- Baral, Kraus, Minker, Subrahmanian [1991,1992]
- ... (cf transparent suivant)

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir les croyances d'un groupe d'agents ?

$$\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow K$$

② Résolution

- Bases de données (HERMES [1996], TSIMMIS [1994])
- Revesz [1994,1997], Lin & Mendelzon [1999]
- Baral, Kraus, Minker, Subrahmanian [1991,1992]
- ... (cf transparent suivant)

③ Caractérisation

- Revesz [1994,1997] - model fitting

① Spécification

- Comment définir les croyances d'un groupe d'agents ?

$$\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow K$$

② Résolution

- Bases de données (HERMES [1996], TSIMMIS [1994])
- Revesz [1994,1997], Lin & Mendelzon [1999]
- Baral, Kraus, Minker, Subrahmanian [1991,1992]
- ... (cf transparent suivant)

③ Caractérisation

- Revesz [1994,1997] - model fitting
- Opérateurs de fusion [KR'98]
- Opérateurs de fusion contrainte [ECSQARU'99,JLC-02]

① Spécification

- Comment définir les croyances d'un groupe d'agents ?

$$\{K_1, \dots, K_n\}, IC \longrightarrow K$$

② Résolution

- Bases de données (HERMES [1996], TSIMMIS [1994])
- Revesz [1994,1997], Lin & Mendelzon [1999]
- Baral, Kraus, Minker, Subrahmanian [1991,1992]
- ... (cf transparent suivant)

③ Caractérisation

- Revesz [1994,1997] - model fitting
- Opérateurs de fusion [KR'98]
- Opérateurs de fusion contrainte [ECSQARU'99,JLC-02]

① Spécification

- Comment définir les croyances d'un groupe d'agents ?

$$\{K_1, \dots, K_n\}, IC \longrightarrow K$$

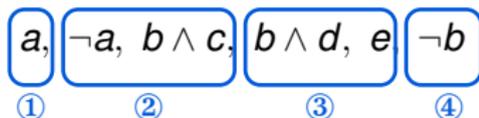
② Résolution

- Bases de données (HERMES [1996], TSIMMIS [1994])
- Revesz [1994,1997], Lin & Mendelzon [1999]
- Baral, Kraus, Minker, Subrahmanian [1991,1992]
- ... (cf transparent suivant)

③ Caractérisation

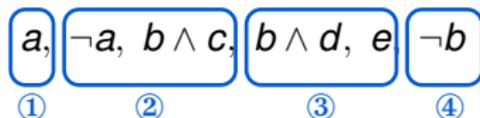
- Revesz [1994,1997] - model fitting
- Opérateurs de fusion [KR'98]
- Opérateurs de fusion contrainte [ECSQARU'99,JLC-02]
- Manipulabilité [KR'04,JAIR-07]
- Truth Tracking [MFI'09]

Opérateurs de fusion



- A base de modèles [JLC-02, KR'02, EJOR-05, IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation

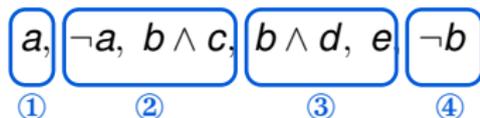
Opérateurs de fusion



- A base de modèles [JLC-02, KR'02, EJOR-05, IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation

	①	②	③	④	max	Σ
11111	0	1	0	1	1	2
01111	1	0	0	1	1	2
00111	1	1	1	0	1	3
⋮						

Opérateurs de fusion

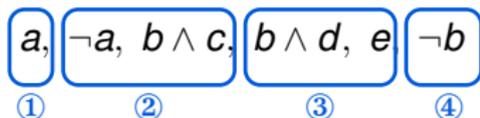


- A base de modèles [JLC-02,KR'02,EJOR-05,IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation

	①	②	③	④	max	Σ
11111	0	1	0	1	1	2
01111	1	0	0	1	1	2
00111	1	1	1	0	1	3
⋮						

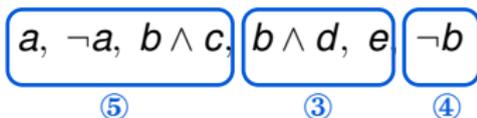
- Revesz [1994] : (Dalal, Σ) (Dalal, \max)
- [JLC-02] : (d, Σ) (d, \max)
- [JLC-02] : (d, GMAX)
- [KR'02,EJOR-05] : (d, Σ^n)
- [IJCAI'05] : (d, GMIN)

Opérateurs de fusion



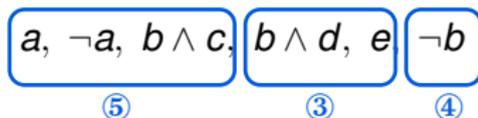
- A base de modèles [JLC-02, KR'02, EJOR-05, IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil

Opérateurs de fusion



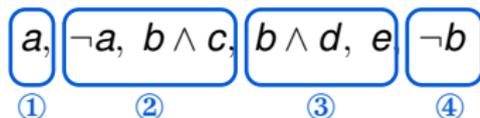
- A base de modèles [JLC-02,KR'02,EJOR-05,IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil
- DA² [KR'02,AIJ-04]
 - Prendre en compte les bases incohérentes

Opérateurs de fusion



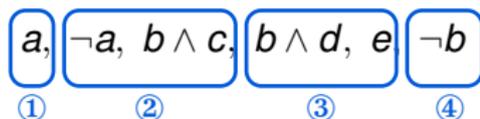
- A base de modèles [JLC-02, KR'02, EJOR-05, IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil
- DA² [KR'02, AIJ-04]
 - Prendre en compte les bases incohérentes
 - 1 Distance + 2 fonctions d'Agrégation

Opérateurs de fusion



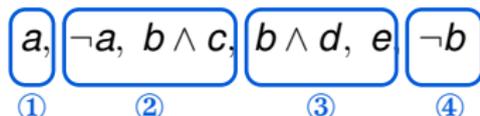
- A base de modèles [JLC-02, KR'02, EJOR-05, IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil
- DA² [KR'02, AIJ-04]
 - Prendre en compte les bases incohérentes
 - 1 Distance + 2 fonctions d'Agrégation
- Disjonctifs [IJCAI'05, AIJ-10]
 - Contraindre le résultat de la fusion à impliquer la disjonction
 - GMIN : alternative aux opérateurs à base de formules

Opérateurs de fusion



- A base de modèles [JLC-02,KR'02,EJOR-05,IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil
- DA² [KR'02,AIJ-04]
 - Prendre en compte les bases incohérentes
 - 1 Distance + 2 fonctions d'Agrégation
- Disjonctifs [IJCAI'05,AIJ-10]
 - Contraindre le résultat de la fusion à impliquer la disjonction
 - GMIN : alternative aux opérateurs à base de formules
- A base de vecteurs de conflits [KR'08]
 - Utiliser une mesure plus fine qu'une distance

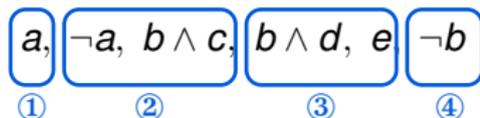
Opérateurs de fusion



- A base de modèles [JLC-02,KR'02,EJOR-05,IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil
- DA² [KR'02,AIJ-04]
 - Prendre en compte les bases incohérentes
 - 1 Distance + 2 fonctions d'Agrégation
- Disjonctifs [IJCAI'05,AIJ-10]
 - Contraindre le résultat de la fusion à impliquer la disjonction
 - GMIN : alternative aux opérateurs à base de formules
- A base de vecteurs de conflits [KR'08]
 - Utiliser une mesure plus fine qu'une distance

	①	②	③	④	d_H
11101	0	1	1	1	(0,1,1,1)
00111	1	1	1	0	(0,1,1,1)

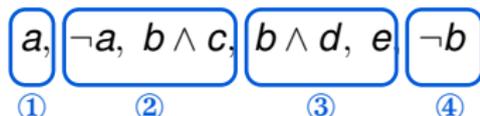
Opérateurs de fusion



- A base de modèles [JLC-02,KR'02,EJOR-05,IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil
- DA² [KR'02,AIJ-04]
 - Prendre en compte les bases incohérentes
 - 1 Distance + 2 fonctions d'Agrégation
- Disjonctifs [IJCAI'05,AIJ-10]
 - Contraindre le résultat de la fusion à impliquer la disjonction
 - GMIN : alternative aux opérateurs à base de formules
- A base de vecteurs de conflits [KR'08]
 - Utiliser une mesure plus fine qu'une distance

	①	②	③	④	d_H	Σ
11101	0	1	1	1	(0,1,1,1)	3
00111	1	1	1	0	(0,1,1,1)	3

Opérateurs de fusion



- A base de modèles [JLC-02,KR'02,EJOR-05,IJCAI'05]
 - Sélectionner les interprétations les plus proches du profil
 - Distance entre interprétations + fonction d'agrégation
- A base de formules [KR'00]
 - Sélectionner les formules (maxcons) les plus proches du profil
- DA² [KR'02,AIJ-04]
 - Prendre en compte les bases incohérentes
 - 1 Distance + 2 fonctions d'Agrégation
- Disjonctifs [IJCAI'05,AIJ-10]
 - Contraindre le résultat de la fusion à impliquer la disjonction
 - GMIN : alternative aux opérateurs à base de formules
- A base de vecteurs de conflits [KR'08]
 - Utiliser une mesure plus fine qu'une distance

	①	②	③	④	d_H	Σ	<i>vect</i>
11101	0	1	1	1	(0,1,1,1)	3	$\{ \emptyset, \{a\}, \{d\}, \{b\} \}$
00111	1	1	1	0	(0,1,1,1)	3	$\{ \{a\}, \{b\}, \{b\}, \emptyset \}$

Fusion dans des cadres plus structurés :

- Fusion pondérée
 - Benferhat-Dubois-Kaci-Prade [2000,2002,2003]
 - Meyer [2001]
- Logique du premier ordre
 - Gorogiannis-Hunter [2008]
- Programmes logiques
 - Delgrande-Schaub-Tompits-Woltran [2009]
 - Hué-Papini-Würbel [2009]
- Réseaux de contraintes
 - Condotta-Kaci-Marquis-Schwind [2009]

Fusion dans des cadres plus structurés :

- Fusion pondérée
 - Benferhat-Dubois-Kaci-Prade [2000,2002,2003]
 - Meyer [2001]
- Logique du premier ordre
 - Gorogiannis-Hunter [2008]
- Programmes logiques
 - Delgrande-Schaub-Tompits-Woltran [2009]
 - Hué-Papini-Würbel [2009]
- Réseaux de contraintes
 - Condotta-Kaci-Marquis-Schwind [2009]
- Systèmes d'argumentation [[AAAI'05](#), [AIJ-07](#)]
 - Dung : arguments + relation d'attaque entre arguments
 - ▶ Cadres d'argumentation partiels (PAF)
 - ▶ Distances d'édition

① Spécification

- Comment définir le résultat de la négociation d'un groupe d'agents avec des buts ou croyances différentes ?
- Conciliation : $\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow \{K_1^*, \dots, K_n^*\}$

② Résolution

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir le résultat de la négociation d'un groupe d'agents avec des buts ou croyances différentes ?
- Conciliation : $\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow \{K_1^*, \dots, K_n^*\}$

② Résolution

- Meyer-Foo-Zhang-Kwok [2004], Zhang [2005,2007], Booth [2002], Meyer-Parra-Perrussel [2005]
- Fusion itérée [ECSQARU'05,JLC-07]
- Jeu de croyances [JANCL-04]
- Opérateurs de confluence [JELIA'08]

③ Caractérisation

① Spécification

- Comment définir le résultat de la négociation d'un groupe d'agents avec des buts ou croyances différentes ?
- Conciliation : $\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow \{K_1^*, \dots, K_n^*\}$

② Résolution

- Meyer-Foo-Zhang-Kwok [2004], Zhang [2005,2007], Booth [2002], Meyer-Parra-Perrussel [2005]
- Fusion itérée [ECSQARU'05,JLC-07]
- Jeu de croyances [JANCL-04]
- Opérateurs de confluence [JELIA'08]

③ Caractérisation



① Spécification

- Comment définir le résultat de la négociation d'un groupe d'agents avec des buts ou croyances différentes ?
- Conciliation : $\{K_1, \dots, K_n\} \longrightarrow \{K_1^*, \dots, K_n^*\}$

② Résolution

- Meyer-Foo-Zhang-Kwok [2004], Zhang [2005,2007], Booth [2002], Meyer-Parra-Perrussel [2005]
- Fusion itérée [ECSQARU'05,JLC-07]
- Jeu de croyances [JANCL-04]
- Opérateurs de confluence [JELIA'08]

③ Caractérisation



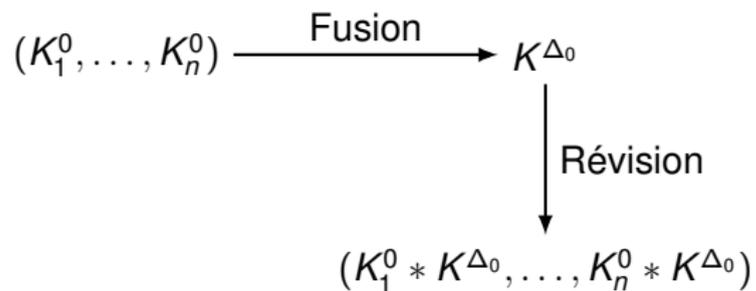
- Opérateurs de confluence [JELIA'08]

$$(K_1^0, \dots, K_n^0)$$

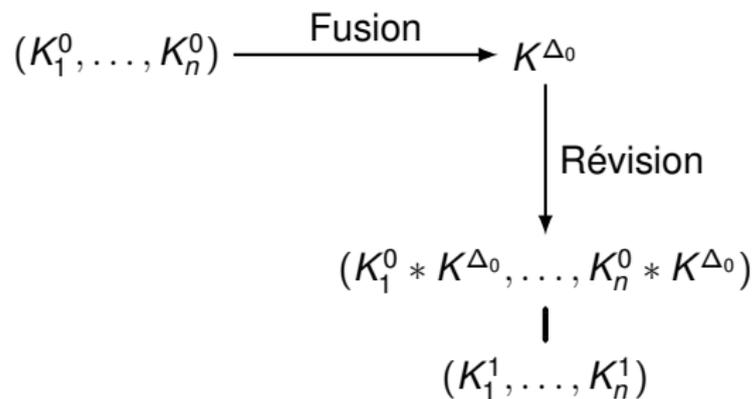
Fusion itérée

$$(K_1^0, \dots, K_n^0) \xrightarrow{\text{Fusion}} K^{\Delta_0}$$

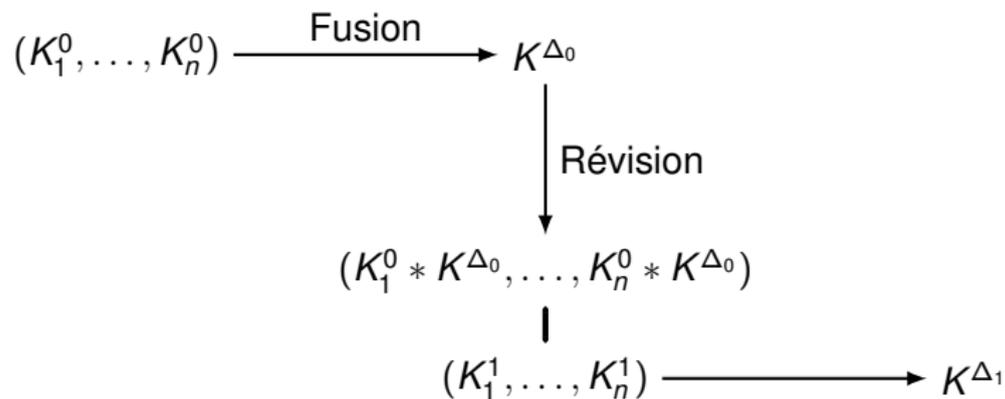
Fusion itérée



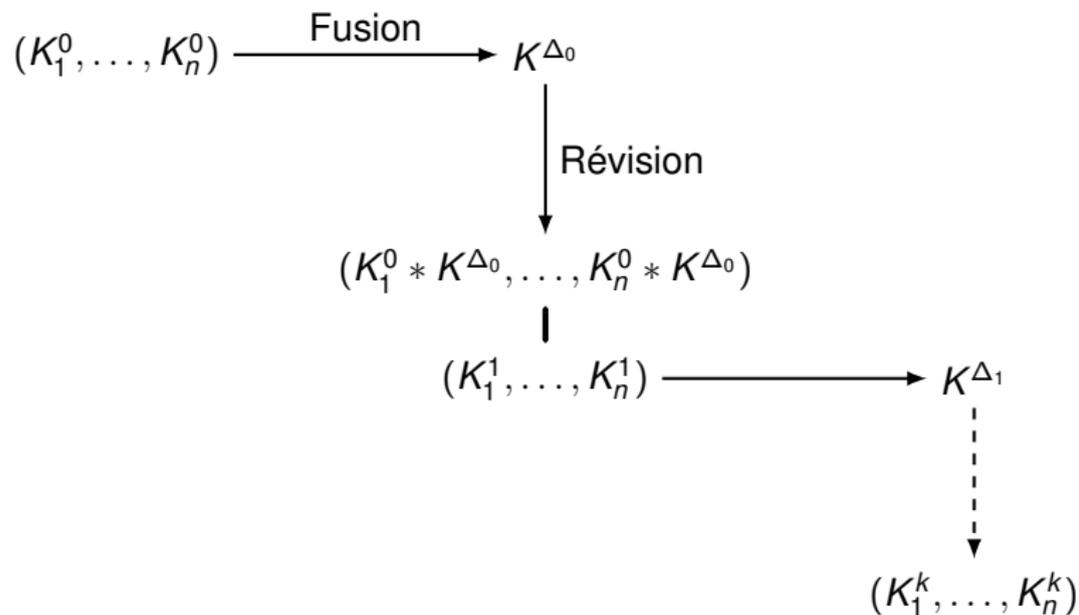
Fusion itérée



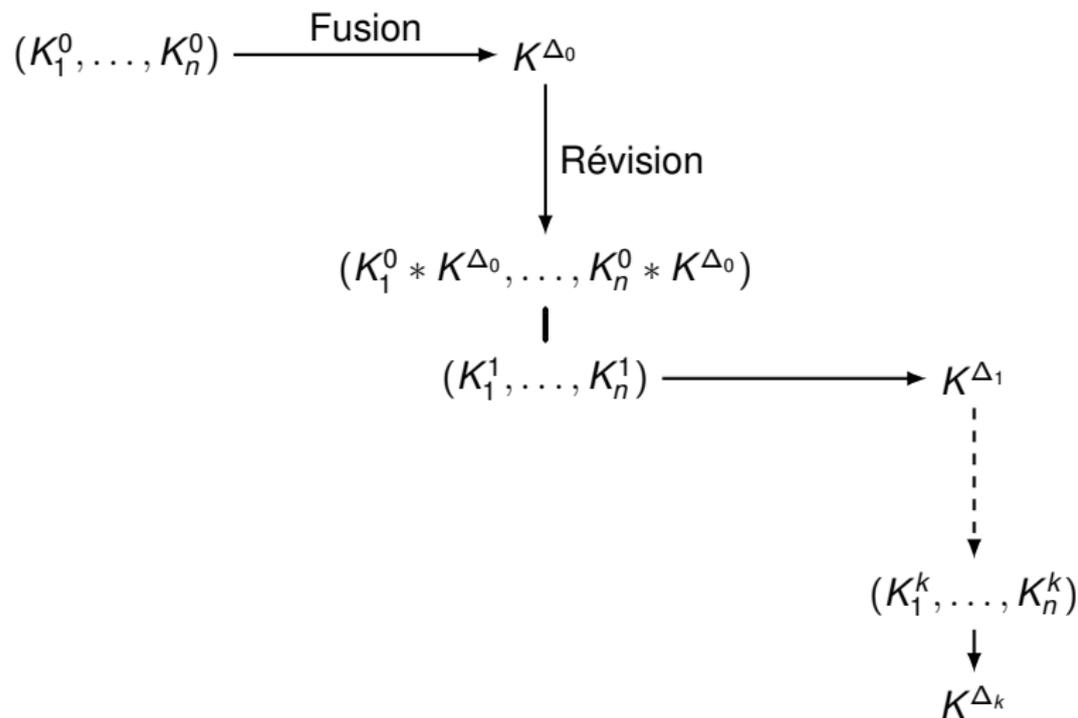
Fusion itérée



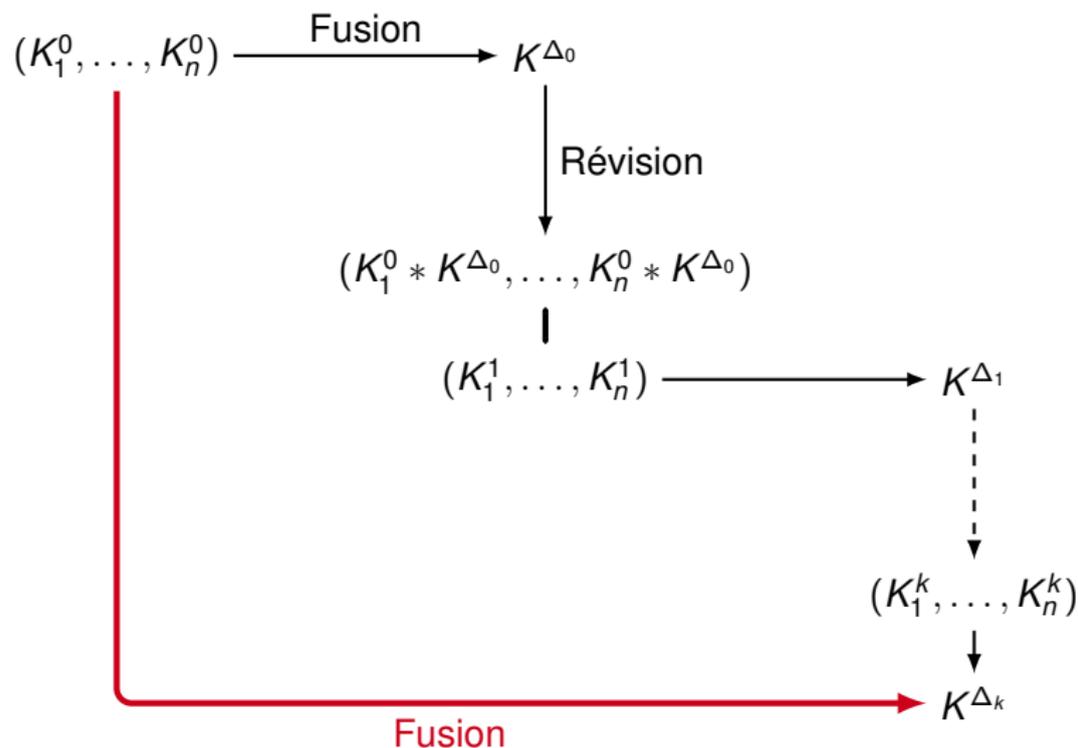
Fusion itérée



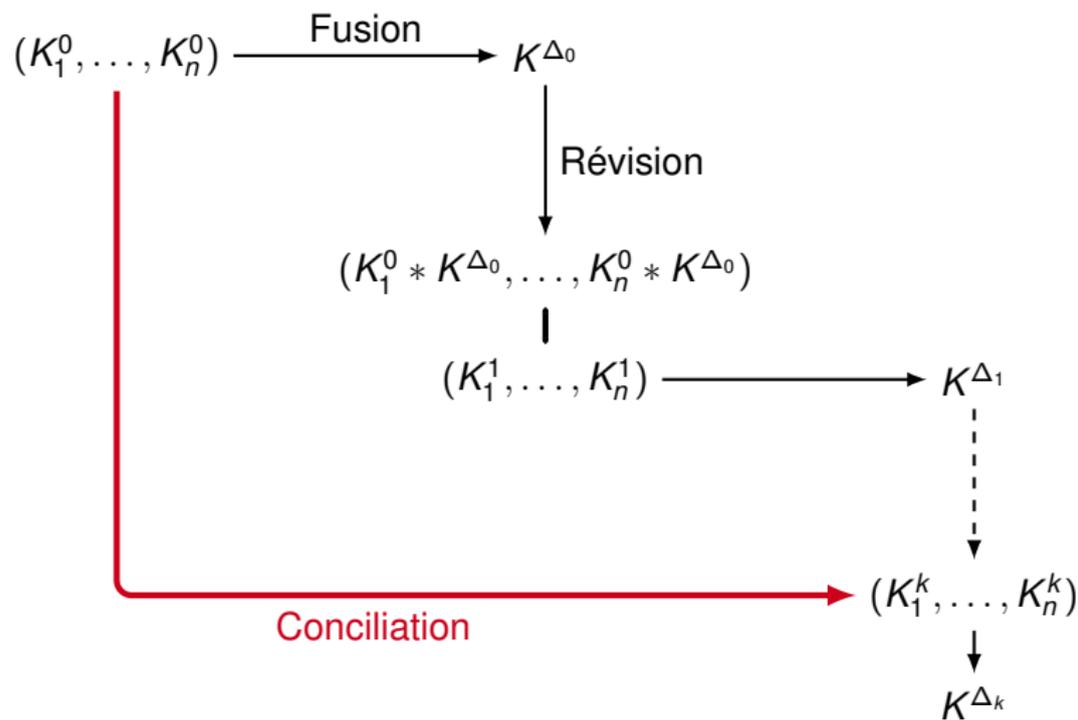
Fusion itérée



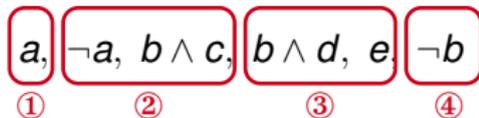
Fusion itérée



Fusion itérée

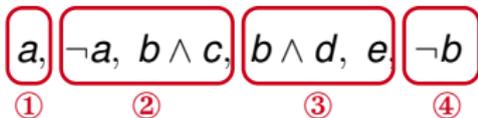


Jeu de croyances



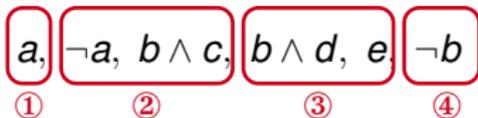
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits

Jeu de croyances



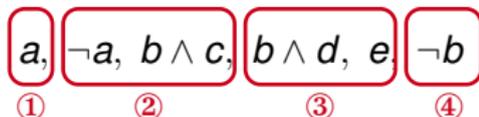
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base

Jeu de croyances



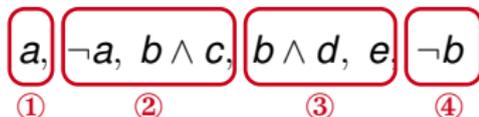
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases

Jeu de croyances



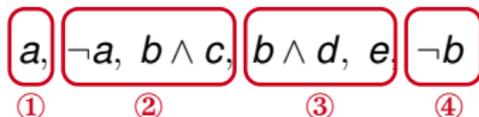
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)

Jeu de croyances



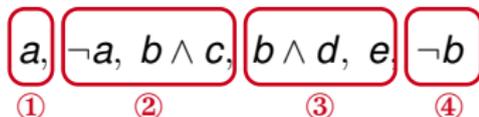
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint

Jeu de croyances



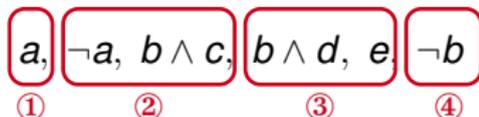
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :

Jeu de croyances



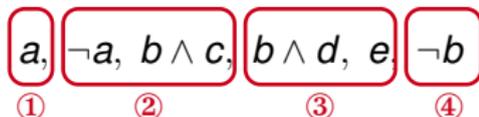
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)

Jeu de croyances



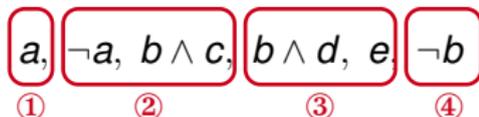
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente

Jeu de croyances



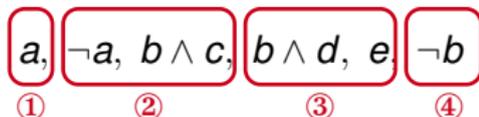
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente
 - Les bases les plus conflictuelles (valeurs d'incohérence)

Jeu de croyances



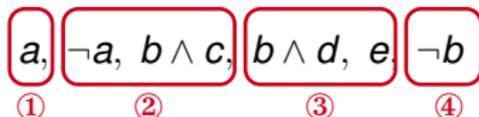
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente
 - Les bases les plus conflictuelles (valeurs d'incohérence)
- **Fonction d'affaiblissement** :

Jeu de croyances



- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente
 - Les bases les plus conflictuelles (valeurs d'incohérence)
- **Fonction d'affaiblissement** :
 - drastique
 - dilatation

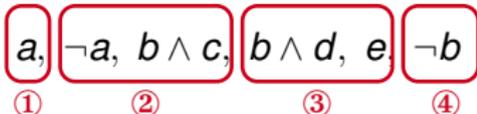
Jeu de croyances



- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente
 - Les bases les plus conflictuelles (valeurs d'incohérence)
- **Fonction d'affaiblissement** :
 - drastique
 - dilatation

Jeu de croyances

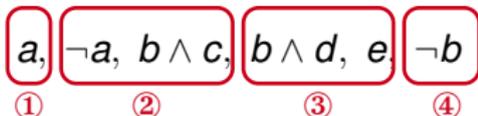
$\langle \#bases, drastique \rangle$



- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente
 - Les bases les plus conflictuelles (valeurs d'incohérence)
- **Fonction d'affaiblissement** :
 - drastique
 - dilatation

Jeu de croyances

$\langle \#bases, drastique \rangle$



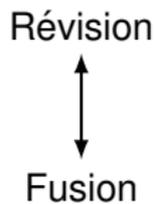
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente
 - Les bases les plus conflictuelles (valeurs d'incohérence)
- **Fonction d'affaiblissement** :
 - drastique
 - dilatation

Jeu de croyances

$\langle \#bases, drastique \rangle$



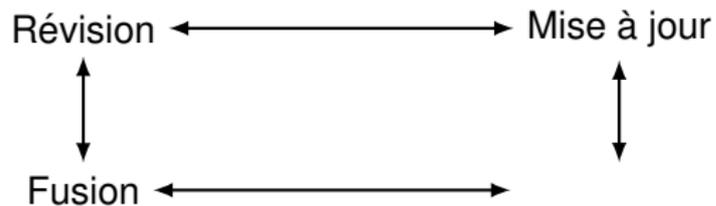
- **Conciliation** : Certains agents doivent faire des concessions afin de résoudre les conflits
- **Idée** :
 - Chaque agent donne sa base
 - Compétition entre les bases
 - ▶ Les plus **faibles** perdent
 - ▶ Les perdants doivent faire des concessions (s' **affaiblir**)
 - Jusqu'à ce qu'un consensus (profil cohérent) soit atteint
- **Fonction de sélection** :
 - Les bases les plus éloignées (distances)
 - ▶ Nombre de bases avec laquelle la base est cohérente
 - Les bases les plus conflictuelles (valeurs d'incohérence)
- **Fonction d'affaiblissement** :
 - drastique
 - dilatation



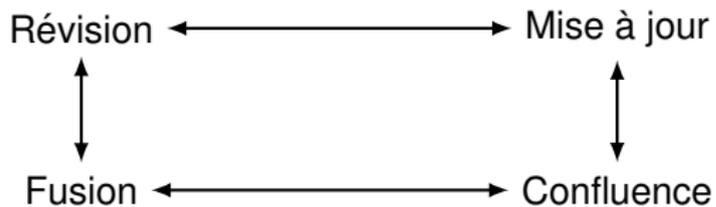
Opérateurs de confluence



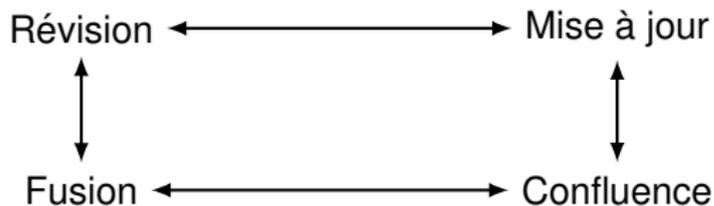
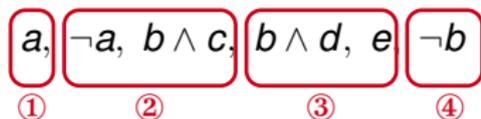
Opérateurs de confluence



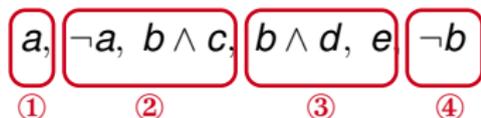
Opérateurs de confluence



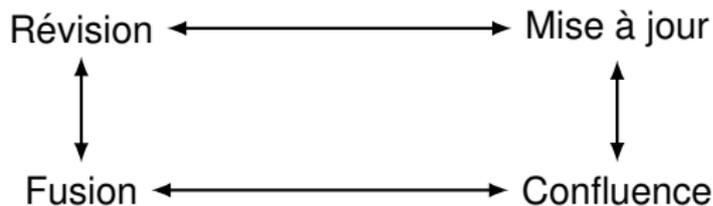
Opérateurs de confluence



Opérateurs de confluence

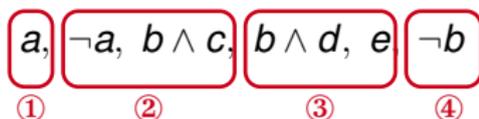


$$e_1 = \langle 11111 \quad 01111 \quad 11111 \quad 10111 \rangle$$

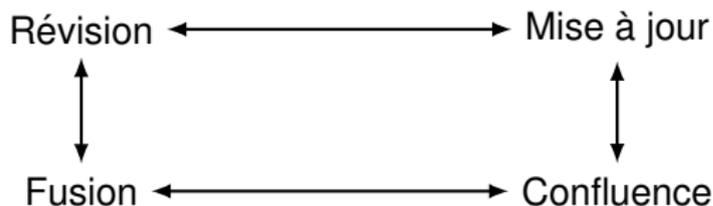


$$\text{(UC9)} \quad \diamond_{\mu}(E \sqcup \{\alpha \vee \alpha'\}) \equiv \diamond_{\mu}(E \sqcup \{\alpha\}) \vee \diamond_{\mu}(E \sqcup \{\alpha'\})$$

Opérateurs de confluence



$$e_1 = \langle 11111 \quad 01111 \quad 11111 \quad 10111 \rangle$$



$$\text{(UC9)} \quad \diamond_{\mu}(E \sqcup \{\alpha \vee \alpha'\}) \equiv \diamond_{\mu}(E \sqcup \{\alpha\}) \vee \diamond_{\mu}(E \sqcup \{\alpha'\})$$

Théorème

Un opérateur \diamond est un opérateur de confluence (i.e. il satisfait **(UC0-UC9)**) si et seulement si il existe un assignement distribué qui associe à chaque état e un pré-ordre total \leq_e tel que $\text{mod}(\diamond_{\mu}(E)) = \bigcup_{e \models E} \min(\text{mod}(\mu), \leq_e)$

Perspectives

Du conflit entre formules logiques vers le conflit entre agents

Du conflit entre formules logiques vers le conflit entre agents

Incohérence

- mesures d'incohérence
- mesures de conflits potentiels

Du conflit entre formules logiques vers le conflit entre agents

Incohérence

- mesures d'incohérence
- mesures de conflits potentiels

Révision

- amélioration

Du conflit entre formules logiques vers le conflit entre agents

Incohérence

- mesures d'incohérence
- mesures de conflits potentiels

Fusion

- théorie du choix social
- autres cadres

Révision

- amélioration

Du conflit entre formules logiques vers le conflit entre agents

Incohérence

- mesures d'incohérence
- mesures de conflits potentiels

Fusion

- théorie du choix social
- autres cadres

Révision

- amélioration

Négociation

- caractérisation de la conciliation

Du conflit entre formules logiques vers le conflit entre agents

Incohérence

- mesures d'incohérence
- mesures de conflits potentiels

Fusion

- théorie du choix social
- autres cadres

Révision

- amélioration

Négociation

- caractérisation de la conciliation

Intelligence Artificielle & Economie

- théorie des jeux qualitative
 - Planification multi-agents [ECSQARU'07]
 - Jeux à résultats multiples [GAME'07,ICTAI'09]
 - Décision sous ignorance totale [KR'10]

Co-auteurs (par ordre du nombre d'articles en commun)

- Pierre Marquis - CRIL
- Ramón Pino Pérez - ULA, Venezuela
- Patricia Everaere - LIFL
- Jérôme Lang - LAMSADE
- Ramzi Ben Larbi - CRIL
- Anthony Hunter - UCL, Royaume-Uni
- Didier Dubois - IRIT
- Henri Prade - IRIT
- Olivier Gauwin - LIFL
- Salem Benferhat - CRIL
- Odile Papini - LSIS
- Stéphane Janot - LIFL
- Hassan Bezzazi - LIFL
- Sylvie Coste-Marquis - CRIL
- Caroline Devred - LERIA
- M-C. Lagasquie-Schiex - IRIT
- Philippe Besnard - IRIT
- Andreas Herzig - IRIT
- Laurent Perrussel - IRIT
- Eric Grégoire - CRIL

Co-auteurs (par ordre du nombre d'articles en commun)

- Pierre Marquis - CRIL
- Ramón Pino Pérez - ULA, Venezuela
- Patricia Everaere - LIFL
- Jérôme Lang - LAMSADE
- Ramzi Ben Larbi - CRIL
- Anthony Hunter - UCL, Royaume-Uni
- Didier Dubois - IRIT
- Henri Prade - IRIT
- Olivier Gauwin - LIFL
- Salem Benferhat - CRIL
- Odile Papini - LSIS
- Stéphane Janot - LIFL
- Hassan Bezzazi - LIFL
- Sylvie Coste-Marquis - CRIL
- Caroline Devred - LERIA
- M-C. Lagasquie-Schiex - IRIT
- Philippe Besnard - IRIT
- Andreas Herzig - IRIT
- Laurent Perrussel - IRIT
- Eric Grégoire - CRIL

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées
- Logiques paraconsistantes

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$K \models \alpha$ ssi $\text{mod}(K) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées
- Logiques paraconsistantes

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$K \models \alpha$ ssi $\emptyset \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées
- Logiques paraconsistantes

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$K \models \alpha$ ssi $\text{mod}(K) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées
- Logiques paraconsistantes

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$K \models \alpha$ ssi $\text{mod}(K) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

$K \models_M \alpha$ ssi $\text{mod}_M(K) \subseteq \text{mod}_M(\alpha)$

- Logiques paraconsistantes

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

$K \models \alpha$ ssi $\text{mod}(K) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

$K \models_M \alpha$ ssi $\text{mod}_M(K) \subseteq \text{mod}_M(\alpha)$

- Logiques paraconsistantes

$\exists K \exists \alpha \quad K \vdash_P \alpha$ et $K \vdash_P \neg \alpha$
et $\exists \beta \quad K \not\vdash_P \beta$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $a, e, \neg b$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $a, e, \neg b$
- $\neg a, e, \neg b$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $a, e, \neg b$
- $\neg a, e, \neg b$

$\models_{\forall} e$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $a, e, \neg b$
- $\neg a, e, \neg b$

$\models_{\exists} a$
 $\models_{\forall} e$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $a, e, \neg b$
- $\neg a, e, \neg b$

$\models_{\exists} a$
 $\models_{\forall} e$
 $\models_A c \wedge d$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- $a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $\neg a, b \wedge c, b \wedge d, e$
- $a, e, \neg b$
- $\neg a, e, \neg b$

$\models_{\exists} a$
 $\models_{\forall} e$
 $\models_A c \wedge d$

Affaiblir les hypothèses

- Sous-ensembles maximaux

$K \models_H \alpha$ ssi $\text{mod}(\gamma(K)) \subseteq \text{mod}(\alpha)$

- Connecteur virgule [IJCAI'05]

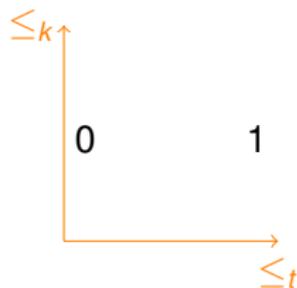
$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

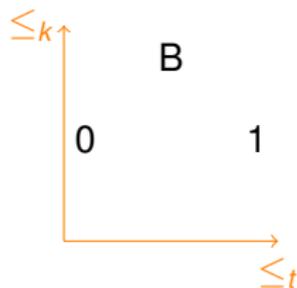


Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

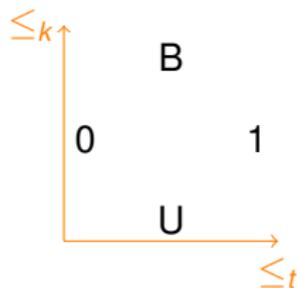


Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

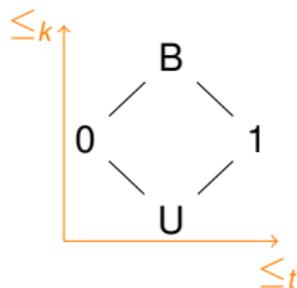


Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$



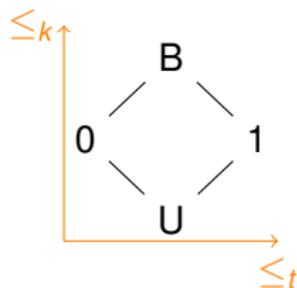
Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

a	b	c	d	e
B	B	1	1	1

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$



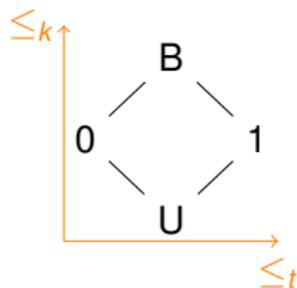
Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e
B	B	1	1	1
B	B	B	1	1
B	B	1	B	1
B	B	1	1	B
B	B	B	B	1
B	B	B	1	B
B	B	B	B	B



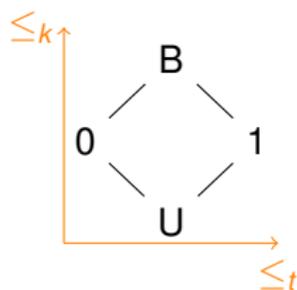
Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e
B	B	1	1	1
B	B	B	1	1
B	B	1	B	1
B	B	1	1	B
B	B	B	B	1
B	B	B	1	B
B	B	B	B	B



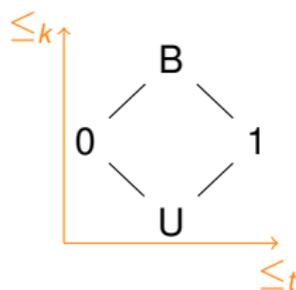
Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e
B	B	1	1	1
B	B	B	1	1
B	B	1	B	1
B	B	1	1	B
B	B	B	B	1
B	B	B	1	B
B	B	B	B	B



- Logiques tri-valuées avec minimisation

[JELIA'02]

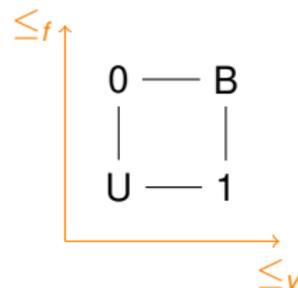
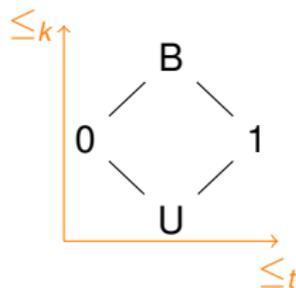
Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

Inférence en présence d'incohérence

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

a	b	c	d	e
B	B	1	1	1
B	B	B	1	1
B	B	1	B	1
B	B	1	1	B
B	B	B	B	1
B	B	B	1	B
B	B	B	B	B



- Logiques tri-valuées avec minimisation
[JELIA'02]
- Logiques à base de bi-treillis et bipolarité
[IJS-08]

Affaiblir la logique

- Logiques multi-valuées

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Affaiblir la logique

- Logiques paraconsistantes

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

Affaiblir la logique

- Logiques paraconsistantes

$\exists K \exists \alpha \quad K \vdash_P \alpha$ et $K \vdash_P \neg \alpha$
et $\exists \beta \quad K \not\vdash_P \beta$

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- Affaiblir les connecteurs logiques
 - C-systèmes (da Costa [1974])

Affaiblir la logique

- Logiques paraconsistantes

$\exists K \exists \alpha \quad K \vdash_P \alpha$ et $K \vdash_P \neg \alpha$
et $\exists \beta \quad K \not\vdash_P \beta$

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- Affaiblir les connecteurs logiques
 - C-systèmes (da Costa [1974])
- Contraindre l'ordre d'utilisation des règles de déduction
 - Logique quasi-classique (Besnard-Hunter [1995])

Affaiblir la logique

- Logiques paraconsistantes

$\exists K \exists \alpha \quad K \vdash_P \alpha$ et $K \vdash_P \neg \alpha$
et $\exists \beta \quad K \not\vdash_P \beta$

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- Affaiblir les connecteurs logiques
 - C-systèmes (da Costa [1974])
- Contraindre l'ordre d'utilisation des règles de déduction
 - Logique quasi-classique (Besnard-Hunter [1995])
 - ▶ Se comporte classiquement pour des bases cohérentes

Affaiblir la logique

- Logiques paraconsistantes

$\exists K \exists \alpha \quad K \vdash_P \alpha$ et $K \vdash_P \neg \alpha$
et $\exists \beta \quad K \not\vdash_P \beta$

$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$

- Affaiblir les connecteurs logiques
 - C-systèmes (da Costa [1974])
- Contraindre l'ordre d'utilisation des règles de déduction
 - Logique quasi-classique (Besnard-Hunter [1995])
 - ▶ Se comporte classiquement pour des bases cohérentes

- Logique quasi-possibiliste
[Fundamenta Informaticae-03]

Affaiblir la logique

- Logiques paraconsistantes

$\exists K \exists \alpha \quad K \vdash_P \alpha \text{ et } K \vdash_P \neg \alpha$
et $\exists \beta \quad K \not\vdash_P \beta$

$$a, \neg a, b \wedge c, b \wedge d, e, \neg b$$

- Affaiblir les connecteurs logiques
 - C-systèmes (da Costa [1974])
- Contraindre l'ordre d'utilisation des règles de déduction
 - Logique quasi-classique (Besnard-Hunter [1995])
 - ▶ Se comporte classiquement pour des bases cohérentes

- Logique quasi-possibiliste
[Fundamenta Informaticae-03]
 - Logique possibiliste
 - Logique quasi-classique

Affaiblir la logique

- Logiques paraconsistantes

$$\begin{array}{l} \exists K \exists \alpha \quad K \vdash_P \alpha \text{ et } K \vdash_P \neg \alpha \\ \text{et } \exists \beta \quad K \not\vdash_P \beta \end{array}$$